2024 北京海淀初二（下）期末

数 学

2024.07

学校____________ 班级____________ 姓名____________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，27 道小题。满分 100 分。考试时间 90 分钟。 2．在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名。 3．答案一律填涂或书写在试卷上，用黑色字迹签字笔作答。 4．考试结束，请将本试卷交回。

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．下列二次根式中，最简二次根式是（ ）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　　C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{1.2}$

2．以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是（ ）

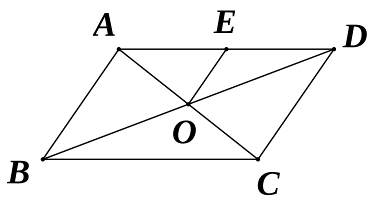
A．1，2，3　　B．3，3，4　　C．3，4，5　　D. 4，4，4

3．下列各式中，计算正确的是（ ）

A. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

C. $\sqrt{3}+\sqrt{5}=\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{5}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

4．如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 AD 的中点，连接 OE，若 OE=3，则 CD 的长为（ ）



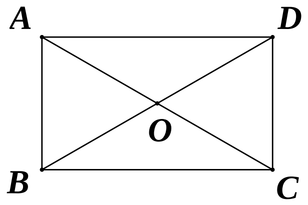
A．8　　B．6

C．4　　D．3

5．在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 P_1（-1，y_1），P_2（2，y_2），且 $y_1>y_2$，则 k 的值可能为（ ）

A．2　　B．1　　C．0　　D．-1

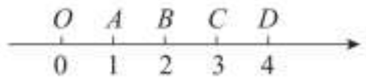
6．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，$\angle AOD$=120°，AB=2，则 AC 长为（ ）



A. $2\sqrt{3}$　　　　B. 4

C. $4\sqrt{3}$　　　　D. 8

7．如图，数轴上点 O，A，B，C，D 所对应的数分别是 0，1，2，3，4. 若点 P 对应的数是 $\sqrt{7}$，则点 P 落在（　）



A．点 O 和点 A 之间　　B．点 A 和点 B 之间　　C．点 B 和点 C 之间　　D．点 C 和点 D 之间

8．下表是魔方比赛中甲、乙、丙、丁四位选手的复原时间统计表，同一行表示同一位选手四次复原的时间（单位：秒），则下列说法正确的是（　）

甲	20.2						29.3	30.7					38.3			
乙												37.6		38.4	39.1	39.3
丙		20.3	20.4			28.2					36.1					
丁				22.9	27.8				33.5	34.3						

A. 乙选手的最短复原时间小于甲选手的最短复原时间

B. 丙选手复原时间的平均数大于丁选手复原时间的平均数

C. 甲选手复原时间的中位数小于丁选手复原时间的中位数

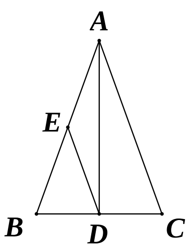
D. 乙选手复原时间的方差大于丁选手复原时间的方差

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9． 若二次根式 $\sqrt{x-5}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是____________.

10．直线 $y=2x$ 向上平移 2 个单位后得到的直线解析式为____________.

11．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，AD 平分 $\angle BAC$，点 E 是 AB 的中点，$\angle BAC=40°$，则 $\angle ADE=$ ____________°.

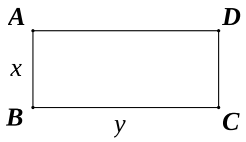


12．一家鞋店在一段时间内销售了某款女鞋 30 双，各种尺码鞋的销售数量如下表所示.在由鞋的尺码组成

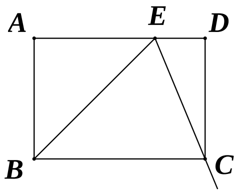
的数据中，这组数据的众数是____________.

