



# 房山区 2023–2024 学年度第二学期学业水平调研（二）

## 八年级数学

本试卷共 6 页，满分 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 中国剪纸是一种用剪刀或刻刀在纸上剪刻花纹，用于装点生活或配合其他民俗活动的民间艺术，其传承延续的视觉形象和造型格式，蕴涵了丰富的文化历史信息。列入国家级非物质文化遗产名录。下列四个剪纸图案中，是中心对称图形的是



(A)



(B)

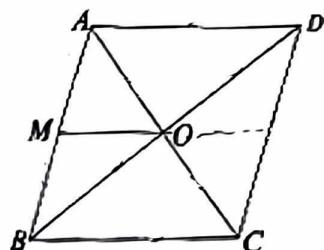


(C)



(D)

2. 一次函数  $y=x+b$  的图象经过点  $(1, 3)$ ，该一次函数的表达式为  
(A)  $y=x+2$     (B)  $y=x+3$     (C)  $y=2x+1$     (D)  $y=x-2$
3. 如果一个多边形的内角和与外角和相等，那么这个多边形的边数是  
(A) 3    (B) 4    (C) 5    (D) 6
4. 在平面直角坐标系中，点  $A(1, 2)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标是  
(A)  $(1, 2)$     (B)  $(1, -2)$     (C)  $(-1, 2)$     (D)  $(-1, -2)$
5. 如图，菱形  $ABCD$  的对角线交于点  $O$ ，点  $M$  为  $AB$  的中点，连接  $OM$ 。若  $AC=6$ ， $BD=8$ ，则  $OM$  的长为  
(A) 4    (B) 3  
(C)  $\frac{5}{2}$     (D)  $\frac{3}{2}$





6. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 4x - 3 = 0$  时，此方程可变形为

- (A)  $(x-2)^2 = 19$       (B)  $(x-4)^2 = 7$   
 (C)  $(x-2)^2 = 4$       (D)  $(x-2)^2 = 7$

7. 在一次数学测验中，某年级人数相同（均为 35 人）的两个班的成绩统计如下表：

班级	平均数	中位数	方差
致远班	82.5	85	40.25
飞翔班	82.5	80	35.06

小亮同学对此做出如下评估：

- ①这次数学测验成绩两个班的平均水平相同；  
 ②致远班学生中成绩优秀（85 分及以上）的多；  
 ③飞翔班学生的成绩比较整齐，波动较小。

上述评估，正确的是

- (A) ①      (B) ①②      (C) ①③      (D) ①②③

8. 关于函数  $y_1 = 2x - 1$  和函数  $y_2 = -x + m (m > 0)$ ，有以下结论：

- ①当  $0 < x < 1$  时， $y_1$  的取值范围是  $-1 < y_1 < 1$ ；  
 ② $y_1$  随  $x$  的增大而增大；  
 ③函数  $y_1$  的图象与函数  $y_2$  的图象的交点一定在第一象限；  
 ④若点  $(a, -2)$  在函数  $y_1$  的图象上，点  $(b, \frac{1}{2})$  在函数  $y_2$  的图象上，则  $a < b$ 。

上述结论正确的是

- (A) ①④      (B) ②③      (C) ③④      (D) ①②

## 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在函数  $y = \frac{2}{x+1}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

10. 在  $\triangle ABC$  中， $D, E$  分别是边  $AB, AC$  的中点，若  $BC = 6$ ，则  $DE =$  \_\_\_\_\_。

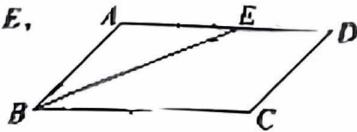
11. 写出一个与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$  的一次函数的表达式\_\_\_\_\_。

12. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个不相等的实数根，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。



13. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $BE$ 平分 $\angle ABC$ ，交 $AD$ 于点 $E$ ，

若 $BC=7$ ， $DE=3$ ，则 $CD$ 的长为\_\_\_\_\_.



