

2024 北京延庆初二（下）期末



数 学

2024. 07

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。
------------------	--

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

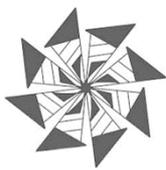
1. 窗花是中国传统民间艺术之一，下列四个窗花作品既是轴对称图形又是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)

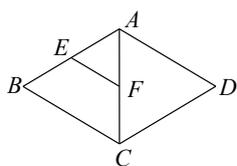


(D)

2. 函数 $y = \frac{x}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是

(A) $x=0$ (B) $x \neq 0$ (C) $x=2$ (D) $x \neq 2$

3. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， E ， F 分别是 AB ， AC 的中点，若 $EF=2$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为



(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 20

4. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + a - 2 = 0$ 的一个根是 0，则实数 a 的值为

(A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -3

5. 用配方法解方程 $x^2 + 4x = 1$ 时，原方程应变形为

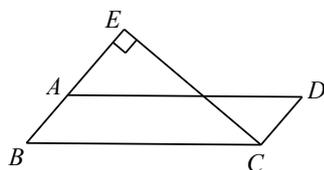
(A) $(x-2)^2 = 1$ (B) $(x+2)^2 = 5$ (C) $(x-2)^2 = 5$ (D) $(x+2)^2 = 1$

6. 下图是一个木花窗挂件，它的外周边缘为正八边形，则这个正八边形的每个内角为



- (A) 45° (B) 100°
 (C) 120° (D) 135°

7. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在 BA 的延长线上， $CE \perp BE$ ，如果 $\angle EAD = 50^\circ$ ，那么 $\angle BCE$ 的度数为



- (A) 50° (B) 45°
 (C) 40° (D) 35°

8. 学习了正方形之后，老师提出问题：要判断一个四边形是正方形，有哪些思路？

甲同学说：先判定四边形是菱形，再确定这个菱形有一个角是直角；

乙同学说：先判定四边形是矩形，再确定这个矩形有一组邻边相等；

丙同学说：先判定四边形的对角线相等，再确定对角线互相垂直；

丁同学说：先判定四边形是平行四边形，再确定这个平行四边形有一个角是直角并且有一组邻边相等.

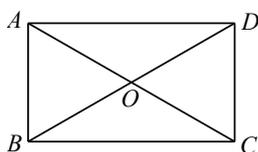
上述四名同学的说法中，正确的是

- (A) 甲、乙 (B) 甲、丙 (C) 乙、丙、丁 (D) 甲、乙、丁

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 方程 $x^2 = 4$ 的解为_____.

10. 如图，矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，如果 $\angle ADB = 30^\circ$ ，那么 $\angle AOB$ 的度数为_____.



11. 一组数据 3, 2, 4, 7 的方差为 s^2 ，则 $s^2 =$ _____.

12. 若 $A(2, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ 是一次函数 $y = -3x + 1$ 的图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 (填 “ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ”).

13. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名同学最近几次数学考试成绩的平均数与方差：



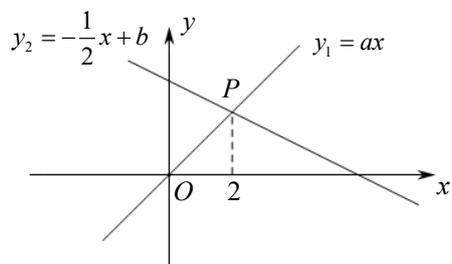
	甲	乙	丙	丁
平均数 (分)	92	95	95	92
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

要选择一名成绩好且发挥稳定的同学参加数学比赛，应该选择_____.

14. 随着生活水平的提高，人们越来越关注健康的生活环境，家庭及办公场所对空气净化器的需求量逐月增多. 经调查，某品牌的空气净化器今年三月份的销售量为8万台，五月份的销售量为9.68万台，若销售量的月平均增长率相同，均为 x ，则可列方程为_____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0, 2)$ ， $B(-1, 0)$ ， $C(2, 0)$ 为 $\square ABCD$ 的顶点，则顶点 D 的坐标为_____.

16. 如图，已知正比例函数 $y_1 = ax$ 与一次函数 $y_2 = -\frac{1}{2}x + b$ 的图象交于点 P .



下面有四个结论：

- ① $a > 0$;
- ② $b < 0$;
- ③ 当 $x < 0$ 时， $y_2 < y_1$;
- ④ $b - 2a = 1$.