尺码/cm	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
销售量/双	1	2	5	11	6	4	1

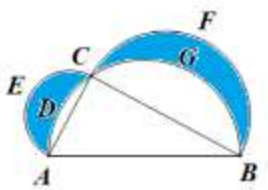
13．用一根长 20 cm 的铁丝围一个矩形 $ABCD$，设 AB 的长为 x cm，BC 的长为 y cm, 则 y 关于 x 的函数解析式为____________（不写自变量的取值范围）.



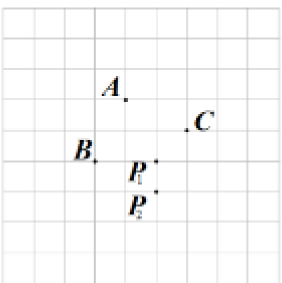
14．如图，在矩形 $ABCD$ 中，BE 平分$\angle ABC$ 交 AD 于点 E，$\angle BED$ 的平分线刚好经过点 C，则$\angle BCE$=____________°.



15．如图，在△ABC 中，$\angle ACB$=90°，分别以边 AC，BC，AB 为直径画半圆. 记两个月牙形图案 $ADCE$ 和 $CGBF$ 面积之和（图中阴影部分）为 S_1，△ABC 的面积为 S_2，则 S_1________S_2（填“>”，“＝”或“<”）.



16．磁力棋的棋盘为 9×9 的正方形网格，每个小正方形网格的边长为 1. 磁力珠（近似看成点）可放在网格交点处，摆放时要求任意两颗磁力珠不吸到一起.若两颗磁力珠不吸到一起，则它们之间的距离应不小于$\sqrt{5}$. 根据以上规则，回答下列问题：



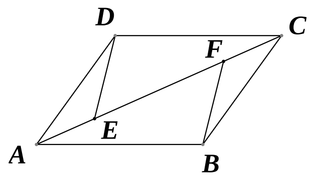
（1）如图，小颖在棋盘 A，B，C 三处放置了互不相吸的三颗磁力珠. 若她想从 P_1，P_2 中选择一个位置再放一颗磁力珠，与其他磁力珠互不相吸，则她选择的位置是____________；

（2）棋盘最多可摆放____________颗互不相吸的磁力珠.

三、解答题（本题共 60 分，第 17 题 6 分，第 18-24 题每题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 6 分）

17．计算：（1）$\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{12}$；　　　　（2）$\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$.

18．如图，在▱*ABCD* 中，点 *E*，*F* 为对角线 *AC* 上的两个点，且 *DE*∥*BF*，求证：*DE*=*BF*.



19．团扇是中国传统工艺品，代表着团圆友善、吉祥如意. 某社团组织学生制作团扇，扇面有圆形和正方形两种，每种扇面面积均为 300 平方厘米. 为了提升团扇的耐用性和美观度，需对扇面边缘用缎带进行包边处理，如图所示.

（1）圆形团扇的半径为__________厘米，正方形团扇的边长为__________厘米；

（2）请你通过计算说明哪种形状的扇面所用的包边长度更短.

20．已知：如图 1，△*ABC*.

求作：▱*ABCD*.

作法：① 作∠*ABC* 的平分线 *BM*；

② 以点 *A* 为圆心，*AB* 长为半径画弧，交射线 *BM* 于点 *N*，作射线 *AN*；

③ 以点 *A* 为圆心，*BC* 长为半径画弧，交射线 *AN* 于点 *D*，连接 *CD*；

∴ 四边形 *ABCD* 为所求.

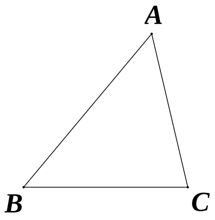


图 1

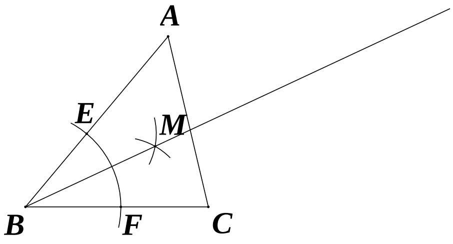


图 2

（1）使用直尺和圆规，依作法在图 2 中补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面证明.