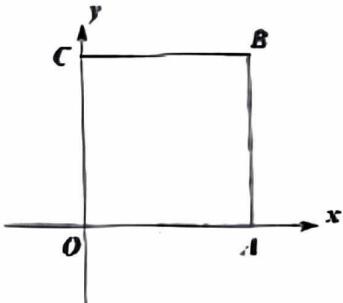
14. 已知点 $P(-2, y_1)$ ， $Q(1, y_2)$ 在一次函数 $y=kx+1$  ( $k \neq 0$ )的图象上，且

$y_1 > y_2$ ，则 $k$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 随着技术的发展，某工厂生产的零部件原来的成本是每件 300 元。连续两次降低成本后，现在的成本是每件 192 元。若设每件成本的平均降低率是 $x$ ，则可列方程为：

16. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，四边形 $OABC$ 为正方形，点 $A$ 的坐标为 $(5, 0)$ 。

若直线 $l_1: y=-x+b_1$ 和直线 $l_2: y=-x+b_2$  ( $b_1 \neq b_2$ ) 被正方形 $OABC$ 的边所截得的线段长度相等。请写出一组满足条件的 $b_1$ 与 $b_2$ 的值\_\_\_\_\_。



三、解答题（共 68 分，第 17 题 15 分，第 18—20 题，每题 5 分，第 21—24 题，每题 6 分，第 25—26 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解下列方程：

- (1)  $x^2 - 25 = 0$ ;
- (2)  $3x^2 + x = 0$ ;
- (3)  $x^2 - 4x - 1 = 0$ .

18. 一个一次函数的图象经过 $(0, 2)$ 和 $(4, -2)$ 两点。

(1) 求该一次函数的表达式；

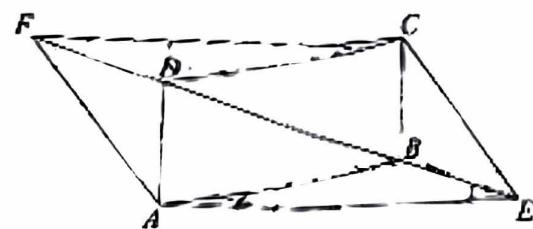
(2) 作出该一次函数的图象；

(3) 结合图象回答：当 $y < 0$ 时， $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_。



19. 如图,  $B$ ,  $D$  是  $\square AECF$  对角线  $EF$  上两点,  $BE=DF$ .

求证: 四边形  $ABCD$  是平行四边形.



20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y=2x-2$  的图象与  $y$  轴交于点  $A$ , 若该函数图象上存在点  $B$  使  $\triangle AOB$  的面积是 1, 求点  $B$  的坐标.

21. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$ .

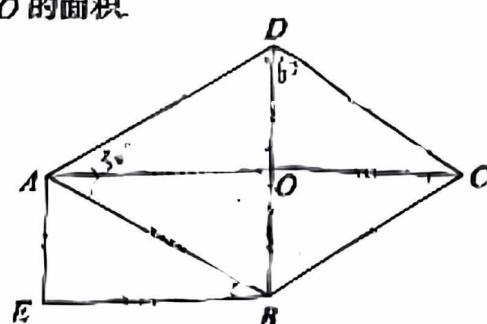
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根小于 1, 求  $m$  的取值范围.

22. 如图, 菱形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ .  $BE \parallel AC$ ,  $BE = \frac{1}{2}AC$ , 连接  $AE$ .

