北京市朝阳区2023～2024学年度第二学期期末检测

八年级数学试卷(选用)

2024.7

(考试时间90分钟　满分100分)

学校__________　班级__________　姓名__________　考号__________

考生须知	1. 本试卷共6页,共三道大题,25道小题. 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号. 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效. 4. 在答题卡上,选择题、作图题用2B铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答. 5. 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回.

一、选择题(共24分,每题3分)

第1－8题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 下列二次根式中,是最简二次根式的是

(A)$\sqrt{5}$　(B)$\sqrt{8}$　(C)$\sqrt{\frac{1}{3}}$　(D)$\sqrt{0.3}$

2. 下列计算正确的是

(A)$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　(B)$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　(C)$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=4$　(D)$\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

3. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$的对边分别为a,b,c,下列条件中可以判断$\angle A=90^\circ$的是

(A)$a=3,b=4,c=5$　(B)$a=6,b=5,c=4$

(C)$a=2,b=\sqrt{2},c=\sqrt{2}$　(D)$a=1,b=2,c=\sqrt{3}$

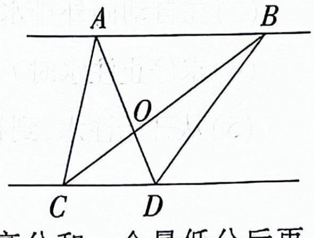
4. 如图,$AB/\!/CD$,AD,BC相交于点O,下列两个三角形的面积不一定相等的是

(A)$\triangle ABC$和$\triangle ABD$

(B)$\triangle ACD$和$\triangle BCD$

(C)$\triangle AOC$和$\triangle BOD$

(D)$\triangle AOB$和$\triangle COD$



5. 在奥运会跳水项目中,多名评委对同一位选手打分,去掉一个最高分和一个最低分后再计算该选手的成绩.去掉这两个分数的前后,一定不发生变化的统计量是

(A)平均数　(B)中位数　(C)众数　(D)方差

6. 满足下列条件的四边形一定是正方形的是

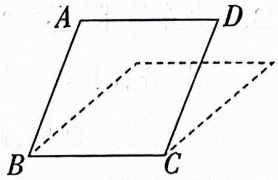
(A)对角线互相平分的四边形　(B)有三个角是直角的四边形

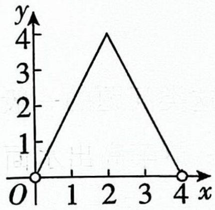
(C)有一组邻边相等的平行四边形　(D)对角线相等的菱形

7. 下列函数的图象是由正比例函数$y=2x$的图象向左平移1个单位长度得到的是

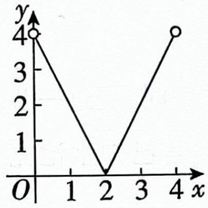
(A)$y=2x+1$　(B)$y=2x+2$　(C)$y=2x-1$　(D)$y=2x-2$

8. 我们知道,四边形具有不稳定性．如图,边长为2的菱形 $ABCD$ 的形状可以发生改变,在这个变化过程中,设菱形 $ABCD$ 的面积为 y, AC 的长度为 x,则下列图象中,可以表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是

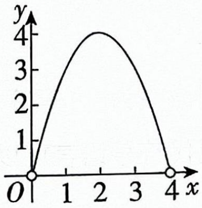




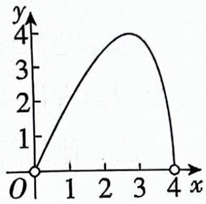
(A)



(B)



(C)



(D)

二、填空题(共24分,每题3分)

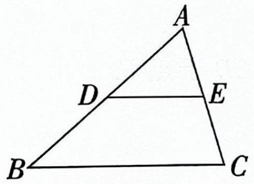
9. 若二次根式 $\sqrt{3-x}$ 在实数范围内有意义,则实数 x 的取值范围是________.

10. 请写出一个图象经过第二、三、四象限的一次函数的表达式:________.

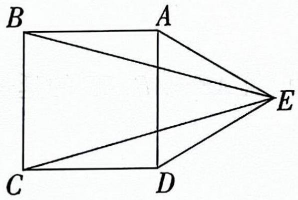
11. 下表是某校排球队队员的年龄分布,该排球队队员的平均年龄是________岁.

年龄/岁	12	13	14	15
频数	1	1	3	3

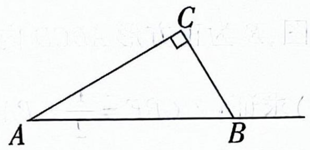
12. 如图,DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,若 $\triangle ABC$ 的周长为10,则 $\triangle ADE$ 的周长为________.



