2024北京昌平初二（下）期末

数　学

本试卷共8页，三道大题，28个小题，满分100分．考试时间120分钟．考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，请交回答题卡．

一、选择题（共16分，每题2分，第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 在《2023北京市数字经济标杆企业评价报告》中，昌平区共有7家重点企业成功获评北京市数字经济标杆企业． 以下是四家标杆企业的商标，其中商标图形是中心对称图形的是（　）

A.　　B.　　C.　　D.

2. 点 $P(-2,3)$ 所在的象限是（　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 若 $x=1$ 是方程 $x^2+mx+1=0$ 的一个解，则 m 的值为（　）

A. 2　　B. -2　　C. 0　　D. 4

4. 下列判断错误的是（　）

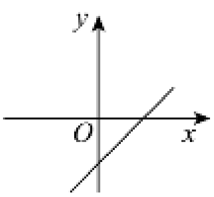
A. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形

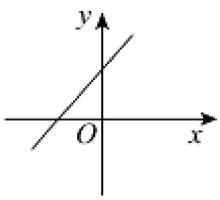
B. 有一个角是直角的菱形是正方形

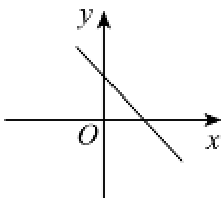
C. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

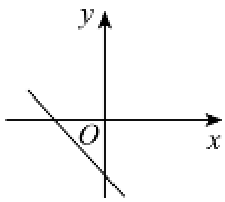
D. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

5. 若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、四象限，则直线 $y=bx+k$ 的图象大致是（　）

A. 

B. 

C. 

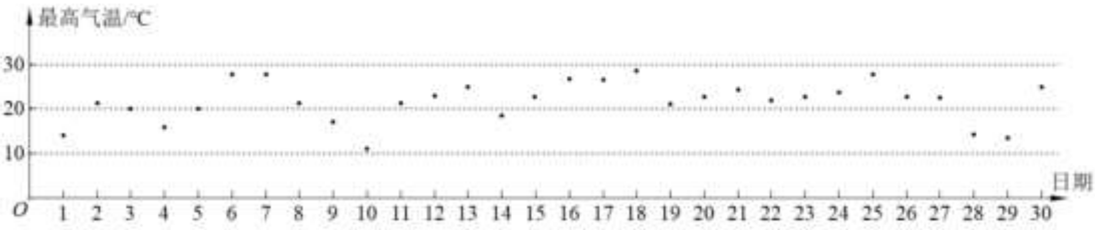
D. 

6. 某社区为改善环境，决定加大绿化投入． 四月份绿化投入25万元，六月份绿化投入49万元，五月份和六月份绿化投入的月平均增长率相同．设五月份和六月份绿化投入的月平均增长率为 x，根据题意所列方程为（　）

A. $25(1+x)+25(1+2x)=49$　　B. $25(1-x)^2=49$

C. $25(1+x)^2=49$　　D. $25+25(1+x)+25(1+x)^2=49$

7. 北京市昌平区2024年4月每日最高气温统计图如下：



根据统计图提供的信息，则下列说法正确的是（   ）

A. 若将每日最高气温由高到低排序，4 月 4 日排在第 30 位

B. 4 月份最高气温出现在 4 月 19 日

C. 4 月 24 日到 4 月 25 日气温上升幅度最大

D. 若记 4 月上旬（1 日至 10 日）的最高气温的方差为 s_1^2，中旬（11 日至 20 日）的最高气温的方差为 s_2^2，则 $s_1^2 > s_2^2$

8. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中的四个点 $A(1,0)$，$B(0,3)$，$C(-1,0)$，$D(0,-3)$，恒过定点 $\left(2,0\right)$ 的直线 $y=k\left(x-2\right)$，与四边形 $ABCD$ 交于点 M，N（点 M 和 N 可以重合）．根据学习函数的经验，线段 MN 的长度 l 可以看做 k 的函数，绘制函数 l 的图象如图 2．下列说法正确的是（   ）

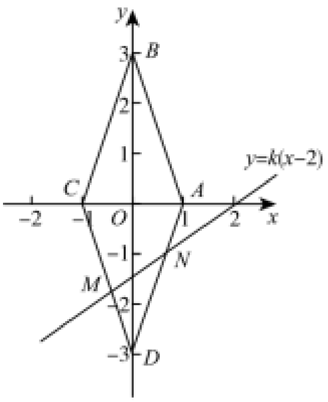


图1

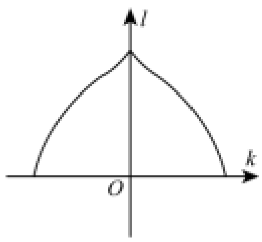


图2

A. l 是 k 的一次函数

B. 函数 l 有最大值为 3

C. 当 $k>0$ 时，函数 l 随 k 的增大而增大

D. 函数 l 的图象与横轴的一个交点是 $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 函数 $y=\dfrac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是__.

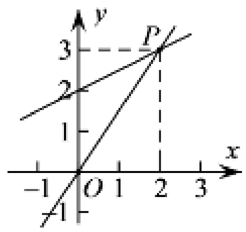
10. 已知点 $A\left(x_1,y_1\right)$ 和 $B\left(x_2,y_2\right)$ 是一次函数 $y=kx+2\ (k>0)$ 图象上的两点，且 $x_1<x_2$，则 y_1_______ y_2.（填“>”或“<”）

11. 任意一个五边形的内角和为__________.

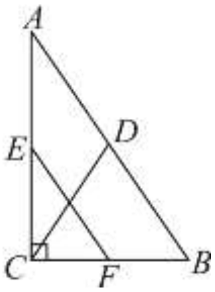
12. 用配方法解方程 $x^2-8x+2=0$ 时，可将方程变为 $(x-m)^2=n$ 的形式，则 m 的值为______.

13. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1：$y=\dfrac{1}{2}x+2$ 与直线 l_2：$y=kx$ 交于点 P，则方程组

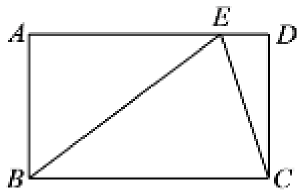
$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x+2 \\ y=kx \end{cases}$ 的解是______.



14. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，点D、E、F分别为AB、AC、BC的中点，若$EF=5$，则CD的长为______.



15. 如图，已知四边形$ABCD$是矩形，$AB=6$，点E在AD上，$DE=2$．若EC平分$\angle BED$，则BC的长为______.



