2024北京东城初二（下）期末

数　　学

2024.7

一、　　选择题（本题共30分，每小题3分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 计算 $\sqrt{3^2}$ 的结果是

A. ±3　　B. -3　　C. 3　　D. 9

2. 下列式子中，属于最简二次根式的是

A. $\sqrt{4}$　　B. $\sqrt{7}$　　C. $\sqrt{20}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

3.某运动品牌专营店店主对上一周新进的某款T恤衫销售情况统计如下：

尺码	39	40	41	42	43	44	45
平均每天销售数量/件	10	23	30	35	28	21	8

该店主决定本周进货时，增加一些42码的T恤衫，影响该店主决策的统计量是

A. 中位数　B. 平均数　C. 方差 D. 众数

4. 以下列各组数为边长，能组成直角三角形的是

A. 5，12，13　　B. 5，6，7　　C. $\sqrt{2}$，$\sqrt{4}$，$\sqrt{7}$　D. 2，3，4

5. 下列命题中正确的是

A. 对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形

B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

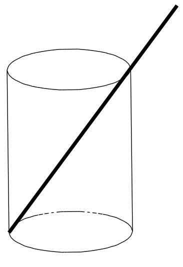
C. 对角线相等的四边形是矩形

D. 一组对边平行的四边形是平行四边形

6. 一次函数 $y=3x+2$ 的图象一定不经过

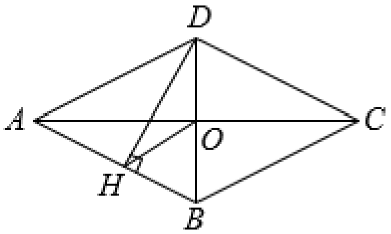
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 如图，一双长20cm的吸管置于底面直径为9cm,高为12cm的杯子中,则吸管露在杯子外面的长度不可能是



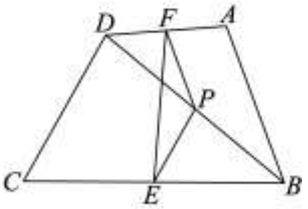
A.5cm　　B.7cm.　　C.8cm.　　D.10cm.

8. 如图，菱形 *ABCD* 的对角线 *AC*，*BD* 相交于点 *O*，过点 *D* 作 $DH \perp AB$ 于点 *H*，连接 *OH*，若 $OA = 4$，$OH = 2$，则菱形 *ABCD* 的面积为



A. 8　　　　　B. 16　　　　　C. 　32　　　　　D. 　$8\sqrt{3}$

9. 如图，在四边形 ABCD 中，*P* 是对角线 *BD* 的中点，点 *E*，*F* 分别是 *BC*、*AD* 的中点，*AB*＝*CD*，∠*ABD*＝30°，∠*BDC*＝80°，则∠*EFP* 的度数是



A. 　15°　　　　B. 　25°　　　　C. 30°　　　　D. 35°

10．下面的四个问题中都有两个变量：

①正方形的面积 *y* 与边长 *x*；

②等腰三角形周长为 20，底边长 *y* 与腰长 *x*

③汽车从 *A* 地匀速行驶到 *B* 地，汽车行驶的路程 *y* 与行驶时间 *x*；

④用长度为 10 的绳子围成一个矩形，矩形的面积 *y* 与一边长 *x*；

其中，变量 *y* 与变量 *x* 之间的函数关系可以用形如 $y = kx + b$（其中 *k*，*b* 是常数，$k \neq 0$）的式子表示的是（　　）

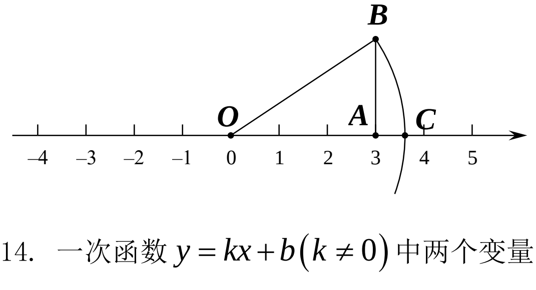
A. ①②　　　　B. ①③　　　　C. ②③　　　　D. ②④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 已知正比例函数 $y = kx$（k≠0）的图象经过第二，四象限，请写出一个符合条件的函数解析式______.

12. 二次根式 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_________.

