# 延庆区 2023—2024 学年第二学期期末试卷

## 高 一 数 学

2024.07

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

### 第一部分（选择题 共 40 分）

**一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

（1）$\cos 45^\circ \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \sin 15^\circ =$

（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（C）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　（D）$1$

（2）下列函数中，最小正周期为 $\pi$ 且是偶函数的是

（A）$y=\sin x$　　（B）$y=\cos 2x$

（C）$y=\tan x$　　（D）$y=\cos x$

（3）若 $\tan\alpha=-\dfrac{3}{4},\cos\alpha<0$，则 $\sin\alpha=$

（A）$\dfrac{4}{5}$　　（B）$-\dfrac{4}{5}$

（C）$\dfrac{3}{5}$　　（D）$-\dfrac{3}{5}$

（4）已知某球体的体积与其表面积的数值相等，则此球体的半径

（A）$4$　　（B）$\dfrac{1}{3}$

（C）$\dfrac{4}{3}$　　（D）$3$

（5）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，$\overrightarrow{OP}=(1,-2)$，$\overrightarrow{OQ}=(3,4)$，则 $\cos\angle POQ=$

（A）$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{5}}{5}$

（C）$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　（D）$-\frac{\sqrt{5}}{5}$

（6）已知 $m$，$n$ 是两条不重合直线，$\alpha$，$\beta$，$\gamma$ 是不重合平面，则下列说法正确的是

（A）若 $m // n$，$n // \alpha$，则 $m // \alpha$

（B）若 $m // \alpha$，$n \subset \alpha$，则 $m // n$

（C）若 $\alpha // \beta$，$\gamma \cap \alpha = m$，$\gamma \cap \beta = n$，则 $m // n$

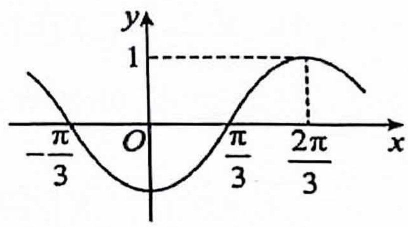
（D）若 $\alpha \perp \beta$，$n \perp \alpha$，$m \perp n$，则 $m \perp \beta$

（7）在 $\triangle ABC$ 中，若 $a=2$，$c=\sqrt{17}$，$\cos C=-\frac{1}{3}$，则 $b=$

（A）3　　（B）$\frac{13}{3}$

（C）4　　（D）5

（8）已知 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=$




（A）$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　（B）$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

（C）$-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　（D）$-\frac{1}{2}$

（9）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AB=4, PC=PD=3$，$\angle PCA=45^\circ$，则此四棱锥的侧面积为

（A）$8\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2\sqrt{13}$　　（B）$10\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2\sqrt{13}$

（C）$4\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2\sqrt{13}$　　（D）$6\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2\sqrt{13}$

（10）设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $D$，若存在常数 $a$ 满足 $[-a,a]\subseteq D$，且对任意的 $x_1\in[-a,a]$，总存在 $x_2\in[-a,a]$，使得 $f\left(x_1\right)\cdot f\left(-x_2\right)=1$，称函数 $f(x)$ 为 $P(a)$ 函数, 下列说法正确的是

（A）函数 $f(x)=\tan x$ 是 $P(\frac{\pi}{4})$ 函数

（B）函数 $f(x)=\cos x$ 是 $P(\frac{2\pi}{3})$ 函数

（C）若函数 $f(x)=\log_2(x+t)$ 是 $P(2)$ 函数，则 $t=4$

（D）若函数 $f(x)=\sin x+b$ 是 $P(\frac{\pi}{2})$ 函数，则 $b=\pm\sqrt{2}$

## 第二部分 （非选择题 共 110 分）

**二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。**

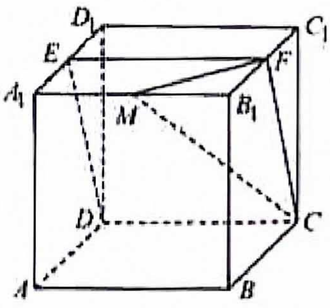
（11）在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=105^{\circ}$，$\angle B=45^{\circ}$，$b=2\sqrt{2}$，则边 $c=$_______.