16. 如图1所示，7×5的正方形网格中，阴影部分已被覆盖． 现需用图2中的四块矩形放置到图1中，实现剩余空白部分的完全覆盖，如图3．

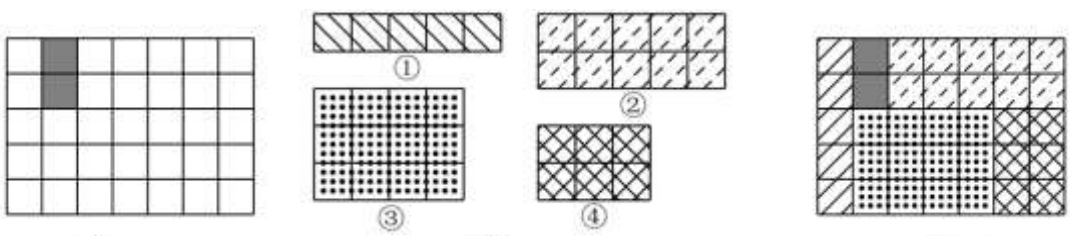


图1　　图2　　图3

张顺同学在实践之后发现了三条结论：

（1）覆盖的方案有多种；

（2）在各种方案中，有一个矩形的位置是固定的，这个矩形是______________（填写序号）；

（3）有一个矩形在每种方案中的位置都不一样，这个矩形是_____________（填写序号）.

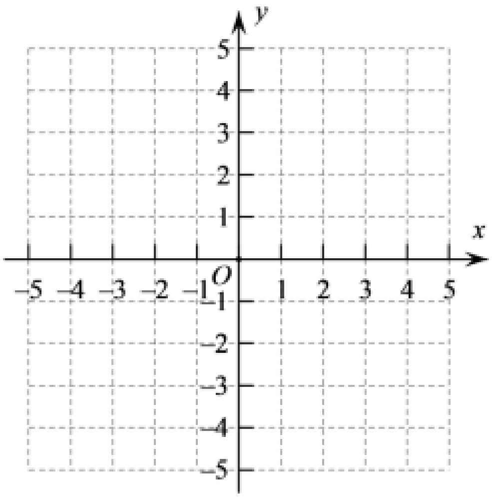
请完善以上结论．

三、解答题（本题共12道小题，第17~22题，每小题5分，第23~26题，每小题6分，第

27~28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 解方程：$x^2+2x-1=0$.

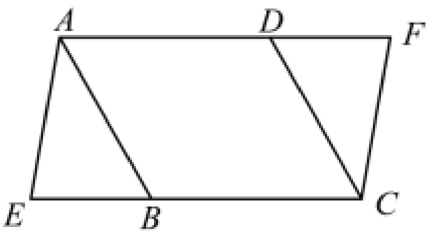
18. 已知一次函数的图象经过 $A(0,-1)$，$B(-2,-2)$ 两点.



（1）画出该一次函数的图象，并求这个一次函数的表达式；

（2）若 y 轴上存在点 P，使得 $\triangle ABP$ 的面积是 3，求点 P 的坐标.

19. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 CB, AD 的延长线上，且 $BE=DF$，连接 AE, CF. 求证：$AE=CF$.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+3)x+2+m=0$.

（1）求证：对于任意实数 m，该方程总有实数根；

（2）若这个一元二次方程的一根大于 2，求 m 的取值范围.

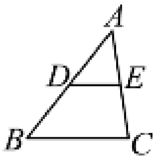
21. 学校组织趣味运动会，某游戏项目需用长为 40m 的绳子圈定 96m^2 的矩形区域，求这个矩形的长和宽.

22. 数学课上，发现结论“三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半”后，张明同学又提出一个新的问题：过三角形一边中点，且平行于另一边的直线，是否会过第三边的中点呢？

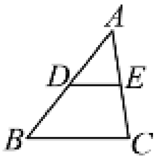
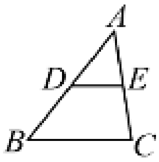
为研究此问题，同学们进行了作图，并将问题进行如下转述.

已知：在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 中点，过点 D 作 $DE \parallel BC$，交 AC 于点 E.

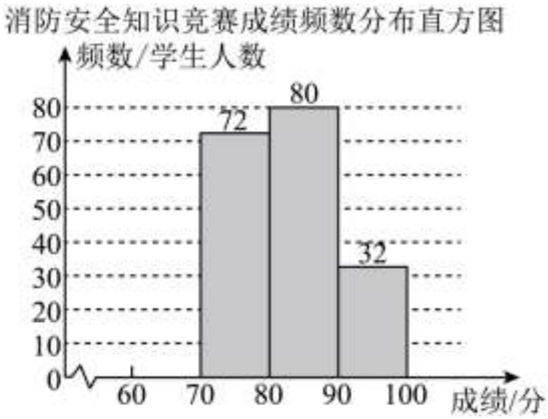
求证：$AE=CE$.

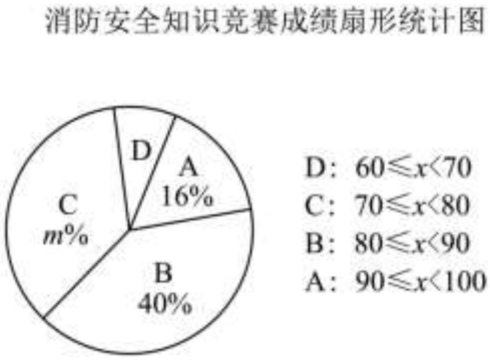


以下是两位同学给出的辅助线做法，请你选择其中一种做法，补全图形，完成证明．

张明同学： 作辅助线：延长 ED 到点 F，使得 $DF=DE$，连接 BF．	李宏同学： 作辅助线：过点 E 作 $EF\ //\ DB$，交 BC 于点 F．
	

23. 为增强学生的消防安全意识，某校举行了一次全校学生参加的消防安全知识竞赛．从中随机抽取 n 名学生的竞赛成绩进行分析，按成绩（满分 100 分，所有竞赛成绩均不低于 60 分）分成四个等级（D：$60\le x<70$；C：$70\le x<80$；B：$80\le x<90$；A：$90\le x\le 100$），并根据分析结果绘制频数分布直方图和扇形统计图．





请根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：$n=$________，$m=$________；

（2）请补全频数分布直方图；

（3）若把 A 等级定为“优秀”等级，请你估计该校参加竞赛的 1000 名学生中达到“优秀”等级的学生人数．

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形网格的每个小正方形边长都是 1 个单位长度，小正方形的顶点叫做格点，点 A，B 都是格点．请按下列要求在 6×6 的网格中完成画图，并回答问题．

