学校________ 班级________ 姓名________ 学号________

密 封 线 内 不 要 答 题

北京市西城区 2023—2024 学年度第二学期期末试卷

八年级数学

2024.7

注意事项	
注意事项	1．本试卷共 8 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将考试材料一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．下列各式中，是最简二次根式的是

（A）$\sqrt{8}$　　（B）$\sqrt{9}$　　（C）$\sqrt{6}$　　（D）$\sqrt{\frac{1}{3}}$

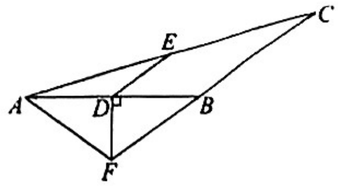
2．以下列各组数为三角形的三边长，能构成直角三角形的是

（A）1，1，1　　（B）1，2，$\sqrt{5}$　　（C）3，4，6　　（D）2，3，$2\sqrt{3}$

3．下列计算中，正确的是

（A）$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　（B）$5\sqrt{3}-\sqrt{3}=5$　　（C）$\sqrt{18}\div\sqrt{3}=\sqrt{15}$　　（D）$\sqrt{12}\times\sqrt{3}=6$

4．如图，在△ABC 中，D，E 分别是 AB，AC 的中点，$FD\perp AB$ 交 CB 的延长线于点 F．若 AF=3，CF=7，则 DE 的长为



（A）2　　（B）3

（C）3.5　　（D）4

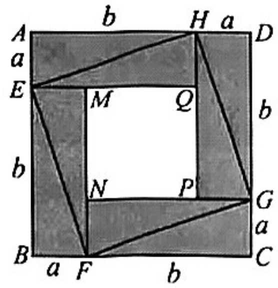
5．某校艺术节歌唱比赛中，有 15 位评委对选手的表现打分，某位选手所得 15 个分数组成一组数据．根据评分规则，去掉这组数据中的一个最高分和一个最低分，剩余 13 个分数作为一组新数据．下列统计量中，新数据与原数据相比一定不变的是

（A）平均数　　（B）众数　　（C）方差　　（D）中位数

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+4$ 的图象经过点 P，且 y 随 x 的增大而增大，则点 P 的坐标可以是

（A）（3，0）　　（B）（−1，−2）　　（C）（2，3）　　（D）（−1，6）

7. 矩形纸片两邻边的长分别为 a，b（$a<b$），连接它的一条对角线．用四张这样的矩形纸片按如图所示的方式拼成正方形 $ABCD$，其边长为 $a+b$．图中正方形 $ABCD$，正方形 $EFGH$ 和正方形 $MNPQ$ 的面积之和为



（A）$2a^2+2b^2$　　（B）$2a^2+3b^2$

（C）$3a^2+3b^2$　　（D）$4a^2+4b^2$

8. 如图 1，在△ABC 中，∠A=90°，AB=3，AC=4，P 是边 BC 上的一个动点，过点 P 分别作 $PD⊥AB$ 于点 D，$PE⊥AC$ 于点 E，连接 DE．如图 2 所示的图象中，M（$\frac{9}{5}$，$\frac{12}{5}$）是该图象的最低点．下列四组变量中，y 与 x 之间的对应关系可以用图 2 所示图象表示的是

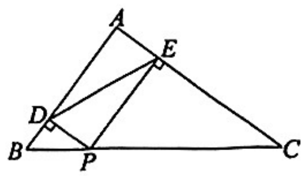


图 1

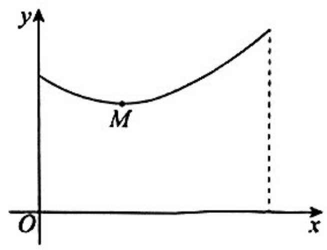


图 2

（A）点 P 与 B 的距离为 x，点 P 与 C 的距离为 y

（B）点 P 与 B 的距离为 x，点 D 与 E 的距离为 y

（C）点 P 与 D 的距离为 x，点 P 与 E 的距离为 y

（D）点 P 与 D 的距离为 x，点 D 与 E 的距离为 y

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

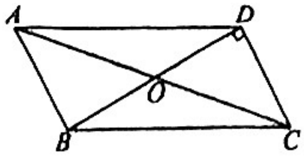
9. 若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是________.

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象由函数 $y=3x$ 的图象平移得到，且经过点（0，−1），该一次函数的表达式为________.