（12）已知一个圆锥的母线长为 2，底面半径为 $\sqrt{3}$，则该圆锥的体积为_______.

（13）在 $\triangle ABC$ 中，$c=8,\angle B=\frac{\pi}{6}$，请从① $\angle A=\frac{5\pi}{6}$，② $a=4\sqrt{3}$，③ $b=9$ 中选择一个，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一，写出满足要求的一个条件的序号_______

（14）已知长方形 $ABCD$ 中，$AB=2AD=2$，点 $P$ 为 $CD$ 上的动点，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$_____；$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是_______

（15）如图：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，棱长为 1，$E$ 为 $A_1D_1$ 中点，$B_1C_1$ 与平面 $CDE$ 交于点 $F$，点 $M$ 是棱 $A_1B_1$ 上一点，$P$ 在正方体的表面上运动，且满足 $MP\perp CF$，则下列说法正确的是_______




① $F$ 为 $B_1C_1$ 的中点；②点 $P$ 可以是 $CD$ 的中点；

③当 $M$ 是 $A_1B_1$ 的中点时，点 $A\in$ 面 $MFC$；

④线段 $MP$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

## 三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（16）（本小题 13 分）

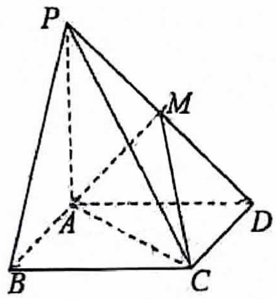
已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递减区间；

（Ⅱ）若 $x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值及相应 $x$ 的值.

（17）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AB$，$M$ 为线段 $PD$ 上的中点.




（Ⅰ）求证：$PB//$ 平面 $ACM$；

（Ⅱ）求证：$CD\perp$ 平面 $PAD$；

（Ⅲ）求证：平面 $AMC\perp$ 平面 $PCD$.

（18）（本小题 13 分）

已知 $\triangle ABC$ 中，$a=\sqrt{7}$，$b=2$，$c=3$.

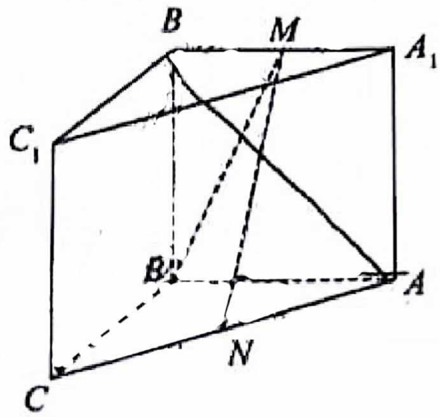
（Ⅰ）求 $A$；

（Ⅱ）求 $\sin B$；

（Ⅲ）求 $\triangle ABC$ 的面积.

（19）（本小题 15 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $BCC_1B_1$ 为正方形，平面 $BCC_1B_1\perp$ 平面 $ABB_1A_1$，$AB=BC=2$，$M$，$N$ 分别为 $A_1B_1$，$AC$ 的中点.




（Ⅰ）求证：$MN//$ 平面 $BCC_1B_1$；

（Ⅱ）求证：$BC\perp BM$；

（Ⅲ）从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个，使得 $AB\perp$ 面 $BCC_1B_1$，并证明.

条件①：$AC_1=3\sqrt{2}$；

条件②：$BM=MN$；

条件③：三棱锥 $C-ABB_1$ 的体积为 $\dfrac{4}{3}$.

注：如果选择条件不能使 $AB\perp$ 面 $BCC_1B_1$，（Ⅲ）得零分.