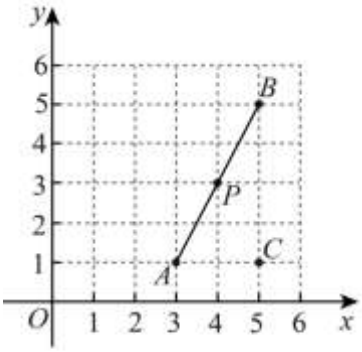


图1

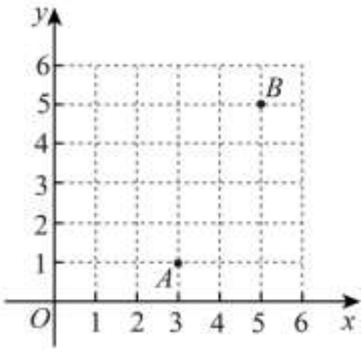


图2

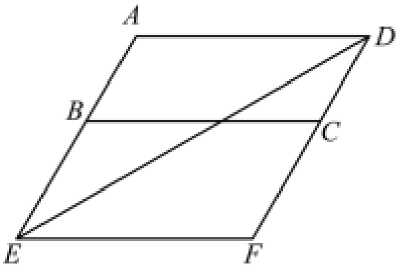
（1）在图 1 中，点 P 是线段 AB 中点，请作出点 C 关于点 P 的对称点 D；

（2）以点 A，B 为顶点的矩形中，存在顶点在函数 $y=2x$ 的图象上：

①请在图 2 中作出一个符合要求的矩形；

②所有满足要求的矩形对角线长分别为________.

25. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，DE 平分 $\angle ADC$ 交 AB 延长线于点 E，过点 E 作 $EF \parallel BC$，交 DC 的延长线于点 F.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是菱形；

（2）若 $AD=4, \angle BAD=120^\circ$，求菱形 $AEFD$ 的面积.

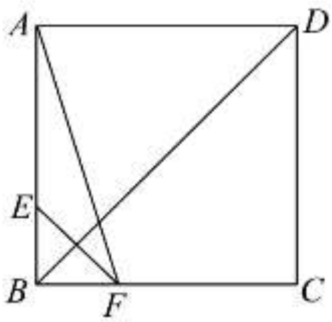
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+2$ 的图象与 x 轴交于点 $A(m,0)$.

（1）当该函数图象过点 $(3,5)$ 时，求这个一次函数表达式；

（2）当 $m<-2$ 时，求 k 的取值范围；

（3）当 $x<3$ 时，对于 x 的每一个值，一次函数 $y=kx+2$ 的值大于 $y=2x-1$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

27. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 和 F 分别在 AB 和 BC 上，且关于 BD 对称，连接 AF，EF，过点 F 作 $FG \perp AF$，点 G 在 AF 的右侧，且 $FG=AF$，连接 AG 交 BD 于 H，连接 CG.



（1）请依题意补全图形，求证：$EF=CG$；

（2）猜想 AH，GH 的数量关系并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于两个点 P，Q 和图形 W，给出如下定义：若射线 OQ 与图形 W 的一个交点为 M，射线 PQ 与图形 W 的一个交点为 N，且满足四边形 $OPMN$ 为平行四边形，则称点 Q 是点 P 关于图形 W 的“平心点”．如图 1 中，点 Q 是点 P 关于图中线段 ST 的“平心点”．已知点：$A(2,2),B(6,2),C(2,0)$.

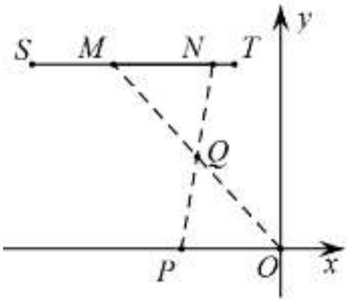


图 1

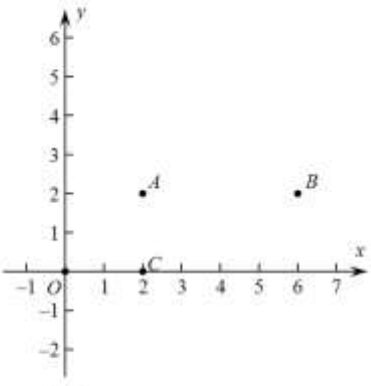


图 2

（1）点 $D(1,1),E(2,3)$，$F\left(-\dfrac{3}{2},1\right)$中，是点 C 关于直线 AB “平心点”的有________；

（2）若点 C 关于线段 AB 的“平心点”J 的横坐标为 a 时，求 a 的取值范围；

（3）已知点 $G(6,5),H(2,5),K(0,-2)$，点 P 是线段 CK 上的动点（点 P 不与端点 C，K 重合），若直线 l：$y=kx$ 上存在点 P 关于矩形 $ABGH$ 的“平心点”，请直接写出 k 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分，第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1.【答案】A

【分析】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．把一个图形绕某一点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，根据中心对称图形的概念求解．

【详解】解：A．是中心对称图形，故本选项符合题意；

B．不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C．不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D．不是中心对称图形，故本选项不符合题意．

故选：A．

2.【答案】B

【分析】本题考查了点的坐标，根据$(+,+),(-,+),(-,-),(+,-)$分别对应为第一、二、三、四象限，进行判断，即可作答．

【详解】解：$\because -2<0, 3>0$，

$\therefore$点$P(-2,3)$所在的象限是第二象限，

故选：B．

3.【答案】B

【分析】本题考查一元二次方程的解，将方程的解$x=1$代入方程中求解即可．理解方程的解满足方程是解答的关键．

【详解】解：把$x=1$代入$x^2+mx+1=0$

可得出：$1+m+1=0$，

解得：$m=-2$，

故选：B．

4.【答案】C

【分析】本题考查了菱形，矩形，正方形，平行四边形的判定，根据菱形，矩形，正方形，平行四边形的判定定理逐项判断即可．

【详解】解：A、有一组邻边相等的平行四边形是菱形，正确，不符合题意；

B、有一个角是直角的菱形是正方形，正确，不符合题意；

C、一组对边平行，另一组对边相等的四边形，可能是等腰梯形，说法错误符合题意；

D、对角线互相平分且相等的四边形是矩形，正确，不符合题意；

故选：C．

5.【答案】A

【分析】根据直线$y=kx+b$经过一、二、四象限，可得$k<0$，$b>0$，即可求解．

【详解】解：∵直线 $y=kx+b$ 经过一、二、四象限，

∴ $k<0$，$b>0$，

∴直线 $y=bx+k$ 的图象经过一、三、四象限，

∴选项 A 中图象符合题意．

故选：A．

【点睛】本题考查了一次函数图象与系数的关系，牢记“$k<0$，$b>0 \Leftrightarrow y=kx+b$ 的图象在一、二、四象限”是解题的关键．由直线经过的象限结合四个选项中的图象，即可得出结论．

