



2024 北京昌平初一（下）期末

数 学

2024.06

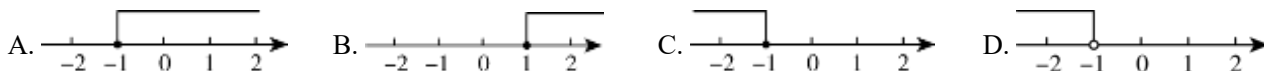
本试卷共 9 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后将答题卡交回。

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 2024 北京月季文化节正式开启，11 个展区共展示超 3000 个品种的月季。传统月季花粉为单粒花粉，呈长球形或超长球形，大小为 $37.59 \sim 51.95 \mu\text{m} \times 17.02 \sim 25.33 \mu\text{m}$ 。其中 $37.59 \mu\text{m} = 0.003759 \text{cm}$ ，把 0.003759 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.3759×10^{-2} B. 0.3759×10^2 C. 3.759×10^{-3} D. 3.759×10^3

2. 不等式 $3x < 2x - 1$ 的解集在数轴上可以表示为（ ）



3. 在今年的“五一”假期中，昌平消费市场“花样翻新”，多景区客流“爆棚”，客流量与文旅消费均呈现上升趋势。为了解中学生的假期出游情况，从全校 2000 名学生记录的假期出游时间（单位：小时）中随机抽取了 200 名学生的假期出游时间（单位：小时）进行统计，以下说法正确的是（ ）

- A. 2000 名学生是总体 B. 样本容量是 2000
C. 200 名学生的假期出游时间是样本 D. 此调查为全面调查

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^3)^2 = a^6$ C. $a^2 + a^2 = a^4$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

5. 如果 $a > b$ ，那么下列不等关系一定成立的是（ ）

- A. $a + 1 < b + 1$ B. $-2a > -2b$ C. $ac > bc$ D. $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$

6. 如图，一条街道有两个拐角 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ ，已知 $AB \parallel CD$ ，若 $\angle ABC = 150^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数是（ ）



- A. 30° B. 120° C. 130° D. 150°

7. 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax - y = 3$ 的一个解，则 a 的值为（ ）

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

8. 已知 a, b 为有理数，则下列说法正确的是（ ）

- ① $(a+b)^2 \geq 0$ ；② $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ；③ $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 2ab$

A. ①

B. ①②

C. ①③

D. ①②③

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 因式分解： $3x^2 - 6x + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果一个角等于 70° ，那么这个角的补角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ °.

11. 计算： $(6x^2 + 4x) \div 2x = \underline{\hspace{2cm}}$.

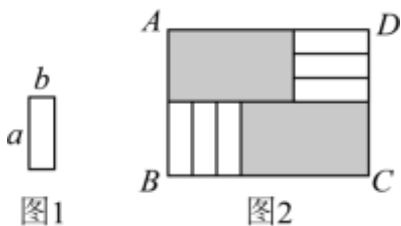
12. 已知命题“同位角相等”，这个命题是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 命题.（填“真”或“假”）

13. 计算： $(2x+1)(x-2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若 $2^x = 4$ ， $2^y = 16$ ，则 $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 4月23日为世界读书日，小萱从图书馆借来一本共266页的书，计划在10天内读完（包括第10天）. 如果前4天每天只读15页，若从第5天起平均每天读 x 页才能按计划完成，则根据题意可列不等式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图1的长为 a ，宽为 b ($a > b$) 的小长方形纸片，按图2的方式不重叠地放在长方形 $ABCD$ 内，未被覆盖的部分（两个长方形）用阴影表示. 设左上角与右下角的阴影部分的面积的差为 S ，当 BC 的长度变化时，按照同样的放置方式， S 始终保持不变，则 a, b 满足的数量关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



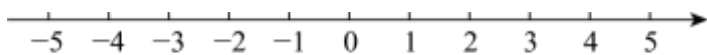
三、解答题（本题共 12 道小题，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 计算： $2^2 - (5 - \pi)^0 + 3^{-1} - \left| -\frac{1}{3} \right|$.

18. 解不等式： $2x + 1 < 13 - x$.

19. 解方程组：
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$$

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} x + 2 \leq 3 \\ 2x \leq 5x + 6 \end{cases}$$
 并把它的解集在数轴上表示出来.



21. 已知 $x^2 - x = 1$ ，求代数式 $(x-1)^2 + (x-3)(x+3)$ 的值.

22. 补全解答过程：

如图， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 3 = \angle A$.

求证： $\angle B = \angle C$.