∵ $AB=AN$，

∴ $\angle ABN=$________.

∵ BN 是 $\angle ABC$ 的平分线，

∴ $\angle ABN=\angle CBN$.

∴ $\angle CBN=$________.

∴ $AD\parallel BC$.

∵ $AD=BC$，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（________________）（填推理的依据）.

21．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx-2$ 的图象与正比例函数 $y=\dfrac{1}{2}x$ 的图象交于点 A（m，2）.

（1）求 k，m 的值；

（2）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=ax$（$a\neq0$）的值大于一次函数 $y=kx-2$ 的值，则 a 的取值范围是________.

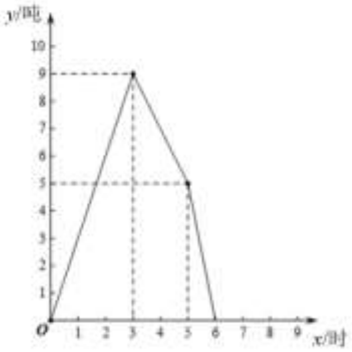
22．一个有进水管和排水管的水池，每小时进水量和排水量分别为恒定的数值. 从某时刻开始 3 小时内仅进行进水操作而不排水. 在随后的 2 小时内，水池同时进行进水和排水操作. 在最后 1 小时内，水池仅排水而不再进水. 该水池内的水量 y（单位：吨）与时间 x（单位：小时）之间的函数关系如图所示.

根据图象，回答下列问题.

（1）该水池进水管每小时进水______吨，排水管每小时排水_______吨；

（2）当 x=4 时，求水池内的水量；

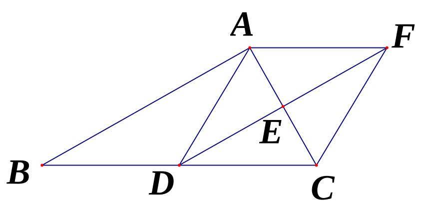
（3）这 6 个小时，排水管共排水_____吨.



23．如图，在△*ABC*中，∠*CAB*=90°，点*D*，*E*分别是*BC*，*AC*的中点.连接*DE*并延长至点*F*，使得*EF*=*DE*.连接*AF*，*CF*，*AD*.

（1）求证：四边形*ADCF*是菱形；

（2）连接*BF*.若∠*ACB*=60°，*AF*=2，求*BF*的长.



24．咖啡是世界三大饮品之一，在我国广受欢迎．云南新培育的咖啡豆经五位专家多角度评测，数据已整理，以下是部分信息:

a.咖啡豆评测统计表:　　　　　　　　*b*.咖啡豆评测的平均分统计图：

评测角度	香气	风味	余韵	酸质	体脂感	平衡性	总分
评委1	9	8	8.5	*n*	8	8.25	49.75
评委2	9.25	8.5	9	8.25	8.5	10	53.5
评委3	9	8	9	7.75	8.5	9.5	51.75
评委4	8.75	8.5	8.75	7.5	8.75	7.25	49.5
评委5	9	9	9.25	8.5	8.25	8	52
平均分	*m*	8.4	8.9	8	8.4	8.6	51.3

根据以上信息，回答下列问题：

（1）咖啡豆评测统计表中*m*=__________，*n*=_____；

（2）补全条形统计图；

（3）在这6个评测角度中，五位评委测评打分差异最大的是__________.

25．如图1，正方形*ABCD*的边长为$2\sqrt{2}$，对角线*AC*，*BD*交于点*O*，点*P*从点*A*出发，沿线段*AO*→*OB*

运动，点 P 到达点 B 时停止运动. 若点 P 运动的路程为 x，△DPC 的面积为 y，探究 y 与 x 的函数关系.