13. 如图，数轴上点 A 表示的数为 3，$AB \perp OA$，$AB = 2$，以原点 O 为圆心，OB 为半径作弧，与数轴交于一点 C，则点 C 表示的数为______.



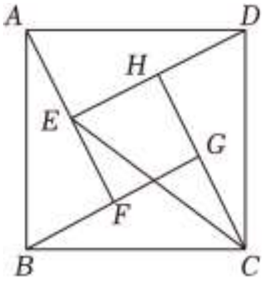
14. 一次函数 $y = kx + b\left(k \neq 0\right)$ 中两个变量 *x*、*y* 的部分对应值如下表所示：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	9	7	5	3	1	…

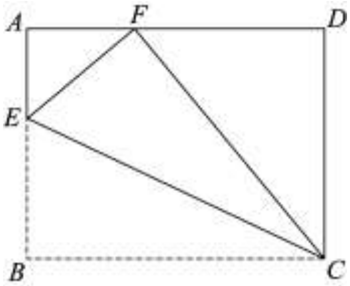
那么关于 x 的不等式 $kx+b\geq 7$ 的解集是______.

15. 某招聘考试分笔试和面试两部分．按笔试成绩占 80%，面试成绩占 20%计算应聘者的总成绩．小明笔试成绩为 80 分，面试成绩为 85 分，那么小明的总成绩为 ________分．

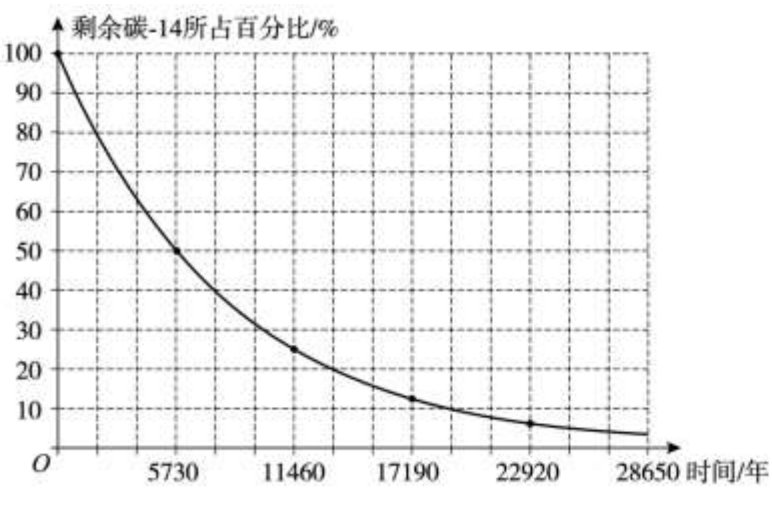
16.我国汉代数学家赵爽为《周髀算经》一书作序时介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图.如图，四个全等的直角三角形拼成大正方形 $ABCD$，中空的部分是小正方形 $EFGH$，连接 CE．若正方形 ABCD 的面积为 5，$EF=\frac{1}{2}BG$，则 CE 的长为__________.



17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 为 AB 上一点，将矩形的一角沿 CE 向上折叠，点 B 的对应点 F 恰好落在边 AD 上．若 $\triangle AEF$ 的周长为 12，$\triangle CDF$ 的周长为 24，则 AF 的长为__________.



18. 碳-14 是碳元素的一种同位素，具有放射性.活体生物其体内的碳-14 含量大致不变，当生物死亡后，机体内的碳-14 含量会按确定的比例衰减（如图所示），机体内原有的碳-14 含量衰减为原来的一半所用的时间称为 “半衰期”.考古学者通常可以根据碳-14 的衰变程度计算出样品的大概年代.



以下几种说法中，正确的有：__________.

①碳-14 的半衰期为 5730 年；

②碳-14 的含量逐渐减少，减少的速度开始较快，后来较慢；

③经过六个“半衰期”后，碳-14 的含量不足死亡前的百分之一；

④若某遗址一生物标本 2023 年出土时，碳-14 的剩余量所占百分比为 80%，则可推断该生物标本大致属于我国的春秋时期（公园前 770 年-公元前 475 年）.