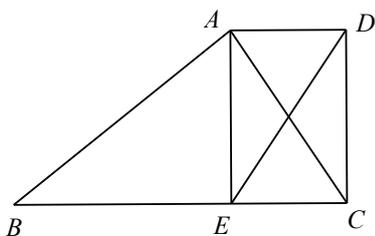
其中正确的是_____ (只填写序号).

三、解答题 (共68分，第17题10分，第18-21题，每小题5分，第22题4分，第23-26题，每小题5分，第27-28题，每小题7分)

17. 解方程：(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$; (2) $2x^2 + 3x - 1 = 0$.

18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle DCB = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，连接 AC ， DE .

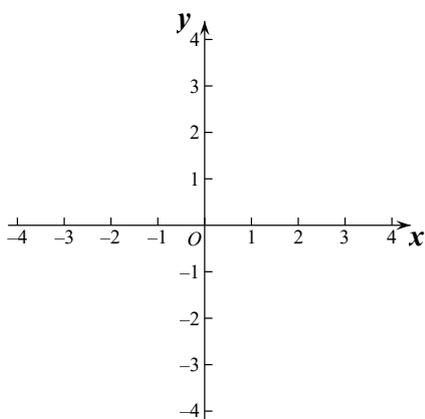
求证： $AC = DE$.



19. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + 2$ ($k \neq 0$) 与函数 $y = -x + 4$ 的图象交点为

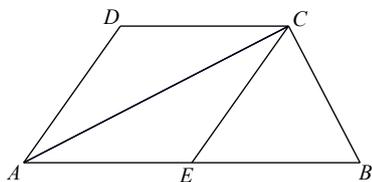
$P(3, m)$ ，与 y 轴交于点 A .

- (1) 求 k 的值；
- (2) 求 $\triangle PAO$ 的面积.



20. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 E 是边 AB 的中点，过点 A ，点 C 分别作 CE 和 AB 的平行线，交于点 D .

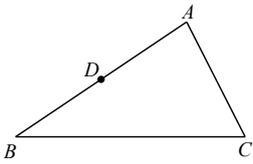
- (1) 求证：四边形 $ADCE$ 是菱形；
- (2) 若 $CE = 6$ ， $\angle DAE = 60^\circ$ ，求 AC 的长.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求实数 m 的取值范围；
- (2) 若 m 为满足条件的最大整数，求此时方程的根.

22. 在数学课上，老师布置以下思考题：



已知：△ABC，点D为AB的中点.

求作：线段DE，使DE//BC.

小智结合所学知识思考后，作法如下：

①分别以点A，C为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的同样长为半径作弧，两弧分别交于点M，N；

②作直线MN，直线MN交AC于点E；

③连接DE.

所以DE就是所求作的线段.

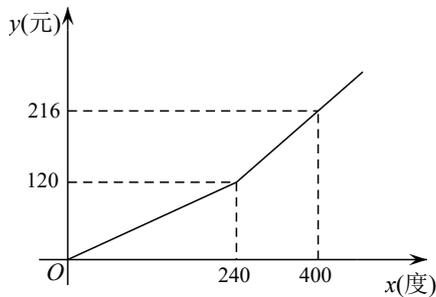
吉 祥 云 彩 出 现 在 你 的 身 边

(1) 请你利用直尺和圆规，依据小智的作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 请回答，小智尺规作图得到DE//BC的依据是_____.

23. 某市为了鼓励居民节约用电，采用分段计费的方法按月计算每户家庭的电费，分两档

收费：第一档是当月用电量不超过240度时实行“基础电价”；第二档是当月用电量超过240度时，其中的240度仍按照“基础电价”计费，超过的部分按照“提高电价”收费. 设家庭月用电量为x度时，应交电费为y元. 具体收费情况如折线图所示，请根据图象回答下列问题：



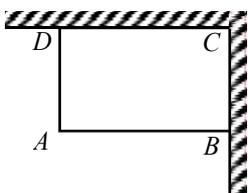
(1) “基础电价”是_____元/度；

(2) 当x>240时，求y与x的函数表达式；

(3) 若小刚家3月份用电量是80度，则应缴纳电费_____元；

(4) 若小华家六月份缴纳电费132元，则小华家六月份用电量为_____度.