证明： $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

∴ _____ (同旁内角互补, 两直线平行).

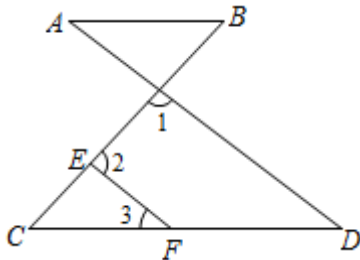
∴ $\angle 3 = \angle D$ (_____).

又∵ $\angle 3 = \angle A$,

∴ _____.

∴ $AB \parallel CD$ (_____).

∴ $\angle B = \angle C$ (_____).

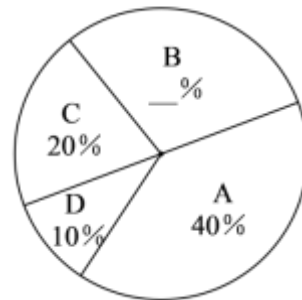
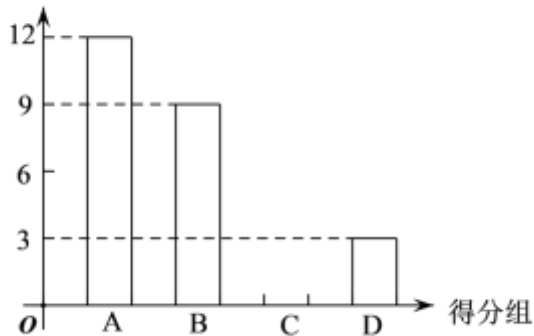


23. 某校开展数学节活动, 活动成果是学生形成对于数学探索的海报, 活动以“集市”形式展览个人的作品, 并面向同学和老师讲解自己的作品, “小创客”创意市集作品的评价涉及四个维度: 创意的真实性、创意的新颖性、创意的科学性和表达的严谨性, 并以四个维度总分记为最后得分, 满分 100 分, 小明经过抽样调查部分得分数据, 具体得分分布在以下四组内:

$75 \leq A < 80, 80 \leq B < 85, 85 \leq C < 90, 90 \leq D \leq 95$, 并把得分情况绘制成如下统计图: C 组得分: 87, 86, 88, 86, 86, 89

“小创客”创意市集作品得分条形统计图 “小创客”创意市集作品得分扇形统计图

得分人数



(1) 本次调查了 _____ 名学生, B 组扇形统计图的圆心角度数为 _____ $^{\circ}$.

(2) C 组得分的平均数是 _____, 众数是 _____, 中位数是 _____.

(3) 若某校有 500 人参加此次“小创客”创意市集作品展示, 请你估计得分超过 86 分的有多少人?

24. 端午节前夕, 小明和小华相约一起去超市购买粽子. 小明购买 A 品牌和 B 品牌的粽子各 1 袋, 共花费 55 元; 小华购买 A 品牌粽子 3 袋和 B 品牌粽子 2 袋, 共花费 135 元.

(1) 求 A、B 两种品牌粽子每袋各是多少元;

(2) 端午假期, 小明一家回老家探亲, 小明妈妈想要再买一些粽子送给亲戚, 于是拿出 500 元交给小明, 让他去超市购买 A、B 两种品牌粽子共 18 袋, 且想要尽量多购入 B 品牌粽子, 请问小明最多购买 B 品牌粽子多少袋?

25. 观察个位上的数字是 5 的两位数的平方（任意一个个位数字为 5 的两位数 $\overline{n5}$ 可用代数式 $10n + 5$ 来表示，其中 $1 \leq n \leq 9$ ， n 为正整数），会发现一些有趣的规律。请你仔细观察，探索其规律。

第 1 个等式： $15^2 = (1 \times 2) \times 100 + 25$ ；

第 2 个等式： $25^2 = (2 \times 3) \times 100 + 25$ ；

第 3 个等式： $35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 25$ ；

...

- (1) 写出第 4 个等式：_____；
- (2) 用含 n 的等式表示你的猜想并证明；
- (3) 计算： $115^2 - (8 \times 9 \times 100 + 25) =$ _____.