6.【答案】C

【分析】本题主要考查了一元二次方程的应用，理解题意，弄清数量关系是解题关键．根据题意，四月份绿化投入 25 万元，设五月份和六月份绿化投入的月平均增长率为 x，则五月份的绿化投入为$25\left(1+x\right)$万元，六月份的绿化投入为$25\left(1+x\right)^2$万元，据此即可获得答案．

【详解】解：设五月份和六月份绿化投入的月平均增长率为 x，

根据题意，可得 $25(1+x)^2=49$ ．

故选：C．

7.【答案】D

【分析】本题考查的是折线统计图和方差．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．折线统计图不但可以表示出数量的多少，而且能够清楚地表示出数量的增减变化情况．一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差．方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

根据折线统计图提供的数据及方差意义作答即可．

【详解】解：A、由图可知，4 月 4 日的最高气温在 4 月不是最低的．故本结论错误，不符合题意；

B、4 月份最高气温出现在 4 月 18 日，故本结论错误，不符合题意；

C、由图可知，所以 4 月 5 日到 4 月 6 日气温上升幅度约为 $\frac{28-20}{20}\times100\%=40\%$，4 月 24 日到 4 月 25 日气温上升幅度约为 $\frac{28-22}{22}\times100\%\approx27.28\%$，所以 4 月 24 日到 4 月 25 日气温上升幅度不是最大．故本结论错误，不符合题意；

D、由图可知，4 月上旬 (1 日至 10 日）的最高气温在 $11^\circ\mathrm{C}$ 至 $28^\circ\mathrm{C}$ 徘徊，中旬 (11 日至 20 日）的最高气温在 $19^\circ\mathrm{C}$ 至 $28^\circ\mathrm{C}$ 徘徊，所以上旬气温波动最大，中旬气温波动最小，所以 $s_1^2>s_2^2$．故本结论正确，符合题意；

故选：D．

8.【答案】D

【分析】本题考查了函数图像读取信息，一次函数的图像与性质，一次函数与坐标轴的交点，根据函数图

像可以之间判断函数的增减性，是不是一次函数，最大值是否存在，然后再结合图1，判断函数的最值为直线$y=0$时，当$l=0$时，即$MN=0$时，函数与x轴有两个交点，可以求出即可作出判断.

【详解】解：A、由图2可知，l不是k的一次函数，不符合题意；

B、由图2可知，当$k=0$时，l有最大值，

当$k=0$时，即直线$y=0$，

$\therefore MN=AC=2$

$\therefore$ l有最大值为2，故本选项错误，不符合题意；

C、由图2可知，当$k>0$时，函数l随k的增大而减小，故本选项错误，不符合题意；

D、当$l=0$时，即$MN=0$时，

$y=k\left(x-2\right)$过$\left(0,-3\right)$，$\left(2,0\right)$两点或过$\left(0,3\right)$，$\left(2,0\right)$两点，

当$\left(0,-3\right)$，$\left(2,0\right)$过两点时，$k=-\frac{3}{2}$，函数l的图象与横轴的一个交点是$\left(\frac{3}{2},0\right)$，正确，故选项D符合题意，

故选：D.

二、填空题（共16分，每题2分）

9.【答案】x≠3

【详解】根据题意得x﹣3≠0，

解得x≠3.

故答案为x≠3.

10.【答案】<

【分析】本题主要考查了根据一次函数的增减性判断函数值的大小，根据$k>0$可得出y随x的增大而增大，又$x_1<x_2$，可得出$y_1<y_2$.

【详解】解：$\because y=kx+2\ (k>0)$

$\therefore y$随x的增大而增大，

$\because x_1<x_2$，

$\therefore y_1<y_2$，

故答案为：<.

11.【答案】540°

【分析】本题考查了多边形的内角和，根据多边形的内角和公式$\left(n-2\right)\times180^\circ$（$n\geq3$，且$n$为整数），计算即可得出答案.

【详解】解：任意一个五边形的内角和为$\left(5-2\right)\times180^\circ=540^\circ$，

故答案为：540°.

12.【答案】4

【分析】本题考查了配方法，把常数项移到右边，再两边加上16即可变形成完全平方的形式，熟练掌握配方法解一元二次方程是解题的关键．

【详解】解：$x^2-8x+2=0$

$x^2-8x=-2$

$x^2-8x+16=-2+16$

$\left(x-4\right)^2=14$，

故$m=4$，

故答案为：4．

13.【答案】$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

【分析】本题考查了两直线交点坐标为二元一次方程组的解，由图可知两直线的交点$P\left(2,3\right)$，即可得出方程组的解．

【详解】解：∵直线l_1：$y=\frac{1}{2}x+2$与直线l_2：$y=kx$交于点P，

∵$P\left(2,3\right)$，

∴方程组$\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+2\\y=kx\end{cases}$的解为：$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$.

14.【答案】5

【分析】由题意知，EF是$\triangle ABC$的中位线，CD是$\mathrm{Rt}\triangle ABC$斜边的中线，则$EF=\frac{1}{2}AB$，$CD=\frac{1}{2}AB$，计算求解即可．

【详解】解：由题意知，EF是$\triangle ABC$的中位线，CD是$\mathrm{Rt}\triangle ABC$斜边的中线，

∴$EF=\frac{1}{2}AB$，$CD=\frac{1}{2}AB=EF=5$，

故答案为：5．

【点睛】本题考查了中位线，直角三角形斜边的中线等于斜边的一半．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

15.【答案】10

【分析】本题考查了矩形性质，角平分线的定义，等腰三角形的判定，勾股定理等知识，根据矩形性质得到$AD\parallel BC$，$AD=BC$，根据两直线平行内错角相等结合角平分线定义得出$\angle BEC=\angle BCE$，从而得

到 $BE=BC$，设 $BE=BC=x$，$AE=x-2$，则在 Rt$\triangle BAE$ 中，利用勾股定理即可求出结果.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD \parallel BC$，$AD=BC$，