11．在□$ABCD$中，$\angle A+\angle C=160°$，则$\angle B=$_______°．

12．用一个a的值说明“$\sqrt{a^2}=a$”是错误的，这个值可以是______（写出一个即可）．

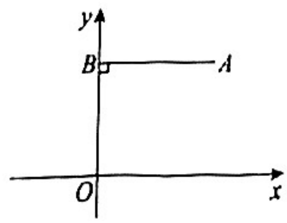
13．如图，□$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O，$BD\perp CD$，$AC=6$，$BD=4$，则AB的长为_______．



14．一次数学实践活动中，小组的综合成绩由小组自评、组间互评和教师评价三部分组成．各部分成绩均按百分制计，然后再按小组自评占30%、组间互评占30%、教师评价占40%，计算小组的综合成绩．甲、乙两个小组各部分的成绩如下表所示，则______组的综合成绩更高（填“甲”或“乙”）．

小组	小组自评	组间互评	教师评价
甲组	95	85	85
乙组	90	90	88

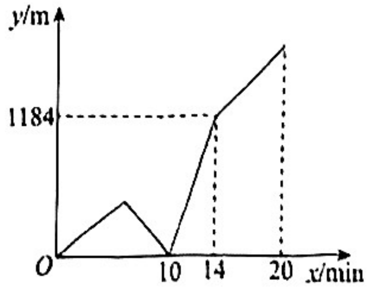
15．如图，在平面直角坐标系xOy中，点A（3，$2\sqrt{2}$），$AB\perp y$轴于点B．以AB为边作菱形$ABCD$，若点C在x轴上，则点D的坐标为______．



16．小华从家出发沿笔直的马路匀速步行去图书馆听讲座，几分钟后，爸爸发现小华忘带图书馆的出入卡，于是从家出发沿相同路线匀速跑步去追小华，爸爸追上小华后以原速度沿原路回家．小华拿到出入卡后以原速度的1.2倍快步赶往图书馆，并在从家出发20 min时到达图书馆（小华被爸爸追上时交流的时间忽略不计）．在整个过程中，小华与爸爸之间的距离y与小华离家的时间x的对应关系如图所示．

（1）小华从家出发_______ min时，爸爸追上小华；

（2）图书馆离小华家_______ m．



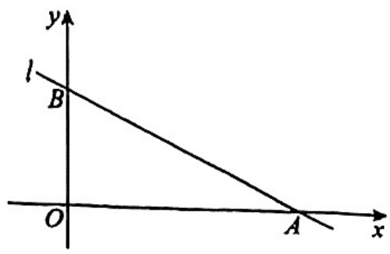
三、解答题（共68分，第17题8分，第18题9分，第19-22题，每题8分，第23题10分，第24题9分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．计算：

（1）$\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{50}$；　　（2）$(2\sqrt{7}+1)(2\sqrt{7}-1)$．

18．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 与 x 轴，y 轴分别交于点 A，B．点 C 在第一象限，且四边形 $OACB$ 是矩形．



（1）使用直尺和圆规，按照下面的作法补全图形（保留作图痕迹）；

作法：以点 A 为圆心，OB 的长为半径画弧，再以点 B 为圆心，OA 的长为半径画弧，两弧在第一象限相交于点 C，连接 AC，BC，则四边形 $OACB$ 是矩形．

（2）根据（1）中的作法，完成下面的证明；

证明：∵$AC=OB$，________$=OA$，

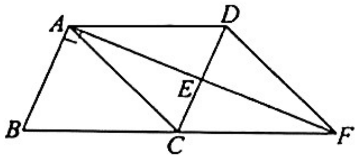
∴四边形 $OACB$ 是平行四边形．（________________）（填推理的依据）

∵$\angle BOA=90°$，

∴四边形 $OACB$ 是矩形．（________________）（填推理的依据）

（3）若直线 l 的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$，直接写出矩形 $OACB$ 的面积和直线 OC 的表达式．

19．如图，在□$ABCD$ 中，$FA\perp AB$ 交 CD 于点 E，交 BC 的延长线于点 F，且 $CF=BC$，连接 AC，DF．



（1）求证：四边形 $ACFD$ 是菱形；

（2）若 $AB=5$，$DF=\dfrac{13}{2}$，求四边形 $ACFD$ 的面积．

20．在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（-1，m）在直线 l_1：$y=-3x-1$ 上，直线 l_2：$y=kx+b$ 经过点 A，且与 x 轴交于点 B（-2，0）．