26. 小明为了方便探究关于 x, y 的二元一次方程 $ax + by = 9$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 解的规律，把 x 和 y 的部分值分别填入如下表，(x 的值从左到右依次增大)。

x	-7	-4	0	2	8
y	10	7	p	1	-5

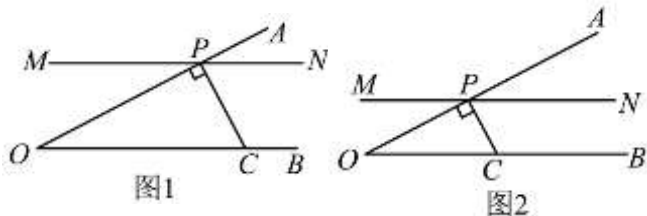
- (1) p 的值为_____ (填正确的序号)。
①17； ②3； ③-1
- (2) 下列方程中，与 $ax + by = 9$ 组成方程组，在 $-7 < x < 8$ 范围内有解的是_____ (填正确的序号)。
① $2x + y = -5$ ； ② $x + 2y = -4$ ； ③ $3x - y = 1$ ，
- (3) 已知关于 x, y 的二元一次方程 $cx + dy = 1$ ($c \neq 0, d \neq 0$) 的部分解如下表所示：

x	-7	...	0	...	8
y	-2	...	q	...	13

则方程组 $\begin{cases} ax + by = 9 \\ cx + dy = 1 \end{cases}$ 的解为_____ (填正确的序号)

- ① $\begin{cases} x = -9 \\ y = 6 \end{cases}$ ； ② $\begin{cases} x = -8 \\ y = 11 \end{cases}$ ； ③ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$ ； ④ $\begin{cases} x = 7 \\ y = -4 \end{cases}$

27. 已知 $\angle AOB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)，点 C 是射线 OB 上一点，过点 C 作 OA 的垂线交射线 OA 于点 P ，过点 P 作 $MN \parallel OB$ ，点 D 是射线 OA 上一点，过点 D 作 CD 的垂线分别交直线 MN ， OB 于点 E, F 。



(1) 如图1, CD 平分 $\angle OCP$ 时,

①根据题意补全图形;

②求 $\angle ODF$ 的度数 (用含 α 式子表示);

(2) 如图2, 当 CD 平分 $\angle PCB$ 时, 直接写出 $\angle ODF$ 的度数 (用含 α 式子表示).

28. 已知 x_1, x_2 是不等式组解集中的解, 若存在一个 a , 使 $x_1 + x_2 = 2a$, 我们把这样的 x_1, x_2 称为该不等式组的“关联解”, a 叫做“关联系数”.

(1) 当 $a = 0$ 时, 下列不等式组存在“关联解”的是_____.

A. $\begin{cases} x+1 > 2 \\ 2x > x+4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} -x+1 < 2 \\ \frac{1}{2}x > x-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x < 2x+1 \\ 2x < x-2 \end{cases}$

(2) 不等式组 $\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \geq x - 2 \\ 2x + a \leq x + 2a + 5 \end{cases}$ 的解集上存在“关联解”, 若 $x_1 = -2$, “关联系数 a ”的取值范围为_____.

(3) 不等式组 $\begin{cases} x \geq -a - 1 \\ 3x \leq 2x + 2a \end{cases}$ 的解集存在关联解, $x_1 = 8 - a$, 若 $a + b + c = 12$, 且 $\frac{2a + 10b + 10c}{16}$ 是整

数, 直接写出“关联系数 a ”的值_____.

参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 【答案】C

【分析】本题考查科学记数法，绝对值小于 1 的负数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定，根据科学记数法的方法进行计算即可。

【详解】解： $0.003759 = 3.759 \times 10^{-3}$ ，

故选：C.

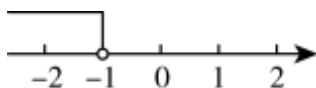
2. 【答案】D

【分析】本题考查了解一元一次不等式及不等式解集的表示，解题的关键是掌握解一元一次不等式的方法及不等式解集的表示方法。依次移项、合并同类项可得不等式的解集，从而得出答案。

【详解】解：移项，得： $3x - 2x < -1$ ，

合并同类项，得： $x < -1$ ，

把不等式的解集表示在数轴上：



故选：D.



3. 【答案】C

【分析】本题考查了全面调查与抽样调查，总体、个体、样本、样本容量，熟练掌握这些数学概念是解题的关键。根据全面调查与抽样调查，总体、个体、样本、样本容量的意义，逐一判断即可解答。

【详解】解：A. 2000 名学生的假期出游时间是总体，故选项 A 不符合题意；

B. 样本容量是 200，故选项 B 不符合题意；

C. 200 名学生的假期出游时间是样本，故选项 C 符合题意；

D. 此调查为抽样调查，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

4. 【答案】B

【分析】本题主要考查了合并同类项，同底数幂相除，幂的乘方，同底数幂相乘，根据合并同类项，同底数幂相除，幂的乘方，同底数幂相乘，逐项判断即可求解。

【详解】解：A: $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故选项 A 错误；

B: $(-a^3)^2 = a^6$ ，故选项 B 正确；

C: $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故选项 C 错误；

D: $a^8 \div a^2 = a^6$ ，故选项 D 错误；

故选：B.