$\therefore \angle DEC=\angle BCE$，

$\because EC$ 平分 $\angle BED$，

$\therefore \angle DEC=\angle BEC$，

$\therefore \angle BEC=\angle BCE$，

$\therefore BE=BC$，

设 $BE=BC=x$，

$\because DE=2$，

$\therefore AE=AD-DE=x-2$，

在 Rt$\triangle BAE$ 中，$BE^2=AB^2+AE^2$，即 $x^2=6^2+\left(x-2\right)^2$，

解得：$x=10$，

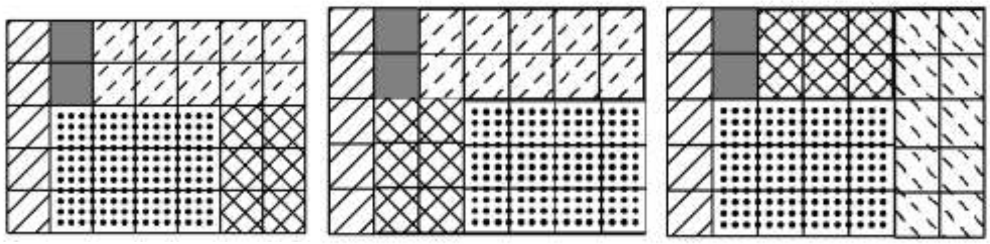
$\therefore BC=10$.

故答案为：10.

16.【答案】　①. ①　②. ④

【分析】本题主要考查了组合排列问题，正确理解题意是解题关键. .

【详解】解：根据题意，可有以下几种方案：



方案 1　　　方案 2　　　方案 3

所以，(1）覆盖的方案有多种；

（2）在各种方案中，有一个矩形的位置是固定的，这个矩形是①；

（3）有一个矩形在每种方案中的位置都不一样，这个矩形是④.

故答案为:（2）①;（3）④.

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17.【答案】$x_1=-1-\sqrt{2}$，$x_2=-1+\sqrt{2}$

【分析】本题考查解一元二次方程，利用公式法求解即可.

【详解】解：$x^2+2x-1=0$，

$\because \Delta=2^2-4\times1\times\left(-1\right)=8>0$，

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$,

$\therefore x_1=-1-\sqrt{2}$，$x_2=-1+\sqrt{2}$.

18.【答案】（1）图像见解析，$y=\dfrac{1}{2}x-1$

（2）$P(0,2)$或$(0,-4)$

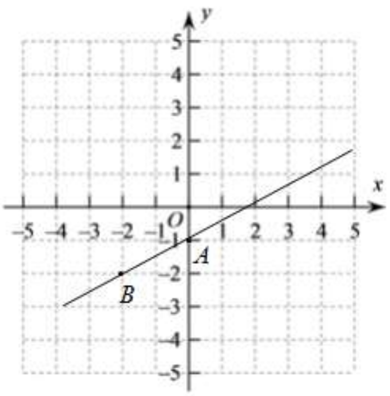
【分析】本题考查了一次函数的几何综合，求解一次函数解析式，画函数图象，准确求出函数解析式是解题关键.

（1）在图中描出A，B点，连接AB即可得出函数图象，用待定系数法求解一次函数解析式即可；

（2）设$P(0,m)$，根据$\triangle ABP$的面积是3，得到$S_{\triangle ABP}=\dfrac{1}{2}|m+1|\times2=3$，求出$m$的值即可得出结果.

【小问1详解】

解：如图，在图中描出A，B点，连接AB即可得出函数图象，



设一次函数解析式为：$y=kx+b$，

$\therefore\begin{cases}b=-1\\-2=-2k+b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=\dfrac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$，

$\therefore$一次函数解析式为：$y=\dfrac{1}{2}x-1$；

【小问2详解】

设$P(0,m)$，

$\therefore S_{\triangle ABP}=\dfrac{1}{2}|m+1|\times2=3$，

$\therefore |m+1|=3$，

$\therefore m=2$或$m=-4$，

$\therefore P(0,2)$或$(0,-4)$.

19.【答案】见解析

【分析】本题考查了平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定方法，证明四边形是平行四边形是解决问题的关键．先证明四边形 $AECF$ 是平行四边形，从而得到 $AE=CF$，从而即可得出结论．

【详解】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD\parallel BC$， $AD=BC$，

∵点 E，F 分别在 BC，AD 边上， $BE=DF$，

∴ $AD+DF=BC+BE$，即 $AF=CE$，

又∵ $AD\parallel BC$，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形，

∴ $AE=CF$．

20.【答案】（1）见解析；

（2） $m>0$．

【分析】本题考查了根的判别式及解一元二次方程，正确运用判别式是解题的关键：

（1）根据一元二次方程判别式为 $(m+1)^2\ge 0$，即可解答；

（2）解方程，求得 $x_1=m+2$， $x_2=1$，根据题意得到 $m+2>2$，解不等式即可．

【小问 1 详解】

证明：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+3)x+2+m=0$，

∴ $\Delta=(m+3)^2-4\times1\times(2+m)=(m+1)^2\ge 0$，

∴对于任意实数 m，该方程总有实数根；

【小问 2 详解】

解：设方程的两个实数根为 x_1， x_2，

$$x=\frac{m+3\pm(m+1)}{2},$$

∴ $x_1=m+2$， $x_2=1$，

∵这个一元二次方程的一根大于 2，

∴ $m+2>2$，

解得： $m>0$，

∴m 的取值范围 $m>0$．

21.【答案】矩形的长为12m，矩形的宽为8m．

【分析】本题主要考查了一元二次方程的应用，设矩形的长为$x\text{m}$，则矩形的宽为：$(20-x)\text{m}$，依题意可得方程：$x\cdot(20-x)=96$，解一元二次方程即可求解．

【详解】解：设矩形的长为$x\text{m}$，则矩形的宽为：$(20-x)\text{m}$，

依题意可得方程：$x\cdot(20-x)=96$

整理得：$-x^2+20x-96=0$，

解得：$x_1=12$，$x_2=8$，

∴当 $x=12$ 时，$20-x=8\text{m}$，

当 $x=8$ 时，$20-x=12\text{m}$，

故矩形的长为12m，矩形的宽为8m．

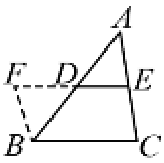
22.【答案】见详解

【分析】本题主要考查了平时四边形的判定以及性质，全等三角形的判定以及性质，平行线的性质．张明同学：延长 ED 到点 F，使得 $DF=DE$，连接 BF．先证明$\triangle BDF\cong\triangle ADE(\text{SAS})$，利用全等三角形的性质可得出 $BF=AE$，$\angle FBD=\angle EAD$，进一步证明四边形 $FBCE$ 是平时四边形，由平行四边形的性质可得出 $BF=CE$，等量代换可得出 $AE=EC$．