二、　解答题（本题共 54 分，第 19 题 4 分，第 20-24 题每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 5 分，第 27-28 题,每小题 7 分）

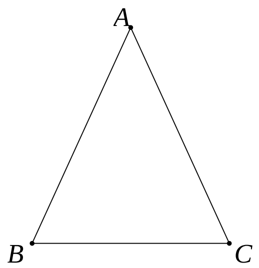
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19.计算：$\sqrt{12}\times\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{10}\div\sqrt{5}+\sqrt{8}$.

20．已知：如图，在△ABC 中，AB=AC.

求作：以 AC 为对角线的矩形 ADCE.

作法：①以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AB，AC 于点 M，N；分别以点 M，N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}$ MN 的长为半径作弧，两弧在∠BAC 的内部相交于点 P，作射线 AP 与 BC 交于点 D；



②分别以点 A 为圆心，CD 的长为半径画弧;再以点 C 为圆心，AD 的长为半径画弧，两弧在 AC 的右侧交于点 E;

③连接 AE，CE.

四边形 ADCE 为所求的矩形.

(1) 根据以上作法，使用直尺和圆规补全图形（保留作图痕迹)；

(2) 完成以下证明。

证明：∵AE=CD ，　CE=AD，

∴四边形 ADCE 为平行四边形（______________________）（填推理的依据）

由作图可知，AD 平分∠BAC，

又∵AB=AC ，

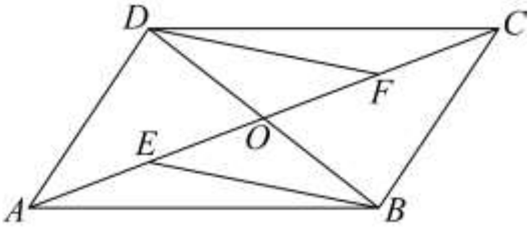
∴AD⊥BC （______________________）.（填推理的依据）

∴∠ADC=90°

∴平行四边形 ADCE 是矩形.(______________________) .（填推理的依据）

21. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、BD 相交于点 O ，点 E , F 分别是 OA 、OC 的中点.

求证：$BE=DF$．

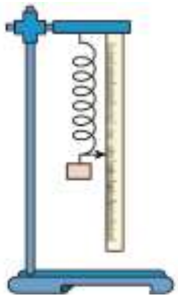


22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象由函数 $y=2x-2$ 的图象平移得到，且经过点 $A(1,4)$.

（1）求这个一次函数的解析式;

（2）一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交于点 B，求$\triangle AOB$ 的面积.

23. 数学兴趣小组的同学想要自制弹簧测力计，为此他们需要了解弹簧在弹性限度内的弹簧长度与拉力的关系，再根据实验数据制作弹簧测力计．经过实验测量，他们得到了 6 组拉力 x(N)与弹簧长度 y(cm)之间的数据，如表所示：

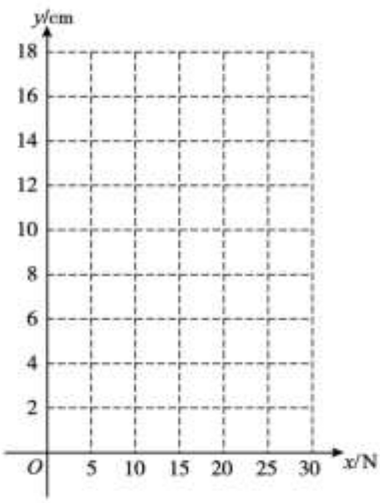


弹簧受到的拉力 x(单位：N)	0	5	10	15	20	25
弹簧的长度 y(单位:cm)	6	8	10	12	14	16

（1）在平面直角坐标系中描出以上述试验所得数据为坐标的各点并顺次连线;

（2）结合表中数据，求出弹簧长度 y 关于弹簧受到的拉力 x 的函数表达式;

（3）若弹簧的长度为 30cm,求此时弹簧受到的拉力 x 的值.