（1）求 m 的值及直线 l_2 的表达式；

（2）点 C（n，y_1）在直线 l_1 上，$CD\perp x$ 轴交直线 l_2 于点 D，点 D 的纵坐标为 y_2．若 $y_1<y_2<4$，直接写出 n 的取值范围．

学校______ 班级______ 姓名______ 学号______

密 封 线 内 不 要 答 题

21．某果园收获了一批苹果，有 2000 个苹果作为大果装入包装盒进行销售．设苹果的果径为 x mm，其中 A 款包装盒中的苹果果径要求是 $80 \leqslant x < 85$，B 款包装盒中的苹果果径要求是 $85 \leqslant x < 90$．从这 2000 个苹果中随机抽取 20 个，测量它们的果径（单位：mm），所得数据整理如下：

80　81　82　82　83　84　84　85　86　86

87　87　87　89　90　91　92　92　94　98

（1）这 20 个苹果的果径的众数是________，中位数是________；

（2）如果一个包装盒中苹果果径的方差越小，那么认为该包装盒中的苹果大小越均匀．从抽取的苹果中分别选出 6 个装入两个包装盒，其果径如下表所示．

包装盒 1 的苹果果径	80	81	82	82	83	84
包装盒 2 的苹果果径	86	86	87	87	87	89

其中，包装盒________中的苹果大小更均匀（填“1”或“2”）；

（3）请估计这 2000 个苹果中，符合 A 款包装盒要求的苹果有多少个？

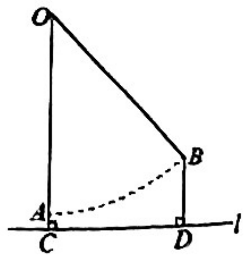
22．我国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：平地秋千未起，踏板离地一尺．送行二步与人齐，五尺人高曾记．良工高士素好奇，算出索长有几？（1 步=5 尺）

提取信息

秋千静止时，踏板离地面 1 尺高；将秋千的踏板向前推动 2 步（即 10 尺）时，踏板就和推秋千的人一样高，同为 5 尺．秋千的绳索长是多少？

画示意图

假设秋千的绳索长在运动过程中始终保持不变．如图，O 是秋千的固定点，点 A 是秋千静止时踏板的位置，点 B 是向前推动 10 尺（水平距离）后踏板的位置．直线 l 是地面，$OA \perp l$ 于点 C，$BD \perp l$ 于点 D．



解决问题

（1）图中 AC=______尺，BD=______尺，CD=______尺；

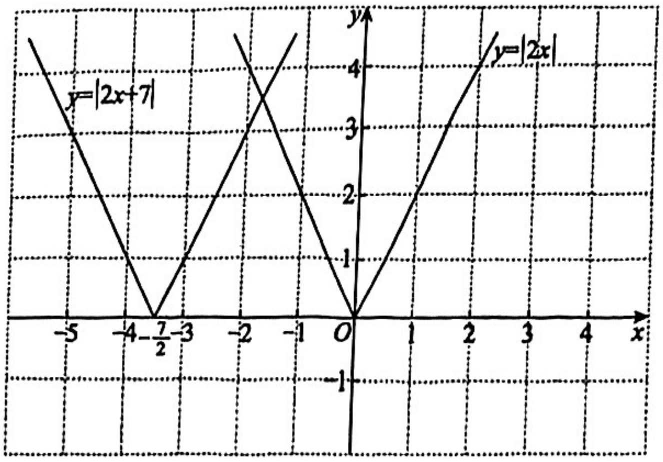
（2）求秋千的绳索长．

23．对于函数 $y=|2x+m|$（m 为常数），小明用特殊到一般的方法，探究了它的图象及部分性质．请将小明的探究过程补充完整，并解决问题．

（1）当 $m=0$ 时，函数为 $y=|2x|$；当 $m=7$ 时，函数为 $y=|2x+7|$．用描点法画出了这两个函数的图象，如图所示．

观察函数图象可知：函数 $y=|2x|$ 的图象关于________对称；

对于函数 $y=|2x+7|$，当 $x=$________时，$y=3$；



（2）当 $m=-4$ 时，函数为 $y=|2x-4|$．

①在图中画出函数 $y=|2x-4|$ 的图象；

②对于函数 $y=|2x-4|$，当 $1<x<3$ 时，y 的取值范围是________；

（3）结合函数 $y=|2x|$，$y=|2x+7|$ 和 $y=|2x-4|$ 的图象，可知函数 $y=|2x+m|$（$m\neq0$）的图象可由函数 $y=|2x|$ 的图象平移得到，它们具有类似的性质．