5. 【答案】D

【分析】本题考查不等式的基本性质，解答关键是熟知不等式的基本性质①不等式基本性质 1：不等式的两边同时加上(或减去)同一个数(或式子)，不等号的方向不变；②不等式基本性质 2：不等式的两边同时乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；③不等式基本性质 3：不等式的两边同时乘(或除以)同一个负数，不等号的方向变。利用不等式的基本性质逐项判断即可解答。

【详解】解：∵ $a > b$ ，

$$\therefore a+1 > b+1,$$

故选项 A 不符合题意；

$$\therefore a > b,$$

$$\therefore -2a < -2b,$$

故选项 B 不符合题意；

$$\therefore a > b,$$

当 $c > 0$ ， $ac > bc$ ，

当 $c < 0$ ， $ac < bc$ ，

故选项 C 不符合题意；

$$\therefore a > b,$$

$$\therefore \frac{a}{5} > \frac{b}{5},$$

故选项 D 符合题意；

故选：D.

6. 【答案】D

【分析】本题考查了平行线的性质：两直线平行，内错角相等，由 $AB \parallel CD$ ，根据两直线平行，内错角相等，可得 $\angle BCD$ 的度数，解题的关键是将实际问题转化为数学问题求解。

【详解】∵ $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 150^\circ$

$$\therefore \angle BCD = \angle ABC = 150^\circ \text{ (两直线平行，内错角相等).}$$

故选：D.

7. 【答案】D

【分析】将这组值代入二元一次方程即可得出答案。

【详解】解：将 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入 $ax-y=3$ 得： $2a-1=3$ ，

解得： $a=2$ ，故 D 正确。

故选：D.

【点睛】本题考查二元一次方程的解，正确理解方程的解是解题的关键。

8. 【答案】B

【分析】本题考查整式的乘法-公式法，关键是熟练掌握完全平方公式，根据完全平方公式逐一进行检验即



可.

【详解】解：∵ $(a+b)^2 \geq 0$ ，故①正确；

$$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \geq 0,$$

∴ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ，故②正确；

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = (a-b)^2 + 4ab,$$

故③不正确；

故选：B

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】 $3(x-1)^2$ 或 $3(1-x)^2$

【分析】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解答本题的关键. 原式提取公因式 3，再利用完全平方公式分解即可.

【详解】解： $3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$ ，

故答案为： $3(x-1)^2$.

10. 【答案】 110

【分析】本题主要考查了补角，解题的关键在于熟知如果两个角的度数之和为 180° ，那么这两个角互补，根据补角的定义求解即可.

【详解】解：∵ 一个角等于 70° ，

$$\therefore \text{这个角的补角是 } 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

故答案为： 110 .

11. 【答案】 $3x+2$

【分析】直接利用整式的除法运算法则计算得出答案.

【详解】解：原式 $= 6x^2 \div 2x + 4x \div 2x$
 $= 3x + 2$.

故答案为： $3x+2$.

【点睛】本题主要考查了整式的除法运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

12. 【答案】 假

【分析】本题主要考查了平行线的性质及真假命题的判断. 正确的命题叫真命题，错误的命题叫假命题. 要说明一个命题是真命题，必须一步一步有根有据的证明；要说明一个命题是假命题，只需要举一个反例即可. 掌握判断真假命题的方法是解题的关键，根据平行线的性质判断即可.

【详解】解：两直线平行时，同位角相等；两直线不平行时，同位角不相等. 因此命题“同位角相等”不一定成立，是假命题.

故答案为： 假 .

13. 【答案】 $2x^2 - 3x - 2$.



【分析】根据多项式乘多项式的运算法则进行解答即可得出答案.

【详解】 $(2x+1)(x-2) = 2x^2 - 4x + x - 2 = 2x^2 - 3x - 2$;

故答案为: $2x^2 - 3x - 2$.

【点睛】此题主要考查多项式乘多项式运算, 熟练掌握, 即可解题.

14. 【答案】6

【分析】本题主要考查了有理数的乘方运算, 将原式变形求出 x 和 y 的值即可得到答案.