24．某校舞蹈队共有 12 名学生，测量并获取了所有学生的身高（单位：cm），数据整理如下：

a．12 名学生的身高：

160，164，164，165，166，167，167，167，168，168，169，171，

b．12 名学生的身高的平均数、中位数、众数：

平均数	中位数	众数
166.3	m	n

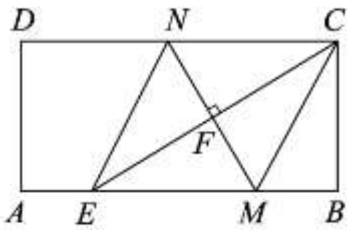
（1）写出表中 m，n 的值；

（2）现将 12 名学生分成如下甲乙两组. 对于不同组的学生，如果一组学生的身高的方差越小，则认为该组舞台呈现效果越好．据此推断：在下列两组学生中，舞台呈现效果更好的是______（填“甲组”或“乙组”）；

甲组学生的身高	165	167	167	168	168	171
乙组学生的身高	160	164	164	166	167	169

（3）该舞蹈队要选六名学生参加艺术节比赛，已经确定甲组四名参赛的学生的身高分别为 165，167，168，168．在乙组选择另外两名参赛学生时，要求所选的两名学生与已确定的四名学生所组成的参赛队身高的方差最小，则乙组选出的另外两名学生的身高分别为_______和_______.

25. 如图，矩形 $ABCD$ 中，点 E 为边 AB 上任意一点，连接 CE，点 F 为线段 CE 的中点，过点 F 作 CE 的垂线，分别与 AB，CD 分别相交于点 M、N，连接 CM，EN .



（1）求证：四边形 $CNEM$ 为菱形；

（2）若 $AB=10$，$AD=4$，当 $AE=2$ 时，求 EM 的长.

26. 在平面直角坐标系 $x0y$ 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $\left(-1,0\right)$，$\left(1,2\right)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

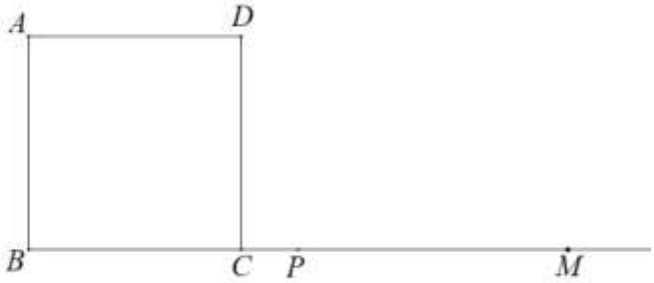
（2）当 $x>-3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx-1\left(m\neq 0\right)$ 的值小于函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

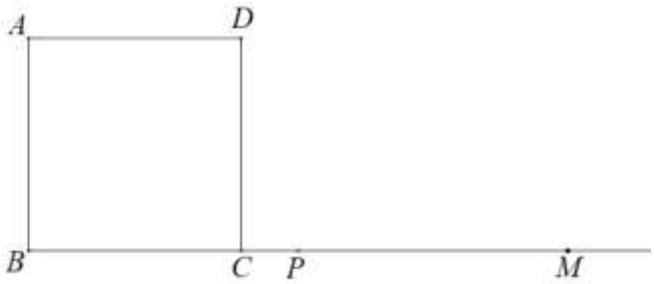
27. 如图, 正方形 ABCD 中，点 M 在 BC 延长线上，点 P 是 BM 的中点，连接 AP，在射线 BC 上方作 $PQ\perp AP$，且 $PQ=AP$.连接 MD，MQ.

（1） 补全图形;

（2） 用等式表示 MD 与 MQ 的数量关系并证明；

（3） 连接 CQ，若正方形边长为 5，$CQ=6\sqrt{2}$，直接写出线段 CM 的长.





（备用图）

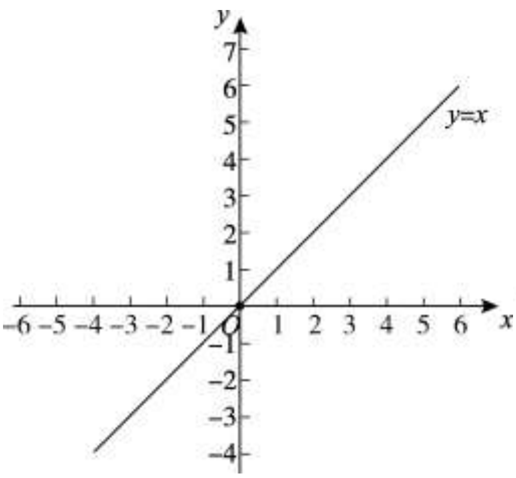
28．在平面直角坐标系 xOy 中，对于线段 AB 和点 Q，给出如下定义：若在直线 $y=x$ 上存在点 P，使得四边形 $ABPQ$ 为平行四边形，则称点 Q 为线段 AB 的“相随点”.