①若 $m>0$，写出由函数 $y=|2x|$ 的图象得到函数 $y=|2x+m|$ 的图象的平移方式；

②若点（t，y_1）和（$t+1$，y_2）都在函数 $y=|2x+m|$ 的图象上，且 $y_1>y_2$，直接写出 t 的取值范围（用含 m 的式子表示）．

24．在正方形 $ABCD$ 中，E 是边 BC 上的一个动点（不与点 B，C 重合），连接 AE，P 为点 B 关于直线 AE 的对称点．

（1）连接 AP，作射线 DP 交射线 AE 于点 F，依题意补全图 1．

①若 $\angle BAE=\alpha$，求 $\angle ADP$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

②用等式表示线段 AF，PF 和 PD 之间的数量关系，并证明；

（2）已知 $AB=2$，连接 PC，若 $PC\parallel AE$，M，N 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的两个动点，且 $BN=BM+\sqrt{2}$，连接 EM，AN，直接写出 $EM+AN$ 的最小值．

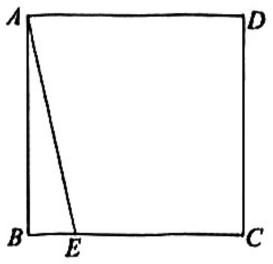
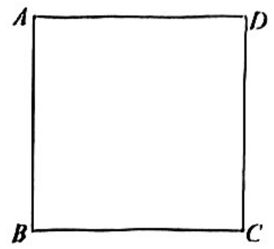


图 1

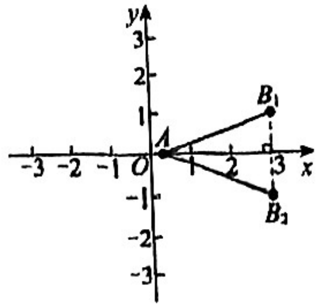


备用图

四、选做题（共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分）

25．对于一些二次根式，我们可以用数形结合的方法进行研究．

例如 $\sqrt{x^2-6x+10}=\sqrt{(x^2-6x+9)+1}=\sqrt{(x-3)^2+[0-(\pm1)]^2}$，可以看作平面直角坐标系 xOy 中，动点 A（x，0）与定点 B_1（3，1）或 B_2（3，-1）之间的距离（如图）．

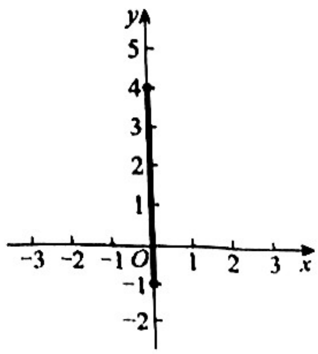


请参考上面的方法解决下列问题：

（1）若将 $\sqrt{(x+2)^2+9}$ 看作平面直角坐标系 xOy 中，动点 A（x，0）与定点 C 之间的距离，则点 C 的坐标可以是______（写出一个即可）；

（2）若 $d=\left|\sqrt{x^2+4x+13}-\sqrt{x^2-2x+2}\right|$，直接写出 d 的最大值．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，对于线段 a，给出如下定义：直线 l_1：$y=2x+b_1$ 经过线段 a 的一个端点，直线 l_2：$y=-3x+b_2$ 经过线段 a 的另一个端点．若直线 l_1 与 l_2 交于点 P，且点 P 不在线段 a 上，则称点 P 为线段 a 的“双线关联点”．



（1）如图，线段 a 的两个端点分别为（0，-1）和（0，4），则在点 P_1（1，1），P_2（-1，1），P_3（-1，2）中，线段 a 的“双线关联点”是______；

（2）A（m，y_1），B（$m+4$，y_2）是直线 $y=\frac{3}{4}x$ 上的两个动点．

①点 P 是线段 AB 的“双线关联点”，且点 P 的纵坐标为 4，求点 P 的横坐标；

②正方形 $CDEF$ 的四个顶点的坐标分别为 C（t，t），D（t，$-t$），E（$3t$，$-t$），F（$3t$，t），其中 $t>0$．当点 A，B 在直线上运动时，不断产生线段 AB 的“双线关联点”．若所有线段 AB 的“双线关联点”中，恰有两个点在正方形 $CDEF$ 上，直接写出 t 的取值范围．