第12题图



第13题图



第14题图

13. 如图,在正方形 $ABCD$ 的外侧,作等边三角形 ADE,则 $\angle BEC=$________°.

14. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle A=30°$,$AB=4$,P 为射线 AB 上一点,若 $\triangle ACP$ 是等腰三角形,则 AP 的长为________.

15. 直线 $y=kx+3k-2(k\neq0)$ 一定经过一个定点,这个定点的坐标是________.

16. 如图1,华容道是一种古老的中国民间益智游戏,一些棋子紧密地摆放在矩形木框内,其中有5个完全一样的小矩形木块代表"五虎上将",它们有4个纵向摆放,1个横向摆放,把其他棋子拿掉后,这5个小矩形木块排列示意图如图2所示．若图2中阴影部分面积为40,则一个小矩形木块的对角线的长为________.

图1

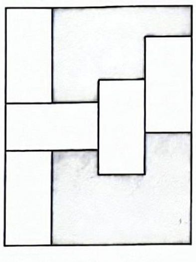


图2

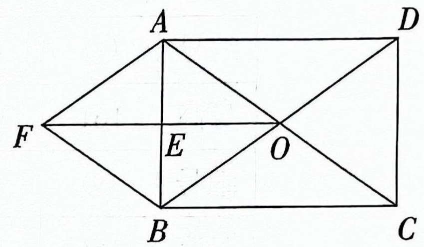
三、解答题(共 52 分,第 17 -22 题,每题 5 分,第 23 题 7 分,第 24 题 7 分,第 25 题 8 分)

17. 计算:$\sqrt{27}-\sqrt{8}+\sqrt{2}(2-\sqrt{6})$.

18. 已知 $a=\sqrt{2}$,求代数式 $a+\sqrt{1-2a+a^2}$ 的值.

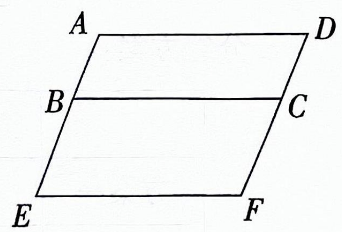
19. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,AC,BD 相交于点 O,E 为 AB 的中点,连接 OE 并延长至点 F,使 $EF=EO$,连接 AF,BF.

求证:四边形 $AFBO$ 是菱形.



20. 数学课上老师提出一个命题:如果四边形 $ABCD$ 和 $BEFC$ 都是平行四边形,则四边形 $AEFD$ 也是平行四边形.

下面是某同学根据自己画出的图形给出的证明过程.



证明:因为 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD=BC$,$AB=CD$.

又因为 $BEFC$ 也是平行四边形,

所以 $BC=EF$,$BE=CF$.

所以 $AD=EF$,$AB+BE=DC+CF$.

即 $AE=DF$.

所以四边形 $AEFD$ 是平行四边形.

讨论后大家发现这个证明过程存在问题.

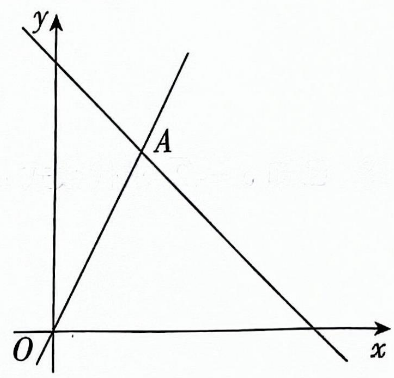
(1)请说明该同学证明中出现的问题;

(2)给出正确的证明.

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx$ 与 $y=6-x$ 的图象交于点 A.

(1)若点 A 的横坐标为 2，求 k 的值；

(2)若关于 x 的不等式 $kx<6-x$ 有且只有 2 个正整数解，直接写出 k 的取值范围.