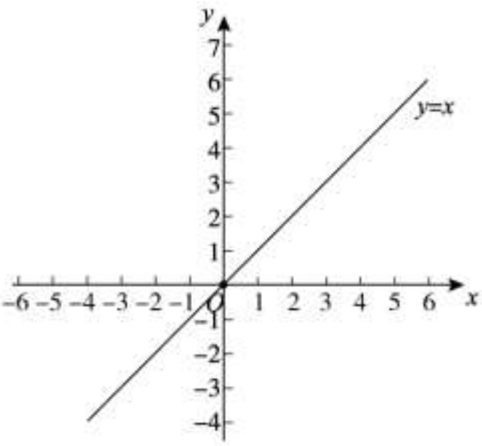
（1）已知点 $A(1,3)$，点 $B(5,3)$，

①在点 $Q_1(1,5)$，$Q_2(-1,3)$，$Q_3(0,4)$，$Q_4(-5,0)$ 中，线段 AB 的“相随点”是__________；

②若点 Q 为线段 AB 的“相随点”，连接 OQ，BQ，直接写出 $OQ+BQ$ 的最小值及此时点 Q 的坐标；

(3) 已知点 $A(-2,3)$，点 $B(2,-1)$，正方形 $CDEF$ 边长为 2，且以点 $(t,1)$ 为中心，各边与坐标轴垂直或平行，若对于正方形 $CDEF$ 上的任意一点，都存在线段 AB 上的两点 M，N，使得该点为线段 MN 的“相随点”， 请直接写出 t 的取值范围.





（备用图）

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	D	A	A	D	D	B	B	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11.答案不唯一，如 y=-3x　12.x⩾2　13. $\sqrt{13}$．14. x ≤ -3　15.81　16. $\sqrt{5}$

17. 4　18.①②

三、解答题（本题共 54 分，第 19 题 4 分，第 20-24 题每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 5 分，第 27-28 题, 每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

19.解：原式 $=\sqrt{18}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ ……………………3 分

$=4\sqrt{2}$.……………………4 分

20.图略……2 分

两组对边分别相等的四边形是平行四边形；等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线，底边上的高线互相重合；有一个角是直角的平行四边形是矩形.(每空 1 分)

21. 证明：连结 BF，DE，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴$OA=OC$, $OB=OD$. ……………2 分

∵ E 、 F 分别是 OA 、 OC 的中点,

∴ $OE=\frac{1}{2}OA, OF=\frac{1}{2}OC$.

∴$OE=OF$. ……………3 分

∴四边形 $DEBF$ 是平行四边形. ……4 分

∴$BE=DF$. ……………5 分

22.（1）依题意得得：$\begin{cases}k=2\\2+b=4\end{cases}$

解得：$\begin{cases}k=2\\b=2\end{cases}$ ……………………………………………2 分

∴这个一次函数的解析式为 $y=2x+2$.…………………………………………3 分

（2）令 $y=0$ 代入得：$2x+2=0$

$\therefore x=-1$

$\therefore$ 点 B 坐标为 $\left(-1,0\right)$ ··4 分

$\therefore S_{\triangle AOB}=\dfrac{1}{2}OB\cdot\left|y_A\right|=\dfrac{1}{2}\times1\times4=2$ ··5 分

23.（1）图略·········1 分

（2）y 与 x 之间是一次函数关系

设对应的解析式为 $y=kx+b$ (k≠0)，将(0，6)，(10，10)代入得：

$$\begin{cases}b=6\\10k+b=10\end{cases}$$

解得：$\begin{cases}k=\dfrac{2}{5}\\b=6\end{cases}$ ············3 分

$\therefore y=\dfrac{2}{5}x+6$ ············4 分

(3)当 y=30 时，$\dfrac{2}{5}x+6=30$

解得：$x=60$.············5 分

∴弹簧所受到的拉力为 60N.

24.(1)m=167，n=167；·········2 分

(2)甲组；·········3 分

（3）166,167.·········5 分

25.(1)证明：矩形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，

$\therefore \angle MEF=\angle NCF$，$\angle EMF=\angle CNF$.

∵点 F 为 CE 的中点，

$\therefore EF=CF$.

$\therefore \triangle EFM\cong\triangle CFN$. ············1 分

$\therefore EM=CN$.