（1）x 与 y 的两组对应值如下表，则 m=______________；

x	0	…	m（$m\neq0$）
y	n	…	n

（2）当点 P 在线段 AO 上运动时，y 关于 x 的函数解析式为 y=-x+4（0≤x≤2）. 当点 P 在线段 OB 上运动时，y 关于 x 的函数解析式为______________，此时，自变量的取值范围是______________；

（3）① 在图 2 中画出函数图象；

② 若直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 与此函数图象只有一个公共点，则 b 的取值范围是_________________.

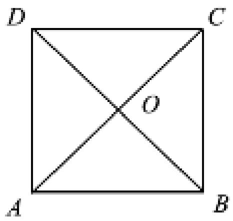


图 1　　　　图 2

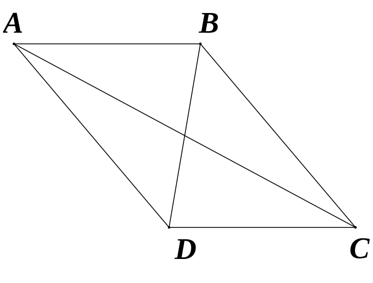
26．如图 1，AC 和 BD 是▱$ABCD$ 的对角线，AB＝BD. 点 E 为射线 BD 上的一点，连接 AE.

（1）当点 E 在线段 BD 的延长线上，且 DE＝BD 时，

①依题意补全图 1；

②求证：AE＝AC；

（2）如图 2，当点 E 在线段 BD 上，且∠AEB＝2∠ACD 时，用等式表示线段 AE，BE 和 AB 的数量关系，并证明.



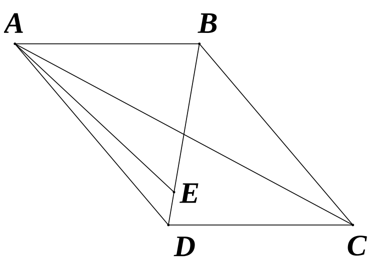


图 1　　　　图 2

27．甲、乙、丙三人相约到某游乐园游玩. 该园区在地图上的形状可近似看成等腰直角三角形，共有三个入口 A，B，C.

图 1

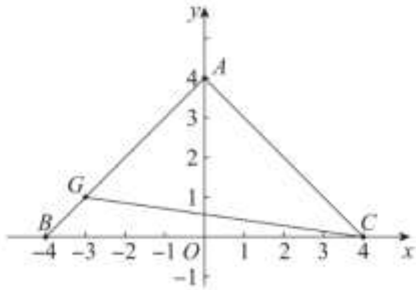


图 2

（1）园区附近有四个公交车站点，即 1 号、2 号、3 号和 4 号车站. 甲和乙想到园区附近汇合后一起入园，乙在其中一个站点下车后，两人通过手机共享位置得知甲的位置如图 1 所示. 两人约定如下：

I. 确定距离自己最近的入口；

II. 如果两人确定的入口相同，则到此入口处汇合并入园；

III. 如果两人确定的入口不同，则到这两个入口的中点处汇合后，再沿逆时针方向绕园区外围至最近的入口入园.

① 若乙在 4 号车站下车，则甲、乙入园的入口应为_______；

② 若甲、乙最终在 B 入口处入园，则乙下车的站点可以为________；

（2）丙从 C 入口先行入园，此时甲、乙还未入园. 丙在地图上建立平面直角坐标系 xOy，如图 2 所示，其中入口 A，B，C 的坐标分别为（0，4），（-4，0），（4，0）. 园区内有行驶路线为 CG 的摆渡车（乘客可以在路线上任意一点上下车）.点 G 坐标为（-3，1）. 丙想乘坐摆渡车和甲、乙汇合，其下车点记为 M，M 到三个入口 A，B，C 的最大距离记为 a，到 M 的距离最近的入口记为“理想入口”.

① 如果丙希望在 a 最小处下车，则点 M 的坐标为_______________；

② 若对于摆渡车行驶路线上任意一段长度为 m 的路段，都同时存在“理想入口”分别为 A，B，C 的下车点，则 m 的最小值为_______________.