（20）（本小题 15 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$a\tan B=2b\sin A$，$a=8$.

（Ⅰ）求 $\angle B$ 的大小；

（Ⅱ）从下列三个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在，求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①：$\sin A=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$；

条件②：$\cos A=-\dfrac{2}{3}$；

条件③：$b=7$.

注：如果选择的条件使 $\triangle ABC$ 不存在，第（Ⅱ）问得 0 分.

（Ⅲ）若 $\angle A\geqslant\dfrac{\pi}{3}$，求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

（21）（本小题 15 分）

设正整数 $n\geq 3$，集合 $A=\{a\,|\,a=(x_1,x_2,\cdots,x_n),x_k\in R,k=1,2,\cdots,n\}$，对应集合 $A$ 中的任意元素 $a=(x_1，x_2，\ldots x_n)$ 和 $b=(y_1，y_2，\ldots y_n)$，及实数 $\lambda$，定义：当且仅当 $x_k=y_k(k=1，2，\ldots，n)$ 时 $a=b$；$a+b=(x_1+y_1，x_2+y_2，\ldots x_n+y_n)$；$\lambda a=(\lambda x_1，\lambda x_2，\ldots\lambda x_n)$．若 $A$ 的子集 $B=\{a_1，a_2，a_3\}$ 满足：当且仅当 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ 时，$\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3=(0，0，\ldots，0)$，则称 $B$ 为 $A$ 的完美子集．

（Ⅰ）当 $n=3$ 时，已知集合 $B_1=\{(1，0，0)，(0，1，0)，(0，0，1)\}$，$B_2=\{(1，2，3)，(2，3，4)，(4，5，6)\}$，分别判断这两个集合是否为 $A$ 的完美子集，并说明理由；

（Ⅱ）当 $n=3$ 时，已知集合 $B=\{(2m，m，m-1)，(m，2m，m-1)，(m，m-1，2m)\}$．若 $B$ 不是 $A$ 的完美子集，求 $m$ 的值；

（Ⅲ）已知集合 $B=\{a_1，a_2，a_3\}\subseteq A$，其中 $a_i=(x_{i1}，x_{i2}，\ldots x_{in})(i=1，2，3)$．若 $2|x_{ii}|>|x_{1i}|+|x_{2i}|+|x_{3i}|$ 对任意 $i=1，2，3$ 都成立，判断 $B$ 是否一定为 $A$ 的完美子集．若是，请说明理由；若不是，请给出反例．

# 延庆区 2023-2024 学年第二学期期末考试

# 高一数学参考答案及评分标准　2024.7

**一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）**

（1）A　（2）B　（3）C　（4）D　（5）D

（6）C　（7）A　（8）B　（9）A　（10）D

**二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）**

（11）2　（12）$\pi$　（13）②或③

（14）$4,[-1,0]$　（注：第一问 3 分，第二问 2 分）

（15）①③　（注：对一个 3 分，有选错 0 分）

**三、解答题（共 6 小题，共 85 分）**

（16）（共 13 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$　……2 分

$=2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　……5 分

$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$　……6 分

由 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$

所以函数 $f(x)$ 的单调递减区间是 $[\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{2\pi}{3}+k\pi],k\in Z$.　……8 分

（Ⅱ）因为 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，　……9 分

所以当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，函数 $f(x)$ 的最大值为 2；　……11 分

所以当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$，即 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值为 $-1$.　……13 分

（17）（共 14 分）

证明：（Ⅰ）如图，连结 $BD$，交 $AC$ 于点 $O$，连结 $MO$.