又∵ $EM//CN$，

∴四边形 $CNEM$ 为平行四边形. ············2 分

∵ $MN\perp CE$，

∴四边形 $CNEM$ 为菱形. ············3 分

(2) ∵四边形 $CNEM$ 是菱形，

$\therefore EM=CM$.

∵四边形 $ABCD$ 　矩形，

$\therefore AD=BC=4$，$\angle B=90^{\circ}$.，.

$\because AB=10$，$AE=2$，

$\therefore BE=8$. …………4 分

设 $EM=MC=x$，则 $BM=8-x$，

在 Rt$\triangle BMC$ 中，$BM^2+BC^2=CM^2$，…………5 分

即 $(8-x)^2+4^2=x^2$，

解得 $x=5$. …………6 分

$\therefore EM$ 的长为 5.

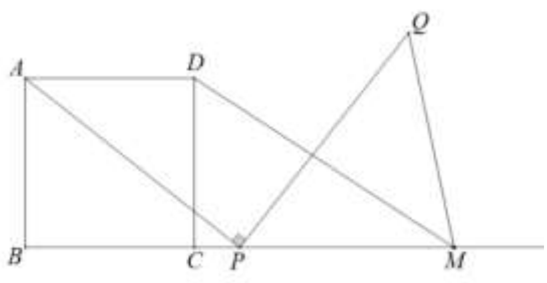
26.解：（1）将点 $(-1,0)$, $(1,2)$ 代入得：$\begin{cases}-k+b=0,\\ k+b=2.\end{cases}$

解得：$\begin{cases}k=1,\\ b=1.\end{cases}$ ………………………………………………2 分

$\therefore$ 这个一次函数的解析式为 $y=x+1$. ……………………………………………………3 分

（2）$\frac{1}{3}\le m\le 1$ ……………………………………………………5 分

27.（1）补全图形--------1 分



(2) 猜想：MD=$\sqrt{2}$ MQ　　　----------2 分

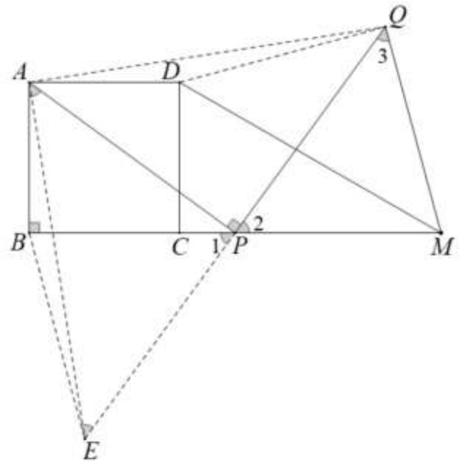
证明：连接 DQ,AQ,延长 QP 到点 E，使得 PE=PQ，连接 AE、BE

∵P 为 BM 中点，

∴PB=PM.

又∵∠1=∠2 ，　　PE=PQ,

∴△PBE≌△PMQ.　　　---------3 分



∴BE=MQ　∠BEP=∠3.

∵PQ⊥AP，且 PQ=AP,

∴∠PQA=∠PAQ=45°.

∵PQ⊥AP，　PE=PQ,

∴AP 是 QE 的垂直平分线.

∴AE=AQ.

∴∠AEQ=∠PQA=45°.

∴∠EAQ=90°.

∵四边形 ABCD 是正方形.

∴AB=AD.　∠BAD=90°.

∴∠BAD-∠EAD=∠EAQ-∠EAD

即∠BAE=∠DAQ.

∴△ABE≌△ADQ　---------5 分

∴BE=DQ.　∠AEB=∠AQD.

∴DQ=MQ .

设∠AEB=∠AQD $=\alpha$，则∠DQP=45° $-\alpha$，∠BEP=45° $+\alpha$

∵∠3=∠BEP,

∴∠3=45° $+\alpha$.

∴∠DQM=∠DQP+∠3=90°.

∵在 Rt△QDM 中 $MD^2=DQ^2+MQ^2=2MQ^2$

∴MD= $\sqrt{2}$ MQ　---------6 分

(3)CQ=7　------------ 7 分

28.（1）① Q_1, Q_3 ……………………………………2 分

②存在最小值，$\sqrt{82}$，$Q\left(-\frac{2}{5}, \frac{18}{5}\right)$ ……………………………………4 分

（2）$-5 \le t < -2$ 或 $3 < t \le 7$ ……………………………………7 分