(1) 求证: 四边形  $AEBO$  是矩形;

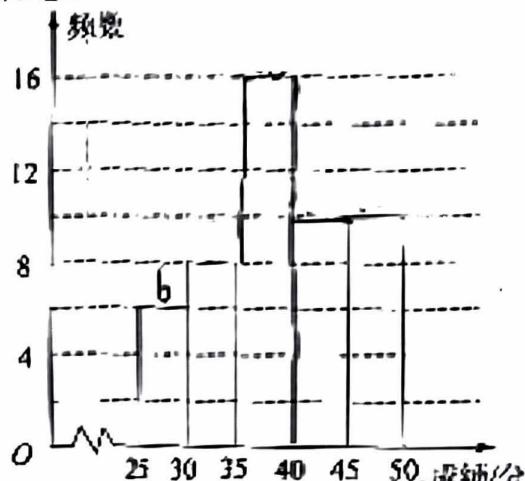
(2) 若  $BC=10$ ,  $\angle BCD=60^\circ$ , 求矩形  $AEBO$  的面积.





23. 汉字是世界上唯一延续至今且仍在使用的自源性文字符号系统，是中华文明的源头所在、根脉所系。某校为了解八年级学生汉字书写情况，从中随机抽取 50 名学生进行书写测试，获得了他们的成绩（满分 50 分），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析。下面给出了部分信息（数据分成 5 组）。

组别	成绩 $x$ (分)	频数 (人数)	频率
第一组	$25 \leq x < 30$	6	0.12
第二组	$30 \leq x < 35$	8	0.16
第三组	$35 \leq x < 40$	$a$	0.32
第四组	$40 \leq x < 45$	$b$	$c$
第五组	$45 \leq x \leq 50$	10	0.20



根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中  $a$ ， $b$ ， $c$  的值；
- (2) 请你把频数分布直方图补充完整；
- (3) 若测试成绩不低于 40 分为优秀，假设该校八年级 240 名学生都参加测试，估计该校八年级测试成绩优秀的人数。

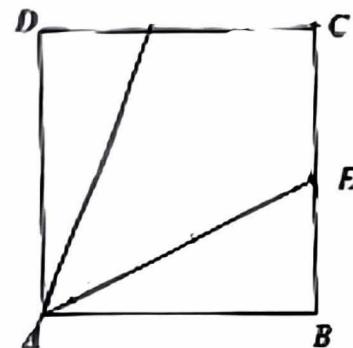
24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = kx - 2$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与函数  $y = 3x$  的图象交于点  $P(m, 3)$ 。

- (1) 求  $k$  和  $m$  的值；
- (2) 已知点  $A(n, 0)$ ，过点  $A$  作  $x$  轴的垂线，交函数  $y = kx - 2$  ( $k \neq 0$ ) 的图象于点  $B$ ，交函数  $y = 3x$  的图象于点  $C$ 。
  - ① 当  $AC = AB$  时，求  $n$  的值；
  - ② 当  $AC < AB$  时，直接写出  $n$  的取值范围。



25. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  在  $BC$  边上(与点  $B$ ,  $C$  不重合). 连接  $AE$ . 过点  $E$  作  $AE$  的垂线, 交  $DC$  于点  $M$ , 延长  $EM$  到点  $F$ , 使  $EF = AE$ , 连接  $FC$ .

- (1) 依题意补全图形;  
 (2) 用等式表示线段  $BE$  与  $CF$  的数量关系, 并证明.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于图形  $G$  给出如下定义: 将图形  $G$  上的任意点  $P(a, b)$  变为点  $P'(a-b, a+b)$ , 称  $P'$  为点  $P$  的关联点. 图形  $G$  上所有的点按上述方法变化后得到的点组成的图形记为图形  $N$ . 称图形  $N$  为图形  $G$  的关联图形.

- (1) 点  $(1, 0)$  的关联点的坐标为\_\_\_\_\_;  
 (2) 直线  $y = x + 1$  的关联图形上任一点的横坐标为\_\_\_\_\_;  
 (3) 如图, 点  $A(1, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(0, 1)$ . 若四边形  $OABC$  的关联图形与过点  $(4, 3)$  的直线  $y = kx + n$  ( $k \neq 0$ ) 有公共点, 直接写出  $k$  的取值范围.