因为底面 $ABCD$ 为正方形，所以 $O$ 是 $BD$ 中点，$M$ 为线段 $PD$ 上的中点　…1 分

所以 $OM$ 是 $\Delta PBD$ 的中位线

所以 $PB//MO$，　……2 分

$MO\subset$平面$ACM$， ……3 分

$PB\not\subset$平面$ACM$， ……4 分

因为直线$PB//$平面$ACM$． ……5 分

（Ⅱ）因为底面$ABCD$为正方形，

所以$CD\perp AD$ ……6 分

$PA\perp$平面$ABCD$， $CD\subset$平面$ABCD$

所以$PA\perp CD$ ……7 分

$PA\cap AD=A$ ， $PA,AD\subset$平面$PAD$ ……8 分

所以$CD\perp$平面$PAD$ ……9 分

（Ⅲ）由（Ⅱ）知$CD\perp$平面$PAD$， $CD\perp AM$ ……10 分

因为$M$为线段$PD$上的中点， $PA=AD$

所以$AM\perp PD$ ……11 分

所以$PD\cap CD=D$， $PD,CD\subset$平面$PCD$ ……12 分

所以$AM\perp$平面$PCD$ ……13 分

$AM\subset$平面$AMC$ ……14 分

所以平面$AMC\perp$平面$PCD$

（18）（共 13 分）

解：（Ⅰ）由余弦定理$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}$， …………2 分

可得$\cos A=\dfrac{2^2+3^2-\sqrt{7}^2}{2\times2\times3}=\dfrac{1}{2}$， …………4 分

因为$A\in(0,\pi)$ …………5 分

所以$A=\dfrac{\pi}{3}$； …………6 分

（Ⅱ）在$\triangle ABC$中，由正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$， …………8 分

可得$\dfrac{2}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$， 解得$\sin B=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$ ； …………10 分

（III）由△$ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}b\cdot c\cdot\sin A$， ·········12 分

可得 $S=\frac{1}{2}\times2\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. ·········13 分

（19）（共 15 分）

（Ⅰ）取 $BC$ 的中点为 $K$，连接 $B_1K, NK$， ······1 分

$N$ 为 $AC$ 的中点，所以 $KN//AB, KN=\frac{1}{2}AB$ ······2 分

由三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 可得四边形 $ABB_1A_1$ 为平行四边形， ······3 分

$M$ 为 $A_1B_1$ 的中点，所以 $B_1M=\frac{1}{2}AB, B_1M//AB$ ······4 分

所以 $B_1M=KN, B_1M//KN$， ······5 分

所以四边形 $B_1MNK$ 是平行四边形，

所以 $MN//B_1K$， ······6 分

$B_1K\subset$ 平面 $BCC_1B_1$， $MN\not\subset$ 平面 $BCC_1B_1$， ······7 分

故 $MN//$ 平面 $BCC_1B_1$.

（Ⅱ）因为侧面 $BCC_1B_1$ 为正方形，故 $CB\perp BB_1$， ······8 分

而 $CB\subset$ 平面 $BCC_1B_1$，平面 $CBB_1C_1\perp$ 平面 $ABB_1A_1$，

平面 $CBB_1C_1\cap$ 平面 $ABB_1A_1=BB_1$，故 $CB\perp$ 平面 $ABB_1A_1$， ······9 分

因为 $BM\subset$ 平面 $ABB_1A_1$，所以 $BC\perp BM$ ······10 分

（III）选②，四边形 $B_1MNK$ 是平行四边形， $MN//B_1K$ 且 $MN=B_1K$，

因为 $MB=MN$，所以 $BM=B_1K$ ······11 分

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $BCC_1B_1$ 为正方形，$AB=BC=2$，$BC$ 的中点为 $K$，

$M$ 为 $A_1B_1$ 的中点，所以 $B_1M = BK = 1$， 则 $\triangle BB_1M \cong \triangle B_1BK$， ……12 分

所以 $\angle BB_1M = \angle B_1BK = 90^\circ$，故 $A_1B_1 \perp BB_1$，所以 $AB \perp BB_1$ ……13 分

因为 $CB \perp$ 平面 $ABB_1A_1$， $CB \perp AB$ ……14 分

因为 $CB \cap BB_1 = B$， $CB, BB_1 \subset$ 面 $BCC_1B_1$，故 $AB \perp$ 面 $BCC_1B_1$ ……15 分