【详解】解: $\because 2^x = 4$,

$$\therefore 2^x = 2^2,$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\because 2^y = 2^4,$$

$$\therefore y = 4,$$

$$\therefore x + y = 6,$$

故答案为: 6



15. 【答案】 $60 + 6x \geq 266$

【分析】本题考查列不等式, 先计算出前 4 天读的页数, 再列出后 6 天读的页数的表达式, 根据读的页数的总和必须大于或等于书的总页数建立不等式即可.

【详解】解: 根据题意得, 前 4 天读的页数为 $4 \times 15 = 60$ 页,

后 6 天读的页数为: $6x$,

根据题意得读的页数的总和需要大于或等于 266 页,

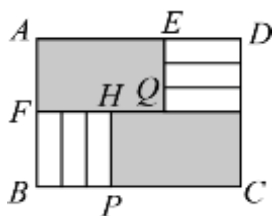
$$\text{故 } 60 + 6x \geq 266,$$

故答案为: $60 + 6x \geq 266$.

16. 【答案】 $a = 3b$

【分析】本题主要考查了整式的混合运算的应用, 表示出左上角与右下角部分的面积, 求出之差, 根据差与 BC 无关即可求出 a 与 b 的关系式, 弄清题意是解本题的关键.

【详解】如图,



左上角阴影部分的长为 AE , 宽为 $AF = 3b$, 右下角阴影部分的长为 PC , 宽为 a ,

$$\because AD = BC, \text{ 即 } AE + ED = AE + a, BC = BP + PC = 3b + PC,$$

$$\therefore AE + a = 3b + PC, \text{ 即 } AE - PC = 3b - a,$$

$$\therefore \text{阴影部分面积之差 } S = AE \cdot AF - PC \cdot PH$$

$$= 3b \cdot AE - a \cdot PC$$



$$\begin{aligned} &= 3b(PC + 3b - a) - a^2PC \\ &= (3b - a)PC + 9b^2 - 3ab, \end{aligned}$$

$\because S$ 始终保持不变,

$$\therefore 3b - a = 0, \text{ 即 } a = 3b,$$

故答案为 $a = 3b$.

三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 【答案】 3

【分析】 此题主要考查实数的混合运算, 根据零次幂、负整数指数幂定义及实数的性质进行化简, 即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & 2^2 - (5 - \pi)^0 + 3^{-1} - \left| -\frac{1}{3} \right| \\ &= 4 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \\ &= 3. \end{aligned}$$

18. 【答案】 $x < 4$

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 按照移项, 合并同类项, 系数化为 1 的步骤解不等式即可.

$$\text{【详解】解: } 2x + 1 < 13 - x$$

$$\text{移项得: } 2x + x < 13 - 1,$$

$$\text{合并同类项得: } 3x < 12,$$

$$\text{系数化为 1 得: } x < 4.$$

$$19. \text{【答案】 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

【分析】 本题考查了解二元一次方程组, 利用加减消元法进行计算即可.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} x + 2y = 7 \text{ ①} \\ 3x - 4y = 1 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{解: 将 ①} \times 2 + \text{② 得 } 5x = 15,$$

$$\text{解得 } x = 3,$$

$$\text{将 } x = 3 \text{ 代入 ① 得 } 3 + 2y = 7,$$

$$\text{解得 } y = 2,$$

$$\therefore \text{方程组的解为: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

20. 【答案】 $-2 \leq x \leq 1$, 见解析

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组, 在数轴上表示不等式组的解集, 先求出每个不等式的解集,

再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集，进而在数轴上表示出不等式组的解集即可。

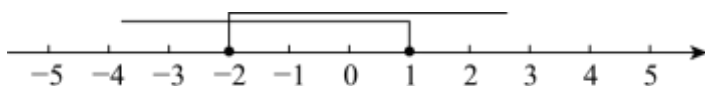
【详解】解：
$$\begin{cases} x+2 \leq 3 \text{①} \\ 2x \leq 5x+6 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \leq 1$ ，

解不等式②得： $x \geq -2$ ，

\therefore 不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$ ，

数轴表示如下：



21. 【答案】 -6

【分析】 本题考查了整式的混合运算-化简求值，首先通过完全平方公式和平方差公式进行整式的乘法运算，再把 $x^2 - x = 1$ 代入，即可求解。

【详解】 解： $\because x^2 - x = 1$ ，

$$\therefore (x-1)^2 + (x-3)(x+3)$$

$$= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 9$$

$$= 2x^2 - 2x - 8$$

$$= 2(x^2 - x) - 8$$

$$= 2 \times 1 - 8$$

$$= -6.$$

22. 【答案】 $AD \parallel EF$ ；两直线平行，同位角相等； $\angle A = \angle D$ ；内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等。