24. 某公园在绿化时，工作人员想利用如图所示的直角墙角（两边足够长）和长为40米的篱笆围成一个矩形场地，其中边AB，AD为篱笆. 如果矩形场地的面积是300平方米，求矩形场地的长AB和宽AD各是多少米？



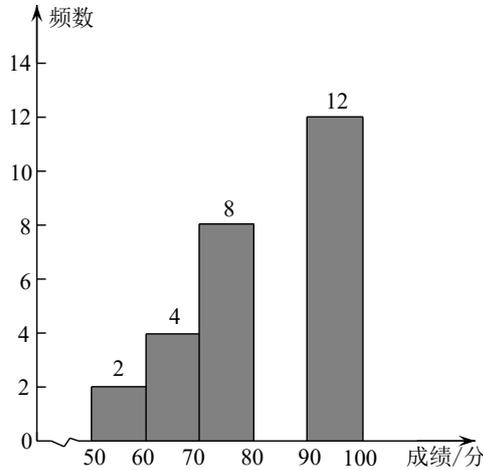


25. 长城是中华民族的精神象征. 某校为让更多的师生了解长城、保护长城, 举办了以“讲好长城故事, 传承长城文化, 弘扬长城精神”为主题的演讲比赛, 共有 200 名学生参加. 为了更好地了解本次比赛成绩的分布情况, 随机抽取了部分学生的成绩作为样本, 绘制的频数分布表与频数分布直方图的一部分如下 (每组分数段中的分数包括最低分, 不包括最高分):

样本成绩频数分布表

分组/分	频数	频率
50~60	2	a
60~70	4	0.10
70~80	8	0.20
80~90	b	0.35
90~100	12	c
合计	d	1.00

样本成绩频数分布直方图

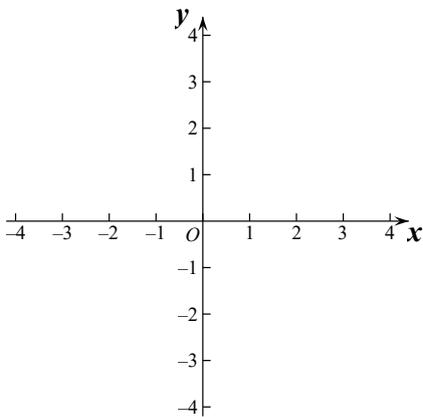


请根据所给信息, 解答下列问题:

- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 若成绩在 80 分及以上为优秀, 请你根据抽取的样本数据, 估计参加这次比赛的 200 名学生中成绩优秀的约有多少名?

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到, 且经过点 $(0, 1)$.

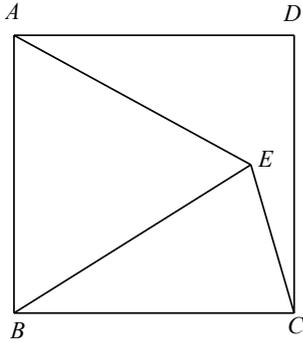
- (1) 求该一次函数的表达式;
- (2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = x + n$ 的值大于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.





27. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内部一点， $BE=BA$ ，连接 AE ， CE ，过点 C 作 $CF \perp AE$ 交 AE 的延长线于点 F

- (1) 依题意补全图形，求 $\angle CEF$ 的度数；
- (2) 连接 DF ，用等式表示线段 AF ， DF ， CF 之间的数量关系，并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 与图形 W 给出如下定义： N 为图形 W 上任意一点， P ， N 两点间距离的最小值称为点 P 与图形 W 的“近点距离”. 特别的，当点 P 在图形 W 上时，点 P 与图形 W 的“近点距离”为零.

如图 1，点 $A(3, 1)$ ， $B(3, 5)$.

- (1) 点 $C(4, 1)$ 与线段 AB 的“近点距离”是_____；
点 $D(1, 0)$ 与线段 AB 的“近点距离”是_____；
- (2) 点 P 在直线 $y = x + 2$ 上，如果点 P 与线段 AB 的“近点距离”为 2，那么点 P 的坐标是_____；
- (3) 如图 2，将线段 AB 向右平移 3 个单位，得到线段 EF ，连接 AE ， BF ，
若直线 $y = x + b$ 上存在点 G ，使得点 G 与四边形 $ABFE$ 的“近点距离”小于或等于 $\sqrt{3}$ ，直接写出 b 的取值范围.