选③，因为 $CB \perp$ 平面 $ABB_1A_1$， ……11 分

所以三棱锥 $C-ABB_1$ 的体积

$v = \frac{1}{3}S_{\triangle ABB_1}|BC| = \frac{1}{2}|AB||BB_1|\sin\angle ABB_1|BC| = \frac{4}{3}$， ……12 分

因为 $AB = BB_1 = BC = 2$，所以 $\sin\angle ABB_1 = 1, \angle ABB_1 = \frac{\pi}{2}$ ……13 分

$CB \perp$ 平面 $ABB_1A_1$， $CB \perp AB$ ……14 分

因为 $CB \cap BB_1 = B$， $CB, BB_1 \subset$ 面 $BCC_1B_1$，故 $AB \perp BCC_1B_1$ ……15 分

（20）（共 15 分）

**解**：（Ⅰ）由 $a\tan B = 2b\sin A$，得 $a\sin B = 2b\sin A\cos B$． ………1 分

在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理得 $\sin A\sin B = 2\sin A\sin B\cos B$． ………2 分

因为 $\sin A > 0, \sin B > 0$， ………3 分

所以 $\cos B = \frac{1}{2}$．

又 $0 < \angle B < \pi$，　　所以 $\angle B = \frac{\pi}{3}$． ………4 分

（Ⅱ）选条件①： $\sin A = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ ,所以 $\frac{\pi}{3} < \angle A < \frac{2\pi}{3}$ ………5 分

由 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 可得 $\cos A = \pm\frac{1}{7}$． ………6 分

由 $\sin C = \sin(A+B)$， ………7 分

可得 $\sin C = \frac{5\sqrt{3}}{14}$ 或 $\sin C = \frac{3\sqrt{3}}{14}$， 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$

解得 $c = 3$ 或 $c = 5$． ………8 分

当 $c=3$ 时，$\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=6\sqrt{3}$ .

当 $c=5$ 时，$\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=10\sqrt{3}$ . ·········10 分

选条件③：$b=7$ .

在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$， ·········6 分

即 $7^2=8^2+c^2-16c\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}$ .

整理得 $c^2-8c+15=0$ .

解得 $c=3$ 或 $c=5$ . ·········8 分

当 $c=3$ 时，$\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=6\sqrt{3}$ .

当 $c=5$ 时，$\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=10\sqrt{3}$ . ·········10 分

注：第（Ⅱ）问只答一种情况且正确第（Ⅱ）得 4 分

（Ⅲ）由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ ，可得 $b=\dfrac{8\sin B}{\sin A}$， $c=\dfrac{8\sin C}{\sin A}$ ·········11 分

所以 $\triangle ABC$ 周长为 $a+b+c=8+\dfrac{8\sin B}{\sin A}+\dfrac{8\sin C}{\sin A}=8+4(\dfrac{\sqrt{3}}{\sin A}+\dfrac{2\sin C}{\sin A})$

$\dfrac{\sqrt{3}}{\sin A}+\dfrac{2\sin(A+\dfrac{\pi}{3})}{\sin A}=\dfrac{\sin A+\sqrt{3}\cos A+\sqrt{3}}{\sin A}=1+\dfrac{\sqrt{3}(\cos A+1)}{\sin A}=1+\dfrac{\sqrt{3}}{\tan\dfrac{A}{2}}$ ·········13 分

因为 $\angle A\geq\dfrac{\pi}{3}$，所以 $\angle A\in[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3})$， $\tan\dfrac{A}{2}\in[\dfrac{\sqrt{3}}{3},\sqrt{3})$， $\dfrac{\sqrt{3}}{\tan\dfrac{A}{2}}\in(1,3]$ ·········14 分

所以 $\triangle ABC$ 周长取值范围为 $(16,24]$ . ·········15 分

（21）（共 15 分）

解（Ⅰ）设 $\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3=(0，0，0)$，即 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$，所以 $B_1$ 是完美子集. 2 分