参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	A	B	D	B	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \geq 5$；　10. $y = 2x + 2$；　11. 20；　12. 23.5；

13. $y = -x + 10$；　14. 67.5；　15. =；　16. P_2，20.

三、解答题（本题共 60 分，第 17 题 6 分，第 18-24 题每题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 6 分）

17.（1）解：原式$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$　---------------------- 2 分

$=2\sqrt{3}$.　---------------------- 3 分

（2）解：原式$=3^2-(\sqrt{2})^2$　---------------------- 2 分

$=7$.　---------------------- 3 分

18. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB=DC$，$AB\parallel DC$.　---------------------- 1 分

∴ $\angle DCE=\angle BAF$.

∵ $DE\parallel BF$，

∴ $\angle DEC=\angle BFA$.

在△CDE 与△ABF 中，

$$\begin{cases}\angle DCE = \angle BAF, \\ \angle DEC = \angle BFA, \\ DC = BA,\end{cases}$$

∴ $\triangle CDE \cong \triangle ABF$(AAS).　---------------------- 4 分

∴ $DE=BF$.　---------------------- 5 分

19. 解：（1）$\dfrac{10\sqrt{3\pi}}{\pi}$，$10\sqrt{3}$；　---------------------- 2 分

（2）∵ 圆形团扇半径为$\dfrac{10\sqrt{3\pi}}{\pi}$厘米，正方形团扇的边长为$10\sqrt{3}$厘米，

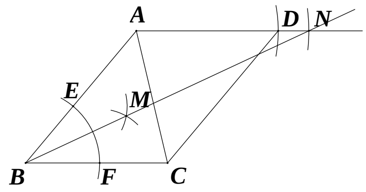
∴ 圆形团扇的周长为$20\sqrt{3\pi}$厘米，正方形团扇的周长为$40\sqrt{3}$厘米. ---------- 3 分

∵ $40\sqrt{3}=20\sqrt{3\times 2^2}=20\sqrt{12}$，$3<\pi<4$，

∴ $20\sqrt{3\pi}<40\sqrt{3}$.　----------------------4 分

∴ 圆形团扇所用的包边长度更短. ----------------------5 分

20. 解：（1）



--------------------- 2 分

（2） $\angle ANB$； --------------------- 3 分

$\angle ANB$； --------------------- 4 分

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形. --------------------- 5 分

21. 解：（1）由题意，点 A（m，2）在函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象上，

∴ $\frac{1}{2}m=2$.

∴ $m=4$. ---------------------- 1 分

将 A（4，2）代入 $y=kx-2$，得 $4k-2=2$，

∴ $k=1$. ---------------------- 3 分

（2）$1\le a\le 3$. ---------------------- 5 分

22. 解：（1）3，5； ---------------------- 2 分

（2）设当 $3\le x\le 5$ 时，函数解析式为 $y=kx+b(k\ne 0)$.

∵ $y=kx+b$ 的图象经过点（3，9），（5，5），

∴ $\begin{cases}3k+b=9,\\5k+b=5.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=15.\end{cases}$ ---------------------- 3 分

∴ $y=-2x+15$.

当 $x=4$ 时， $y=-8+15=7$，

∴ 当 $x=4$ 时，水池内的水量为 7 吨. ---------------------- 4 分

（3）15. ---------------------- 5 分

23.（1）证明：∵ 点 E 是 AC 的中点，

∴ $AE=EC$.

∵ $EF=DE$，

∴ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形. ---------------------- 1 分

∵ 在△ABC 中，∠CAB=90°，点 D 是 BC 的中点，

∴ $AD=BD=DC$.

∴ 四边形 $ADCF$ 是菱形.　　　　---------------------- 2 分

（2）解：过点 F 作 $FG\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 G.

∴ ∠BGF=90°.

∵ 四边形 $ADCF$ 是菱形，∠ACB=60°，AF=2，

∴ $CF=DC=AF=2$，∠ACF=∠ACD=60°.