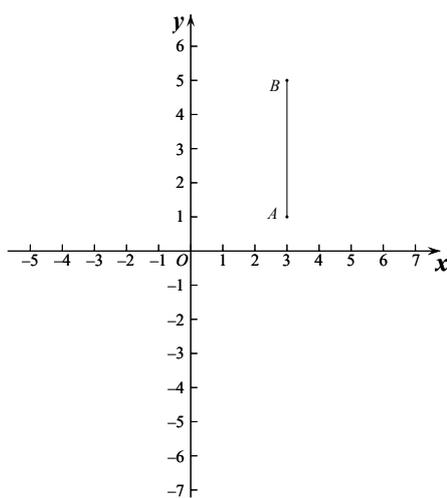


图 1

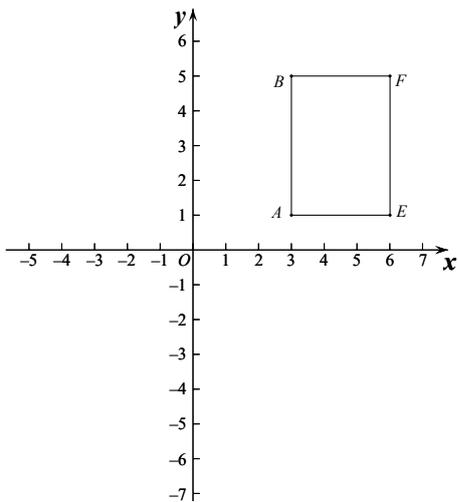


图 2



参考答案

一、选择题：(共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分)

DDCA BDCD

二、填空题：(共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分)

9. $x_1=2, x_2=-2$ 10. 60° 11. 3.5 12. $>$

13. 乙 14. $8(1+x)^2=9.68$ 15. (3,2) 16. ①④

三、解答题

17. (1) $x^2-2x-3=0$.

解: $x^2-2x=3$1 分

$x^2-2x+1=3+1$2 分

$(x-1)^2=4$3 分

$x-1=\pm 2$4 分

\therefore 原方程的解为 $x_1=3, x_2=-1$5 分

(2) $2x^2+3x-1=0$.

解: $a=2, b=3, c=-1$1 分

$b^2-4ac=3^2-4\times 2\times (-1)=17$2 分

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$4 分

\therefore 原方程的解为 $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$5 分

18. 证明: $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$1 分

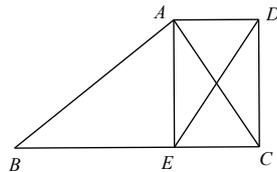
$\because AE \perp BC$,

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$2 分

$\therefore \angle ADC = \angle DCE = \angle AEC = 90^\circ$3 分

\therefore 四边形 $AECD$ 是矩形.4 分

$\therefore AC = DE$5 分



19. (1) $\because P(3, m)$ 在 $y = -x + 4$ 上,

$\therefore m = -3 + 4 = 1$1 分

$\because y = kx + 2$ 过点 $P(3, 1)$,

$\therefore 3k + 2 = 1$2 分

$\therefore k = -\frac{1}{3}$3 分



(2) ∵ 直线 $y = kx + 2 (k \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A ,

∴ $A (0, 2)$.

.....4分

∴ $S_{\triangle PAO} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$.

.....5分

20. 证明: (1) ∵ $AD \parallel EC, CD \parallel AE$,

∴ 四边形 $ADCE$ 为平行四边形.

.....1分

∵ $\angle ACB = 90^\circ$, 点 E 是边 AB 的中点,

∴ $CE = AE = EB$.

.....2分

∴ $\square ADCE$ 是菱形.

.....3分

(2) ∵ $\square ADCE$ 为菱形, $CE = 6$,

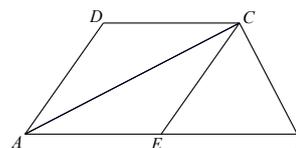
∴ $AE = EC = 6$.

∵ 点 E 是边 AB 的中点,

∴ $AB = 12$.

∵ $\angle DAE = 60^\circ$,

∴ $\angle CAB = 30^\circ$.



.....4分

∵ $\angle ACB = 90^\circ, \angle CAB = 30^\circ$,

∴ $BC = 6$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

∴ $AC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$.

∴ AC 的长为 $6\sqrt{3}$.

.....5分

21. (1) 解: 依题意, 得

$$\Delta = 4 - 4 \times 1 \times (m - 1) = 8 - 4m.$$

.....1分

∵ 方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore 8 - 4m > 0.$$

.....2分

$$\therefore m < 2.$$

.....3分

(2) 解: ∵ m 为满足条件的最大整数,

$$\therefore m = 1.$$

.....4分

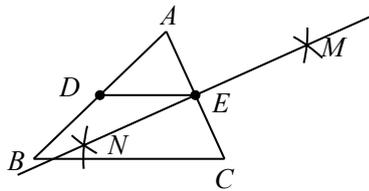
$$\therefore x^2 + 2x = 0.$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = -2.$$