李宏同学：过点 E 作 $EF\parallel DB$，交 BC 于点 F．先证明四边形 $DBFE$ 是平行四边形，由平行四边形的性质可得出 $EF=DB$，进一步证明 $EF=AD$，再证明$\triangle ADE\cong\triangle EFC(\text{ASA})$，由全等三角形的性质即可得出答案．

【详解】张明同学：

证明：延长 ED 到点 F，使得 $DF=DE$，连接 BF．



∵点 D 是 AB 中点，

∴ $DA=DB$，

在$\triangle BDF$ 和$\triangle ADE$ 中

$$\begin{cases}DF=DE\\ \angle BDF=\angle ADE\\ DA=DB\end{cases},$$

∴$\triangle BDF\cong\triangle ADE(\text{SAS})$，

∴ $BF=AE$，$\angle FBD=\angle EAD$，

∴ $BF\parallel EC$，

又∵ $FE\parallel BC$，

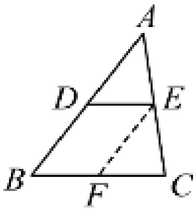
∴四边形 $FBCE$ 是平时四边形，

∴ $BF=CE$，

∴ $AE=EC$．

李宏同学：

证明：过点 E 作 $EF \parallel DB$，交 BC 于点 F.



$\because DE \parallel BC$，

$\therefore$ 四边形 $DBFE$ 是平行四边形，

$\therefore EF = DB$，

$\because$ 点 D 是 AB 中点，

$\therefore DA = DB$，

$\therefore EF = AD$，

$\because EF \parallel AB$，

$\therefore \angle A = \angle FEC$， $\angle B = \angle EFC$，

$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \angle ADE = \angle B$，

$\therefore \angle ADE = \angle EFC$，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle EFC(\text{ASA})$，

$\therefore AE = EC$.

23.【答案】（1）200，36

（2）见解析　（3）160 人

【分析】本题考查了频数分布直方图、扇形统计图、用样本评估总体，能从频数分布直方图及扇形统计图中获取相关信息是解题的关键.

（1）利用 A 等的百分比及频数可求得 n，利用 C 等的频数除以总人数再乘100% 即可求解；

（2）利用先求出 D 等学生人数，再根据 D 等学生人数进行补全频数分布直方图即可；

（3）利用样本评估总体的方法即可求解.

【小问 1 详解】

解：$n = 32 \div 16\% = 200$，

$\frac{72}{200} \times 100\% = 36\%$，

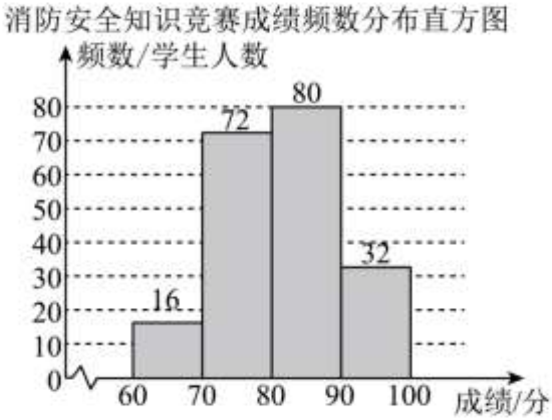
$\therefore m = 36$

故答案为：200，36；

【小问 2 详解】

D 等的学生人数为：$200 - 72 - 80 - 32 = 16$（人），

补全条形图如下：



【小问 3 详解】

$1000\times16\%=160$（人），

答：估计该校参加竞赛的 1000 名学生中达到“优秀”等级的学生人数为 160 人．

24．【答案】（1）见解析　（2）①见解析；②5 或 $2\sqrt{5}$

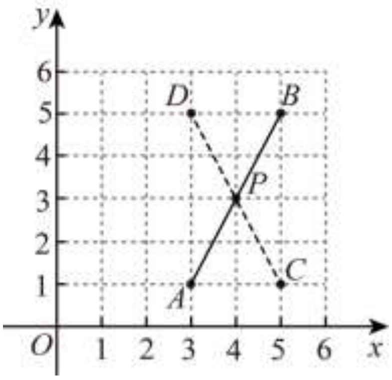
【分析】题目主要考查利用网格作图及矩形的性质，网格与勾股定理，理解题意，利用网格作图是解题关键．

（1）根据矩形的性质及网格即可作图；

（2）①先作出直线 $y=2x$，然后利用矩形的性质即可作图；②根据①中图及网格，求出矩形的对角线长即可．

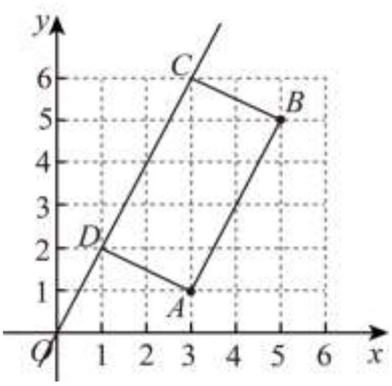
【小问 1 详解】

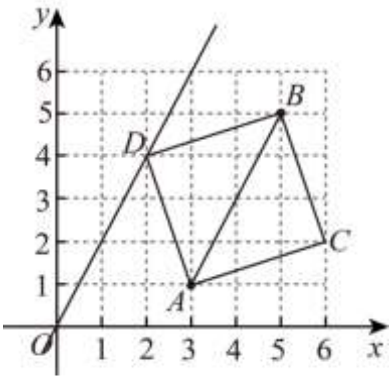
解：如图所示：点 D 即为所求；



【小问 2 详解】

①如图所示：矩形 $ABCD$ 或矩形 $ACBD$ 即为所求；





②由①得矩形 $ABCD$ 对角线的长度为 $AC=5$，矩形 $ACBD$ 对角线的长度 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

∴满足要求的矩形对角线长分别为 5 或 $2\sqrt{5}$，

故答案为：5 或 $2\sqrt{5}$.

25.【答案】(1）见解析　（2）$8\sqrt{3}$

【分析】本题考查菱形的判定和性质、平行四边形的性质、解直角三角形，三角函数等知识．解题的关键是解直角三角形.

（1）首先证明四边形 $AEFD$ 是平行四边形，再证 $EF=DF$，然后由菱形的判定即可得出结论；

（2）过 A 作 $AG\perp DC$，利用含 30 度角的直角三角形性质及及勾股定理和菱形的面积公式解答即可.