22. 某校舞蹈队共 16 名学生，测量并获取了所有学生的身高(单位：cm)，数据整理如下：

a. 16 名学生的编号与身高：

编号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
身高	161	162	162	164	165	165	165	166
编号	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭	⑮	⑯
身高	166	167	168	168	170	172	172	175

b. 16 名学生的身高的平均数、中位数、众数：

平均数	中位数	众数
166.75	m	n

c. 分组方案：

	甲组队员编号	乙组队员编号
方案一	①②③④⑤⑥⑦⑧	⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯
方案二	①③⑤⑦⑨⑪⑬⑮	②④⑥⑧⑩⑫⑭⑯
方案三	①③⑤⑦⑩⑫⑭⑯	②④⑥⑧⑨⑪⑬⑮
方案四	①④⑤⑧⑨⑫⑬⑯	②③⑥⑦⑩⑪⑭⑮

(1)写出表中 m,n 的值；

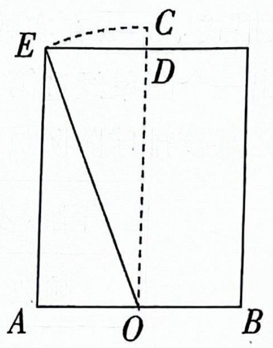
(2)按照方案一分成的两组中，学生身高更整齐的是________(填“甲组”或“乙组”)；

(3)如果分成的两组学生的平均身高接近，且身高的方差也接近，则认为这两组学生的身高整体接近，在演出时舞台呈现效果更好．在这四个分组方案中，舞台呈现效果最好的是方案________(填“一”“二”“三”或“四”).

23. 《九章算术》卷九“勾股”中记载：今有池，方一丈，葭生其中央，出水一尺．引葭赴岸，适与岸齐，问水深、葭长各几何．大意是：如图，水池底面的宽 $AB=1$ 丈，芦苇 OC 生长在 AB 的中点 O 处，高出水面的部分 $CD=1$ 尺．将芦苇向池岸牵引，尖端达到岸边时恰好与水面平齐，即 $OC=OE$，求水池的深度和芦苇的长度（1 丈等于 10 尺）．

（1）求水池的深度 OD；

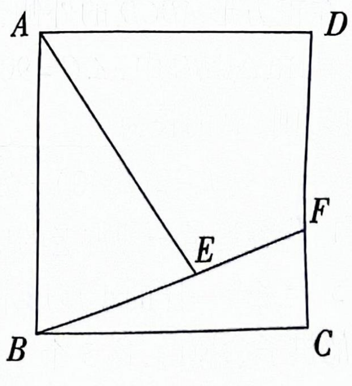
（2）中国古代数学家刘徽在为《九章算术》作注解时，更进一步给出了这类问题的一般解法．他的解法用现代符号语言可以表示为：若已知水池宽 $AB=2a$，芦苇高出水面的部分 $CD=n(n<a)$，则水池的深度 $OD(OD=b)$ 可以通过公式 $b=\dfrac{a^2-n^2}{2n}$ 计算得到．请证明刘徽解法的正确性．



24. 如图，E 为正方形 $ABCD$ 内部一点，且 $AE=AB$，BE 的延长线交 CD 于点 F.