【分析】 依据平行线的判定，即可得到 $AD \parallel EF$ ，得出 $\angle 3 = \angle D$ ，进而得出 $\angle A = \angle D$ ，再根据平行线的判定，即可得到 $AB \parallel CD$ ，最后根据平行线的性质得出结论。

【详解】 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel EF$ （同旁内角互补，两直线平行）。

$\therefore \angle 3 = \angle D$ （两直线平行，同位角相等）。

又 $\because \angle 3 = \angle A$ ，

$\therefore \angle A = \angle D$ 。

$\therefore AB \parallel CD$ （内错角相等，两直线平行）。

$\therefore \angle B = \angle C$ （两直线平行，内错角相等）。

故答案为： $AD \parallel EF$ ；两直线平行，同位角相等； $\angle A = \angle D$ ；内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等。

【点睛】 此题主要考查平行线的判定与性质，熟练掌握，即可解题。

23. 【答案】(1) 30, 108

(2) 87分, 86分, 86.5分

(3) 估计得分超过86分的有100人

【分析】此题考查的是条形统计图和扇形统计图、平均数、众数、中位数, 用样本估计总体;

(1) 根据A组的人数除以占比求出学生数, 根据B组的人数的占比乘以 360° 即可求解;

(2) 根据平均数众数中位数定义计算即可求解;

(3) 用得分超过86分的学生人数的占比乘以500, 即可求解.

【小问1详解】

解: $12 \div 40\% = 30$ 人,

\therefore 本次调查了30名学生,

$360^\circ \times 1 - 40\% - 10\% - 20\% = 108^\circ$,

\therefore B组扇形统计图的圆心角度数为 108° ;

【小问2详解】

因为C组得分按从小到大排列为: 86, 86, 86, 87, 88, 89,

\therefore C组得分的平均数是 $87 + 86 + 88 + 86 + 86 + 89 \times \frac{1}{6} = 87$ 分,

众数是86分,

中位数是 $\frac{86 + 87}{2} = 86.5$ 分;

【小问3详解】

$500 \times \frac{3 + 3}{30} = 100$ 人,

则估计得分超过86分的有100人.

24. 【答案】(1) A品牌粽子每袋是25元, B品牌粽子每袋是30元

(2) 小明最多购买B品牌粽子10袋

【分析】此题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是理解题意, 正确列出方程组和不等式.

(1) 设A品牌粽子每袋是 x 元, B品牌粽子每袋是 y 元, 根据题意建立方程组, 解方程组即可得到答案;

(2) 设购买B品牌粽子 m 袋, 则购买A品牌的粽子为 $18 - m$ 袋, 根据总费用小于等于500建立不等式, 解不等式即可得到答案;

【小问1详解】

解: 设A品牌粽子每袋是 x 元, B品牌粽子每袋是 y 元,

根据题意得
$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 3x + 2y = 135 \end{cases}$$



$$\text{解方程组得} \begin{cases} x = 25 \\ y = 30 \end{cases},$$

答：A 品牌粽子每袋是 25 元，B 品牌粽子每袋是 30 元；

【小问 2 详解】

解：设购买 B 品牌粽子 m 袋，则购买 A 品牌的粽子为 $18 - m$ 袋，总费用为 n 元，

根据题意得 $n = 25(18 - m) + 30m$ ，

整理得 $n = 5m + 450$ ，

$\because 5m + 450 \leq 500$ ，

$\therefore m \leq 10$ ，

\therefore 小明最多购买 B 品牌粽子 10 袋。

25. **【答案】** (1) $45^2 = (4 \times 5) \times 100 + 25$

(2) $(10n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25$ ，证明见解析

(3) 6000

【分析】 (1) 通过观察可得第 4 个式子；

(2) 通过观察可得第 n 个式子，根据完全平方公式进行换算即可证明答案；

(3) 利用规律逆向计算，再利用平方差公式进行计算即可。

【小问 1 详解】

解：第 4 个等式为： $45^2 = (4 \times 5) \times 100 + 25$ ，

故答案为： $45^2 = (4 \times 5) \times 100 + 25$ ；

【小问 2 详解】

解：猜想用含 n 的等式表示为： $(10n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25$ ，

证明： $(10n + 5)^2$

$$= 100n^2 + 100n + 25$$

$$= 100(n^2 + n) + 25$$

$$= 100n(n + 1) + 25，$$

故用含 n 的等式表示为： $(10n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25$ ；

【小问 3 详解】

解： $115^2 - (8 \times 9 \times 100 + 25)$

$$= 115^2 - 85^2$$

$$= (115 + 85)(115 - 85)$$

$$= 200 \times 30$$



= 6000 ,

故答案为: 6000 .