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$， $AB \parallel CD$，

∵ $EF \parallel BC$，

∴ $EF \parallel AD$

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

∵ $EF \parallel AD$，

∴ $\angle DEF=\angle ADE$，

∵ DE 平分 $\angle ADC$，

∴ $\angle ADE=\angle FDE$，

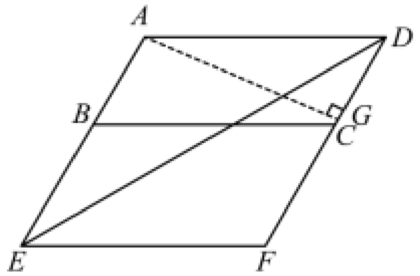
∴ $\angle DEF=\angle EDF$，

∴ $EF=DF$，

∴平行四边形 $AEFD$ 是菱形；

【小问 2 详解】

如图，过 A 作 $AG\perp DC$，



$\therefore \angle AGD = 90°$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AD = 4$， $\angle BAD = 120°$，

$\therefore \angle ADC = 60°$，

$\therefore \angle DAG = 30°$，

$\therefore DG = \frac{1}{2}AD = 2$，

$\therefore AG = \sqrt{AD^2 - GD^2} = 2\sqrt{3}$，

$\because$四边形 $AEFD$ 是菱形，

$\therefore DF = AD = 4$，

$\therefore S_{菱形ADFE} = DF \cdot AG = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

$\therefore$四边形 $AEFD$ 的面积为 $8\sqrt{3}$.

26.【答案】（1） $y = x + 2$

（2） $0 < k < 1$

（3） $-2 \le m \le -1$

【分析】本题主要考查了一次函数与不等式的综合问题，求一次函数关系式，对于（1），将坐标代入关系式可得答案；

对于（2），将点 A 的坐标代入关系式，可得关于 m，k 的关系式，进而得出不等式，求出解集即可；

对于（3），将 $x = 3$ 代入 $y = 2x - 1$，求出交点坐标，进而求出 m 的值，即可得出答案.

【小问 1 详解】

将点 $(3,5)$ 代入 $y = kx + 2$，得 $3k + 2 = 5$，

解得 $k = 1$.

所以一次函数关系式为 $y = x + 2$；

【小问 2 详解】

将点 $A(m,0)$ 代入 $y = kx + 2$，得 $mk + 2 = 0$，

即 $m = -\frac{2}{k}$.

$\because m < -2$，

$\therefore -\dfrac{2}{k}<-2$，

当$k>0$时，$k<1$.

即$0<k<1$；

当$k<0$时，$k>1$（舍）.

所以k的取值范围为$0<k<1$；

【小问3详解】

$-2\le m\le -1$.

当$x=3$时，$y=2\times3-1=5$.

将$(3,5)$代入$y=kx+2$，得$k=1$，

$\therefore$当$1\le k\le 2$时，一次函数$y=kx+2$的值大于$y=2x-1$的值，

解得$-2\le m\le -1$.

27.【答案】（1）图形见解析，证明见解析

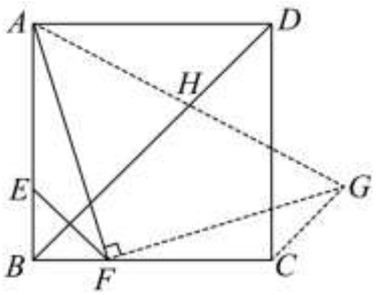
（2）$AH=GH$，理由见解析

【分析】（1）根据题中要求画出图像，通过垂直平分线性质，正方形性质证明$\triangle AEF\cong\triangle FCG$即可得出结论；

（2）过点G作GK垂直于BC的延长线于点K，过点F作$FI\perp AD$于点I，交BD于点N，连接EG，证明四边形$BENF$为正方形，四边形$NFKG$为矩形，四边形$BENF$为正方形，得到$AD=NG$，再利用两直线平行内错角相等，对顶角相等即可得出$\triangle AHD\cong\triangle GHN$从而得到$AH=GH$.

【小问1详解】

解：补全图形如下：



$\because E$，F分别在AB和BC上，且关于BD对称，

$\therefore BD$垂直平分EF，

$\because ABCD$为正方形，

$\therefore BE=BF$，

$\therefore AE=FC$，

$\because \angle AFG=90^\circ$，

$\therefore \angle CFG+\angle AFB=90^\circ$，

$\because \angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle EAF + \angle AFB = 90°$，

$\therefore \angle CFG = \angle EAF$，

在$\triangle AEF$与$\triangle FCG$中，

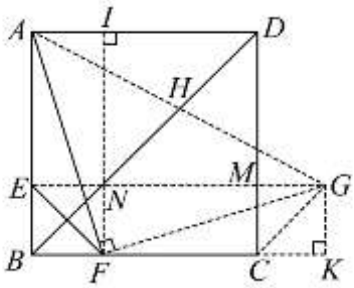
$$\begin{cases} AF = FG \\ \angle EAF = \angle CFG \\ AE = FC \end{cases}，$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle FCG(\text{SAS})$，

$\therefore EF = CG$；

【小问2详解】

解：如图，过点G作GK垂直于BC的延长线于点K，过点F作$FI \perp AD$于点I，交BD于点N，连接EG，



则四边形$ABFI$为矩形，

$\therefore \angle BFI = 90°$，$BF = AI$

$\because BD$垂直平分EF，

$\therefore$四边形$BENF$为正方形，

$\therefore$四边形$NFKG$为矩形，

$\because \angle FCG = \angle AEF$，$EF = CG$，

$\therefore \angle BEF = \angle KCG$，

$\because \angle EBF = \angle CKG = 90°$

$\therefore EB = BF = CK = KG$

$\therefore$四边形$MCKG$为正方形，

$\therefore MG = CK = GK = BE = BF = AI$，

$\therefore ID = MN$，

$\therefore AI + ID = MG + MN$，即$AD = NG$，

$\because AD \parallel EG$，

$\therefore \angle HGN = \angle DAH$，

$\because \angle AHD = \angle GHN$，

$\therefore \triangle AHD \cong \triangle GHN$，

$\therefore AH = GH$.

【点睛】本题考查了正方形的判定与性质，矩形的判定与性质，等腰三角形的判定，全等三角形的判定与性质，准确作出辅助线构造矩形，正方形是解题关键.

28.【答案】（1）D、F；

（2）$2 \le a \le 3$

（3）$\frac{1}{2} < k < 1$

【分析】题目主要考查新定义，平行四边形的判定和性质，一次函数的性质，坐标与图形，理解题意，结合图象求解是解题关键.