（1）求证：$\angle CBF=\dfrac{1}{2}\angle BAE$；

（2）作 $FG\perp AB$ 于点 G，交 AE 于点 H，用等式表示线段 AH，BG，FH 的数量关系，并证明．

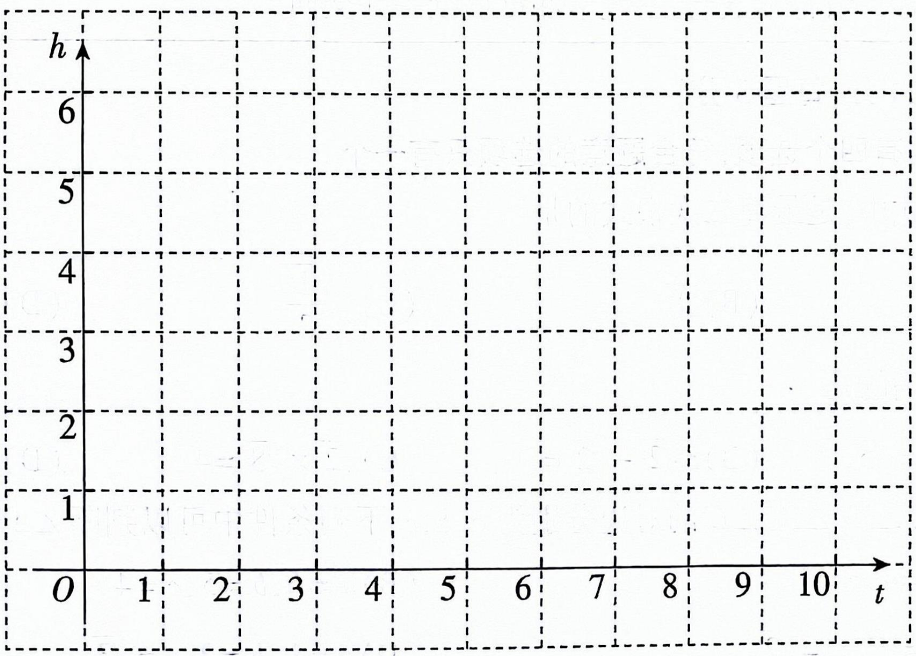


25. 如图，某校研学小组在博物馆中看到了一种“公道杯”，在这种杯子中加水超过一定量时，水会自动排尽，体现了“满招损，谦受益”的寓意．该小组模仿其原理，自制了一个圆柱形简易“公道杯”，确保向杯中匀速注水和杯中水自动向外排出时，杯中的水位高度的变化都是匀速的．向此简易“公道杯”中匀速注入清水，一段时间后停止，再等水完全排尽．在这个过程中，对不同时间的水位高度进行了记录，部分数值如下：

时间(t/s)	1	2	3	4	5	6	7	8
水位高度(h/cm)	2	4	6	5.75	5.5		3	

根据以上信息，解决下列问题：

(1)描出以表中各组已知对应值为坐标的点；



(2)当 $t=$________s 时，杯中水位最高，是________cm；

(3)在自动向外排水开始前，杯中水位上升的速度为________cm/s；

(4)求停止注水时 t 的值；

(5)从开始注水，到杯中水完全排尽，共用时________s.

北京市朝阳区 2023 ~2024 学年度第二学期期末检测

八年级数学试卷参考答案及评分标准

2024. 7

一、选择题(共 24 分,每题 3 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	D	B	D	B	D

二、填空题(共 24 分,每题 3 分)

题号	9	10	11	12
答案	$x\leqslant 3$	答案不唯一. 如:$y=-x-1$	14	5
题号	13	14	15	16
答案	30	2 或 $2\sqrt{3}$ 或 6	$(-3,-2)$	$2\sqrt{5}$

三、解答题(共 52 分,第 17 -22 题,每题 5 分,第 23 题 7 分,第 24 题 7 分,第 25 题 8 分)

17. 解:原式 $=3\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ ………………………………… 4 分

$=\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 5 分

18. 解: $a+\sqrt{1-2a+a^2}$

$=a+\sqrt{(1-a)^2}$ ………………………………………………………… 2 分

$=a+|1-a|$. ……………………………………………………………… 3 分

$\because a=\sqrt{2}$,

$\therefore$ 原式 $=a+a-1$ ……………………………………………………… 4 分

$=2\sqrt{2}-1$. …………………………………………………………… 5 分

19. 证明:$\because E$ 为 AB 的中点,

$\therefore EA=EB$. ……………………………………………………………… 1 分

$\because EF=EO$,

$\therefore$ 四边形 $AFBO$ 是平行四边形. ……………………………………… 2 分

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AC$ 与 BD 相等且互相平分. ………………………………………… 3 分

$\therefore OA=OB$. ……………………………………………………………… 4 分

$\therefore$ 四边形 $AFBO$ 是菱形. ……………………………………………… 5 分

20.（1）解：∵ 平行四边形具有不稳定性，

∴ 平行四边形 $ABCD$ 和 $BEFC$ 的内角度数不确定．

∴ $\angle ABC$ 与 $\angle EBC$（$\angle BCD$ 与 $\angle BCF$）的和不一定是 $180°$．

∴ A,B,E（D,C,F）三点不一定共线．

∴ 由 $AB+BE=DC+CF$ 不能直接得到 $AE=DF$．…………………… 2 分

（2）证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD/\!/BC$，$AD=BC$．…………………… 3 分