设 $\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0，0，0)$，可得 $\begin{cases}\lambda_1+2\lambda_2+4\lambda_3=0\\2\lambda_1+3\lambda_2+5\lambda_3=0\\3\lambda_1+4\lambda_2+6\lambda_3=0\end{cases}$， ……3 分

解得：$\lambda_1=2k$，$\lambda_2=-3k$，$\lambda_3=k\ (k\neq 0)$ 所以 $B_2$ 不是完美子集； ……4 分

（Ⅱ）因为集合 $B=\{(2m，m，m-1)，(m，2m，m-1)，(m，m-1，2m)\}$ 不是 $A$ 的完美子集，

所以存在 $(\lambda_1，\lambda_2，\lambda_3)\neq(0，0，0)$，使得 $\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0，0，0)$，……5 分

即 $\begin{cases}2m\lambda_1+m\lambda_2+m\lambda_3=0\\m\lambda_1+2m\lambda_2+(m-1)\lambda_3=0\\(m-1)\lambda_1+(m-1)\lambda_2+2m\lambda_3=0\end{cases}$， ……6 分

由集合的互异性可得：$2m\neq m$ 且 $m\neq m-1$ 且 $m-1\neq 2m$，所以 $m\neq 0$ 且 $m\neq -1$，……7 分

所以 $2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$，可得 $\lambda_3=-2\lambda_1-\lambda_2$，$(\lambda_1，\lambda_2)\neq(0，0)$，

所以 $\begin{cases}m\lambda_1+2m\lambda_2+(m-1)(-2\lambda_1-\lambda_2)=0\\(m-1)\lambda_1+(m-1)\lambda_2+2m(-2\lambda_1-\lambda_2)=0\end{cases}$，

即 $\begin{cases}(-m+2)\lambda_1+(m+1)\lambda_2=0\\(-3m-1)\lambda_1+(-m-1)\lambda_2=0\end{cases}$，

所以 $(-4m+1)\lambda_1=0$，

所以 $m=\dfrac{1}{4}$ 或 $\lambda_1=0$， ……8 分

当 $m=\dfrac{1}{4}$ 时，$\begin{cases}2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0\\\lambda_1+2\lambda_2-3\lambda_3=0\\3\lambda_1+3\lambda_2-2\lambda_3=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}\lambda_1=5k\\\lambda_2=-7k\\\lambda_3=-3k\end{cases}$，$(k\neq 0)$ ……9 分

当 $\lambda_1=0$ 时，因为 $m\neq -1$，所以 $\lambda_2=0$，$\lambda_3=0$，不符合题意，

所以 $m=\dfrac{1}{4}$； ……10 分

（Ⅲ）$B$ 一定是 $A$ 的完美子集，

假设存在不全为 0 的实数 $\lambda_1$、$\lambda_2$、$\lambda_3$ 满足 $\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0，0，0)$，

不妨设 $|\lambda_1|\geqslant|\lambda_2|\geqslant|\lambda_3|$，则 $\lambda_1\neq 0$，否则与假设矛盾， ……11 分

由 $\lambda_1 x_{11}+\lambda_2 x_{21}+\lambda_3 x_{31}=0$，可得 $x_{11}=-\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}x_{21}-\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}x_{31}$， ……12 分

所以 $|x_{11}|\leqslant\left|\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right||x_{21}|+\left|\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}\right||x_{31}|\leqslant|x_{21}|+|x_{31}|$ 与 $2|x_{11}|>|x_{11}|+|x_{21}|+|x_{31}|$ 即

$|x_{11}|>|x_{21}|+|x_{31}|$ 矛盾，所以假设不成立， ……13 分

所以 $\lambda_1=0$，所以 $\lambda_2=\lambda_3=0$， ……14 分

所以 $B$ 一定是 $A$ 的完美子集. ……15 分