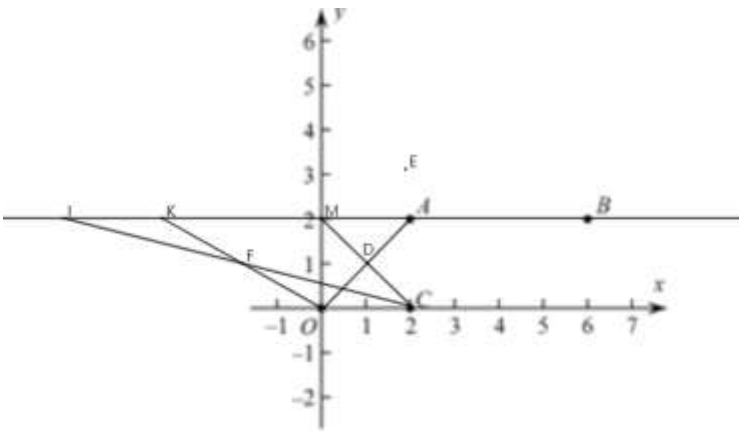
（1）根据题意描出相应的点，然后利用一次函数确定函数解析式，确定交点，再由平行四边形的判定和性质即可求解；

（2）根据题意结合图象，得出点 J 的运动轨迹为点 JJ_1，即可求解；

（3）“平心点”为平行四边形对角线的交点，如图所示，将各点描出，然后连线，得四边形 $ABGH$ 为矩形，根据题意，平移 OP，使得平移后的线段落在矩形 $ABGH$ 上，O 点平移后的对应点为 N，P 点平移后的对应点为点 M，平移线段 OP，平移后的线段可能落在矩形左下角或右上角，然后分情况结合图象求解即可.

【小问 1 详解】

解：根据题意作图如下：



$A(2,2), B(6,2), C(2,0)$，$O(0,0)$，$D(1,1)$，

直线 AB 所在直线为 $y=2$，

设直线 OD 所在直线为 $y=mx$，

将点 $D(1,1)$ 代入得：$m=1$，

$\therefore y=x$，

交直线 $y=2$ 于点 $(2,2)$，

设直线 CD 所在直线为 $y=nx+d$，

$\begin{cases} 0=2n+d \\ 1=n+d \end{cases}$，解得 $\begin{cases} n=-1 \\ d=2 \end{cases}$，

$\therefore$直线CD所在直线为$y=-x+2$，

交直线$y=2$于点$\left(4,2\right)$，

$\therefore$两个交点之间的距离为$4-2=2$，

$\because$ AB所在直线平行于x轴，

$\therefore$四边形为平行四边形，符合题意；

同理点E不符合题意；点F符合题意；

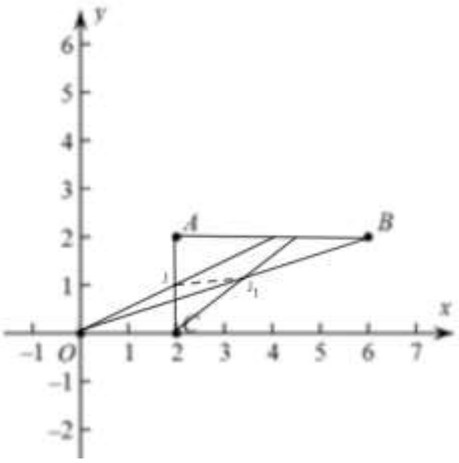
故答案为：D、F；

【小问2详解】

根据题意结合图象，连接AC，则中点$J\left(\dfrac{2+2}{2},\dfrac{0+2}{2}\right)$即$J\left(2,1\right)$，

连接OB，则中点$J_1\left(\dfrac{0+6}{2},\dfrac{0+2}{2}\right)$即$J_1\left(3,1\right)$，

$\therefore 2\le a\le 3$；



【小问3详解】

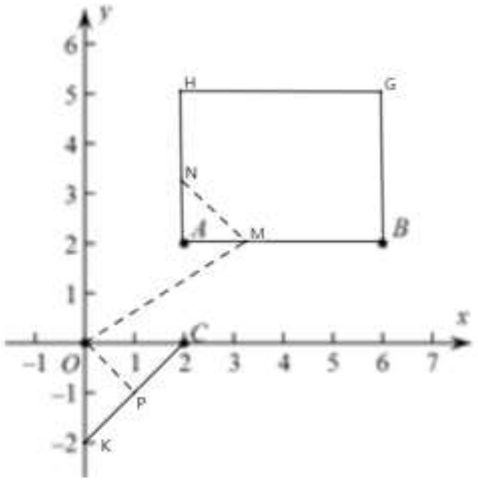
根据题意得：“平心点”为平行四边形对角线的交点，

如图所示，将各点描出，然后连线，得四边形$ABGH$为矩形，

根据题意，平移OP，使得平移后的线段落在矩形$ABGH$上，O点平移后的对应点为N，P点平移后的对应点为点M，

平移线段OP，平移后的线段可能落在矩形左下角或右上角，

当落在左下角时，如图所示：



点 P 接近点 K 时，点 M 接近点 A，点 P 接近点 C 时，由（2）得点 M 接近 AB 中点 $(2,4)$，

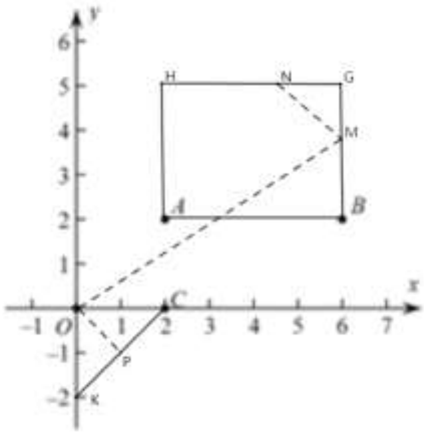
OM 所在直线即为直线 l： $y=kx$，

将点 $A(2,2)$ 代入得： $k=1$，

将点 $(2,4)$ 代入得： $k=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{1}{2}<k<1$；

当落在右上角时，如图所示：



点 P 接近点 K 时，点 M 接近点 $G(6,5)$，

点 P 接近点 C 时， $G(6,5),K(0,-2)$，点 M 接近点 $(6,3)$，

OM 所在直线即为直线 l： $y=kx$，

将点 $G(6,5)$ 代入得： $k=\frac{5}{6}$，

将点 $(6,3)$ 代入得： $k=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{1}{2}<k<\frac{5}{6}$；

综上可得：$\frac{1}{2}<k<1$.