.....5分

22. (1)

.....3分



(2) 三角形的中位线平行于第三边.1分

23. (1) 0.5;1分
 (2) $y = 0.6x - 24$ ($x > 240$);3分
 (3) 40;4分
 (4) 260.5分

24. 解：设矩形场地的长 AB 为 x 米，则宽 AD 为 $(40-x)$ 米，由题意得1分
 $x(x - 40) = 300$2分
 解方程得 $x_1 = 30$, $x_2 = 10$3分
 当 $AB=30$ 时, $AD=10$;
 当 $AB=10$ 时, $AD=30$ (不合题意, 舍去);4分
 $\therefore AB=30, AD=10$.
 答：矩形场地的长为 30 米，则宽为 10 米.5分

25. (1) $a=0.05$; $b=14$; $c=0.30$;3分
 (2) 略;4分
 (3) $200 \times \frac{26}{40} = 130$ (名).5分

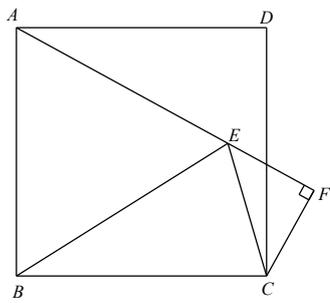
答：成绩优秀的约有 130 名.

26. 解：(1) \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到，
 $\therefore k = \frac{1}{2}$1分
 \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 过点 $(0, 1)$
 $\therefore b = 1$ 2分
 \therefore 该一次函数的表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$3分
 (2) $n \geq 0$5分

27. (1) 如图1分



解：∵正方形 $ABCD$ ，
 ∴ $AB=BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$.
 ∵ $BE=BA$ ，
 ∴ $AB=BE=BC$.
 ∴ 设 $\angle BAE=\angle BEA=x$ ， $\angle BEC=\angle BCE=y$.
 ∴ 四边形 $ABCE$ 的内角和为 360° ，
 ∴ $2x+2y+90=360^\circ$.
 ∴ $x+y=135^\circ$.
 ∴ $\angle AEC=135^\circ$.
 ∴ $\angle CEF=45^\circ$.



.....2分

(2) 数量关系是 $AF = \sqrt{2}DF + CF$.

如图，作 $DH \perp DF$ ，交 AF 于点 H .

∴ $\angle ADH = \angle CDF = 90^\circ - \angle HDC$.
 ∵ $\angle EFC = 90^\circ$ ，
 又 ∵ $\angle CEF = 45^\circ$ ，
 ∴ $\triangle EFC$ 是等腰直角三角形.
 ∴ $EF = FC$.
 ∵ $\angle DAB = 90^\circ$ ， $\angle BAE = x$ ，
 ∴ $\angle DAH = 90^\circ - x$ ，
 ∵ $\angle DCE = 90^\circ - y$ ，
 ∴ $\angle FCD = 45^\circ - (90^\circ - y) = y - 45^\circ$. □

又 ∵ $x + y = 135^\circ$ ，

∴ $y = 135^\circ - x$.

∴ $\angle FCD = 90^\circ - x$.

∴ $\angle DAH = \angle DCF$.

∵ 正方形 $ABCD$ ，

∴ $AD = DC$.

在 $\triangle DAH$ 和 $\triangle DCF$ 中，

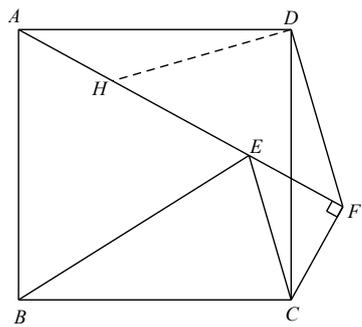
$$\begin{cases} \angle DAH = \angle DCF \\ AD = DC \\ \angle ADH = \angle FDC \end{cases}$$

∴ $\triangle DAH \cong \triangle DCF$ (AAS).

∴ $AH = CF$ ， $DH = DF$.

∴ $\triangle DHF$ 是等腰直角三角形.

∴ $HF = \sqrt{2}DF$.



.....6分



$$\because AF = HF + AH ,$$

$$\therefore AF = \sqrt{2}DF + CF .$$

.....7分

28. (1) $1; \sqrt{5};$

.....2分

(2) $(1, 3)$ 或 $(3 + \sqrt{2}, 5 + \sqrt{2});$

.....4分

(3) $-5 - \sqrt{6} \leq b \leq 2 + \sqrt{6} .$

.....7分