又∵ 四边形 $BEFC$ 也是平行四边形，

∴ $BC/\!/EF$，$BC=EF$．

∴ $AD/\!/EF$，$AD=EF$．…………………… 4 分

∴ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形．…………………… 5 分

21. 解：（1）把 $x=2$ 代入 $y=6-x$，得 $y=4$．

∴ 点 A 的坐标为 $(2,4)$．…………………… 2 分

把点 A 的坐标代入 $y=kx$，得 $4=2k$．

解得 $k=2$．…………………… 3 分

（2）$1\leqslant k<2$．…………………… 5 分

22. 解：（1）166，165；…………………… 2 分

（2）甲组；…………………… 4 分

（3）四．…………………… 5 分

23. 解：（1）设 OD 长为 x 尺，则 $OC=OE=(x+1)$ 尺．…………………… 2 分

在 $\mathrm{Rt}\triangle ODE$ 中，由勾股定理可得：$x^2+5^2=(x+1)^2$．…………………… 3 分

解得 $x=12$．…………………… 4 分

答：水池深度 OD 为 12 尺．

（2）设芦苇长度 $OC=c$．

则 $n=c-b$．…………………… 5 分

由勾股定理可得，$a^2=c^2-b^2$．

∴ $\dfrac{a^2-n^2}{2n}$

$=\dfrac{c^2-b^2-(c-b)^2}{2n}$

$=\dfrac{2bc-2b^2}{2n}$

$=\dfrac{2b(c-b)}{2(c-b)}$．…………………… 6 分

由题意，显然 $b\neq c$．

∴ $\dfrac{a^2-n^2}{2n}=b$．…………………… 7 分

所以刘徽的解法是正确的．

24. (1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ABC = 90°$. ………………………………………… 1 分

$\therefore \angle ABE + \angle CBF = 90°$.

$\because AE = AB$,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$. ………………………………………… 2 分

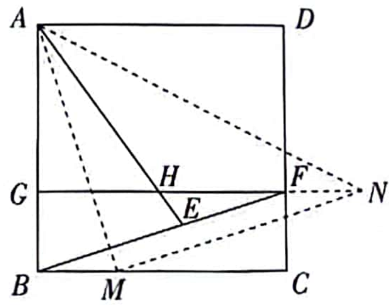
$\because \angle ABE + \angle AEB + \angle BAE = 180°$,

$\therefore \angle ABE + \frac{1}{2}\angle BAE = 90°$.

$\therefore \angle CBF = \frac{1}{2}\angle BAE$. ………………………………………… 3 分

(2) $AH = BG + FH$. ………………………………………… 4 分

证明：如图，作 AM 平分$\angle BAE$，交 BC 于点 M，延长 GF 至点 N，使 $FN = BM$，连接 MN，AN.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ABC = \angle C = 90°, AB = BC$.

$\because AM$ 平分$\angle BAE$,

$\therefore \angle BAM = \angle EAM = \frac{1}{2}\angle BAE = \angle CBF$.

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle BCF$. ………………………………………… 5 分

$\therefore BM = CF, AM = BF$.

$\because FG \perp AB$,

$\therefore \angle BGF = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $BCFG$ 是矩形. ………………………………………… 6 分

$\therefore FG /\!/ BC, CF = BG$.

$\therefore$ 四边形 $BMNF$ 是平行四边形，$FN = BM = BG$.

$\therefore MN = BF, \angle CBF = \angle MNG$.

$\therefore AM = MN, \angle EAM = \angle MNG$.

$\therefore \angle MAN = \angle MNA$.

$\therefore \angle HAN = \angle HNA$.

$\therefore AH = NH$.

$\because NH = FN + FH$,

$\therefore AH = BG + FH$. ………………………………………… 7 分

25. 解：(1)图略；…………………………………………………………………… 1 分

(2)3，6；…………………………………………………………………………… 3 分

(3)2；………………………………………………………………………………… 4 分

(4)设从开始向外排水到停止注水，h 关于 t 的函数表达式为 $h=kt+b$.

把(3，6)和(5，5.5)代入，求得 $k=-\frac{1}{4}$，$b=\frac{27}{4}$.

∴ 从开始向外排水到停止注水，h 关于 t 的函数表达式为 $h=-\frac{1}{4}t+\frac{27}{4}$. …… 5 分

可知注水、排水同时进行时，水位下降速度为 0.25 cm/s.

由(3)可知，只注水不排水时，水位上升速度为 2 cm/s.

∴ 只排水时，水位下降速度为 2.25 cm/s. ………………………………… 6 分

∵ 当 $t=7$ 时，$h=3$，

∴ 当 $t=8$ 时，$h=0.75$.

可求得，停止注水后，h 关于 t 的函数表达式为 $h=-\frac{9}{4}t+\frac{75}{4}$.

可得方程组 $\begin{cases} h=-\frac{1}{4}t+\frac{27}{4}, \\ h=-\frac{9}{4}t+\frac{75}{4}. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} t=6, \\ h=5.25. \end{cases}$

∴ $t=6$ s 时，停止注水. ……………………………………………………… 7 分

(5)$\frac{25}{3}$. ……………………………………………………………………… 8 分

说明：各解答题的其他正确解法请参照以上标准给分.

祝各位老师暑假愉快！