【点睛】 本题考查数字的变化规律, 通过观察所给的式子, 找到式子规律是解题的关键.

26. 【答案】 (1) ② (2) ③

(3) ③

【分析】 本题考查二元一次方程的解和解二元一次方程组, 解题的关键是掌握加减消元法和代入消元法.

(1) 先根据表格中的值, 建立关于 a 、 b 的二元一次方程组, 解方程组得到 a 、 b 的值, 即可求出二元一次方程, 再将 $x=0$ 代入方程即可求得答案;

(2) 依次将三个选项与原方程组方程组, 求出方程组的解进行判断即可;

(3) 根据表格的数据, 建立关于 c 、 d 的二元一次方程组, 解方程组得到 c 、 d 的值, 即可得到原方程组, 再解方程组即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 当 $x=-4$, $y=7$ 时, $-4a+7b=9$,

当 $x=2$, $y=1$ 时, $2a+b=9$,

$$\therefore \begin{cases} -4a+7b=9 \\ 2a+b=9 \end{cases}$$

$$\text{解方程组得} \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases},$$

\therefore 二元一次方程为: $3x+3y=9$, 即 $x+y=3$,

当 $x=0$ 时, $y=3$,

故 $p=3$,

故答案为: ②;

【小问 2 详解】

解: $\because ax+by=9$ 方程为: $x+y=3$,

\therefore ①当方程为 $2x+y=-5$ 时,

$$\text{方程组为:} \begin{cases} x+y=3 \\ 2x+y=-5 \end{cases},$$

$$\text{解方程组得:} \begin{cases} x=-8 \\ y=11 \end{cases},$$

$\because x=-8$ 不在 $-7 < x < 8$ 范围内,

故①不符合题意;

③当方程为 $3x-y=1$ 时,

$$\text{方程组为:} \begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=1 \end{cases},$$



解方程组得： $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ，

$\because x=1$ 在 $-7 < x < 8$ 范围内，

故③符合题意；

故答案为：③；

【小问 3 详解】

解：二元一次方程 $cx+dy=1$ 中，当 $x=-7$ ， $y=-2$ 时，方程为 $-7c-2d=1$ ；

当 $x=8$ ， $y=13$ ，方程为 $8c+13d=1$ ；

$\therefore \begin{cases} -7c-2d=1 \\ 8c+13d=1 \end{cases}$ ，

解方程组得 $\begin{cases} c=-\frac{1}{5} \\ d=\frac{1}{5} \end{cases}$ ，

则方程 $cx+dy=1$ 为 $-\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}y=1$ ，即 $-x+y=5$ ，

\therefore 方程组 $\begin{cases} ax+by=9 \\ cx+dy=1 \end{cases}$ 为： $\begin{cases} x+y=3 \\ -x+y=5 \end{cases}$ ，

解方程组得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$ ，

故答案为：③。

27. 【答案】(1) ①见详解；② $\frac{90^\circ-\alpha}{2}$

(2) $135^\circ-\frac{\alpha}{2}$

【分析】 本题考查三角形角平分线的性质，三角形的外角等知识点，解题的关键是三角形外角的计算。

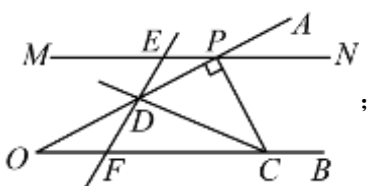
(1) ①根据题意作图；

②根据题意可知 $\angle PCD = \angle OCD$ ，进而得到 $\angle ODF = \angle EDP = \angle DCP$ ，从而求解；

(2) 根据题意可得 $\angle PCF = 90^\circ + \alpha$ ， $\angle PDC = 90^\circ - \frac{90^\circ + \alpha}{2} = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$ ，即可得到 $\angle ODF$ 的度数。