∴ ∠FCG=180°-∠ACF-∠ACD=60°.

∴ ∠GFC=90°-∠FCG=30°.

在△CFG 中，∠CGF=90°，∠GFC=30°，

∴ $CG=\frac{1}{2}CF=1$.

∴ $FG=\sqrt{CF^2-CG^2}=\sqrt{3}$.　　　　---------------------- 4 分

∵ $BD=CD=2$.

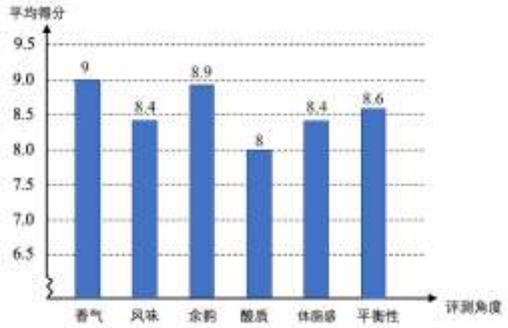
∴ $BG=BD+CD+CG=5$.

在△BFG 中，∠BGF=90°，

∴ $BF=\sqrt{BG^2+GF^2}=2\sqrt{7}$.　　　　---------------------- 5 分

24. 解：（1）9，8；　　　　---------------------- 2 分

（2）如图.



---------------------- 4 分

（3）平衡性.　　　　---------------------- 5 分

25. 解：（1） 4；　　　　---------------------- 1 分

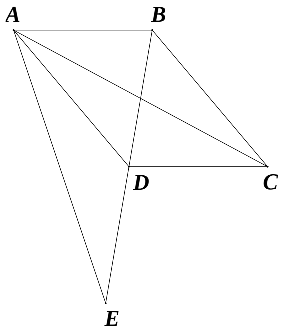
（2）$y=x$，$2\leqslant x\leqslant 4$；　　　　---------------------- 3 分

（3）①如图.

---------------------- 4 分

② $b=1$ 或 $2<b\le 4$.　　　　　　　---------------------- 6 分

26. 解：（1）① 依题意补全图形.



---------------------- 1 分

②证明：∵ $AB=BD$，

∴ $\angle BAD=\angle BDA$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB \parallel DC$，$AB=DC$.

∴ $\angle BAD+\angle ADC=180°$.

∵ $\angle BDA+\angle ADE=180°$，

∴ $\angle ADE=\angle ADC$.

∵ $DE=BD$，

∴ $DE=DC$.

在△ADE 和△ADC 中，

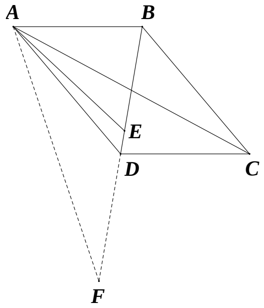
$$\begin{cases} DE=DC, \\ \angle ADE=\angle ADC, \\ AD=AD, \end{cases}$$

∴ △ADE≌△ADC（SAS）.

∴ $AE=AC$.　　　　　　　---------------------- 4 分

（2）线段 AE，BE 和 AB 的数量关系为 $AE+BE=2AB$.　　---------------------- 5 分

证明：延长 BD 至点 F，使得 $DF=BD$，连接 AF.



由（1）②可得△ADF≌△ADC.

∴ $\angle F=\angle ACD$.

∵ $\angle AEB=2\angle ACD$，

∴ $\angle AEB=2\angle F$.

∵ $\angle AEB=\angle EAF+\angle F$，

∴ $\angle EAF=\angle F$.

∴ $EF=AE$.

∴ $AE+BE=EF+BE=BF=2BD=2AB$. ----------------------7 分

27. 解：（1）① B； ---------------------- 2 分

② 3 号车站，4 号车站； ----------------------4 分

（2）①（0，$\frac{4}{7}$）； ---------------------- 5 分

② $\frac{10}{3}\sqrt{2}$. ----------------------6 分