【小问 1 详解】

①根据题意作图如下：



$$\textcircled{2} \because \angle POC = \alpha,$$

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ - \alpha,$$

$\because CD$ 平分 $\angle OCP$,

$$\therefore \angle PCD = \angle OCD = \frac{90^\circ - \alpha}{2},$$

$\because EF \perp CD, CP \perp OP$,

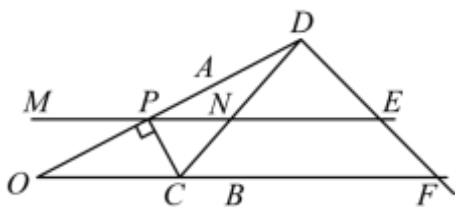
$$\therefore \angle EDP + \angle PDC = \angle PCD + \angle PDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODF = \angle EDP = \angle DCP,$$

$$\therefore \angle ODF = \angle PCD = \frac{90^\circ - \alpha}{2};$$

【小问 2 详解】

根据题意画图可得：



$$\because \angle AOB = \alpha, CP \perp OP,$$

$$\therefore \angle PCF = 90^\circ + \alpha,$$

$\because CD$ 平分 $\angle PCB$,

$$\therefore \angle PCD = \angle FCD = \frac{90^\circ + \alpha}{2},$$

$$\therefore \angle PDC = 90^\circ - \frac{90^\circ + \alpha}{2} = 45^\circ - \frac{\alpha}{2},$$

$$\therefore \angle ODF = 90^\circ + \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 135^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

28. **【答案】** (1) B (2) $-2.5 \leq a \leq 3$

(3) 3, 5, 7

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，理解不等式组的“关联解”定义以及熟练掌握一元一次不等式组的解法是解此题的关键。

(1) 先求出每个不等式组的解集，再根据不等式组的“关联解”定义判断即可；

(2) 先求出不等式组的解集是 $-3 \leq x \leq a+5$ ，求出 $x_2 = 2a+2$ ，根据题意得出不等式组并求出即可。

(3) 先求出不等式组的解集是 $-a-1 \leq x \leq 2a$ ，根据“关联解”定义得出 $\begin{cases} -a-1 \leq 8-a \leq 2a \\ -a-1 \leq 3a-8 \leq 2a \end{cases}$ 解出 a 的

范围，结合 $\frac{2a+10b+10c}{16}$ 是整数即可求出结论。



【小问1详解】

$$\text{解: A. } \begin{cases} x+1 > 2 \text{ ①} \\ 2x > x+4 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x > 1$,

解不等式②得: $x > 4$,

当 $a = 0$ 时, 不存在 $x_1 + x_2 = 2a = 0$,

$$\text{B. } \begin{cases} -x+1 < 2 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x > x-1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x > -1$,

解不等式②得: $x < 2$,

当 $a = 0$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{2}$ 时, 存在 $x_1 + x_2 = 2a = 0$,

$$\text{C. } \begin{cases} 3x < 2x+1 \text{ ①} \\ 2x < x-2 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得: $x < 1$,

解不等式②得: $x < -2$,

当存在 $x_1 + x_2 = 2a = 0$,

当 $a = 0$ 时, 不存在 $x_1 + x_2 = 2a = 0$,

故选: B;

【小问2详解】

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \geq x - 2 \text{ ①} \\ 2x + a \leq x + 2a + 5 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x \geq -3$,

解不等式②得: $x \leq a + 5$,

\therefore 不等式组的解集是 $-3 \leq x \leq a + 5$,

若 $x_1 = -2$, 且 $x_1 + x_2 = 2a$,

$$\therefore x_2 = 2a + 2,$$

$$\therefore -3 \leq x_2 \leq a + 5,$$

$$\therefore -3 \leq 2a + 2 \leq a + 5$$

$$\therefore -5 \leq 2a \leq a + 3,$$

$$\therefore -2.5 \leq a \leq 3,$$

故答案为: $-2.5 \leq a \leq 3$;



【小问3详解】

$$\begin{cases} x \geq -a-1 \text{ ①} \\ 3x \leq 2x+2a \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x \geq -a-1$,

解不等式②得: $x \leq 2a$,

\therefore 不等式组的解集是 $-a-1 \leq x \leq 2a$,

若 $x_1 = 8-a$, 且 $x_1 + x_2 = 2a$,

$$\therefore x_2 = 3a-8,$$

$$\therefore \begin{cases} -a-1 \leq x_1 \leq 2a \\ -a-1 \leq x_2 \leq 2a \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} -a-1 \leq 8-a \leq 2a \\ -a-1 \leq 3a-8 \leq 2a \end{cases},$$

$$\text{解得: } \frac{8}{3} \leq a \leq 8,$$

$$\therefore a+b+c=12,$$

$$\therefore b+c=12-a,$$

$$\therefore \frac{2a+10b+10c}{16} = \frac{2a+10(12-a)}{16} = \frac{15-a}{2},$$

$$\therefore \frac{2a+10b+10c}{16} \text{ 是整数, } \frac{8}{3} \leq a \leq 8,$$

$$\therefore a=3,5,7.$$

故答案为: 3,5,7.

