



数学试卷

2024.6

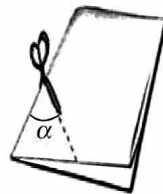
考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将答题卡和试卷一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

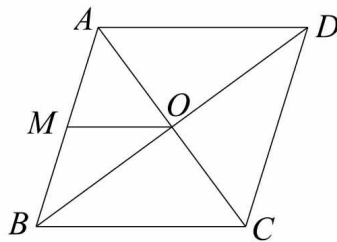
1. 化简 $\sqrt{25}$ 的正确结果为
A. 5 B. -5 C. ± 5 D. 25
2. 下列各组数中，能作为直角三角形三边长度的是
A. 1, 2, 3 B. 2, 3, 4 C. 3, 4, 5 D. 4, 5, 6
3. 已知 $\square ABCD$ 中， $\angle A + \angle C = 140^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为
A. 100° B. 110° C. 120° D. 140°
4. 如图所示把一个长方形纸片对折两次，然后剪下一个角，如果得到的四边形是正方形，那么剪口与折痕所夹的角 α 的度数为
A. 90° B. 45° C. 30° D. 22.5°
5. 某羽毛球队 20 名队员的年龄数据如下表：



年龄 / 岁	13	14	15	16	17
频数	2	6	8	3	1

则这些队员年龄的众数和中位数分别是

- A. 6, 15 B. 8, 8 C. 15, 8 D. 15, 15
6. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ，点 M 为 AB 的中点，连接 OM 。若 $AC = 6$ ， $BD = 8$ ，则 OM 的长为



- A. $\frac{5}{2}$ B. 4
- C. 5 D. $\frac{3}{2}$

准考证号

姓名

班级

学校

密封线内不要答题

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 都在函数 $y = -2x + 3$ 的图象上.

若 $x_1 < x_2 < 0$, 则下列四个推断中错误的是

A. 点 P 在第二象限

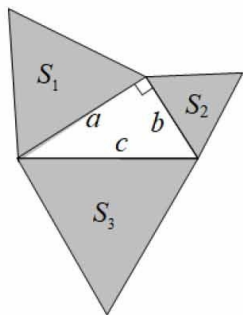
B. 坐标原点不在此函数图象上

C. $y_2 < 3$

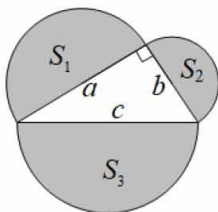
D. $y_1 > y_2$



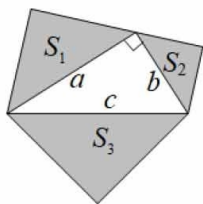
8. 直角三角形的三边长分别为 a, b, c , 以直角三角形的三边为边 (或直径) 分别向外作等边三角形、半圆、等腰直角三角形和正方形, 其中面积关系满足 $S_1 + S_2 = S_3$ 的图形的序号是



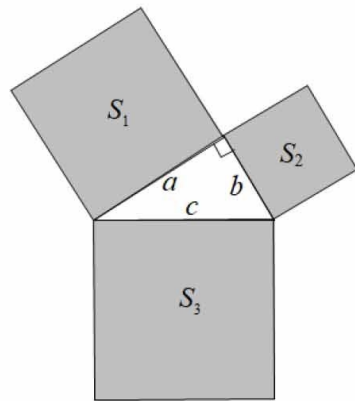
①



②



③



④

A. ①②

B. ①③④

C. ②③

D. ①②③④

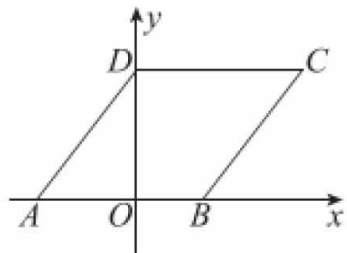
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若 \sqrt{x} 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 计算: $\sqrt{14} \div \sqrt{7} =$ _____.

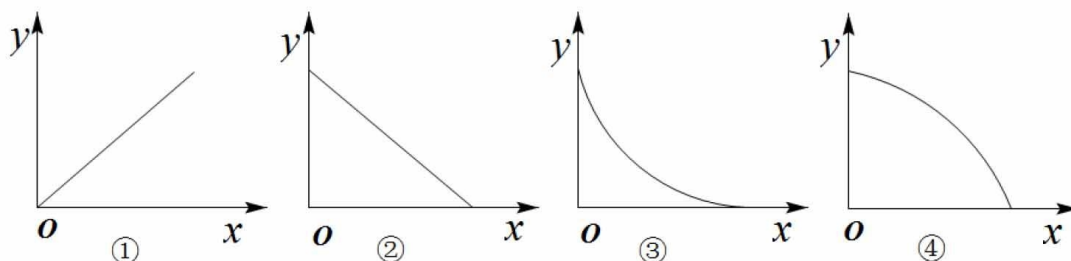
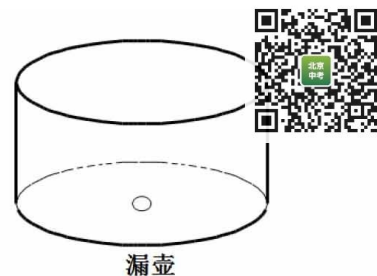
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + 1$ 的图象, y 的值随 x 的增大而增大, 则符合条件的 k 的值可以是_____. (写出一个即可)

12. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 若菱形 $ABCD$ 的顶点 A, B 的坐标分别为 $(-3, 0), (2, 0)$, 点 D 在 y 轴上, 则点 C 的坐标是_____.

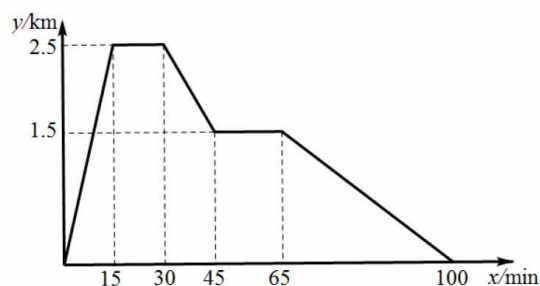


13. 我国南宋时期著名数学家秦九韶的著作《数书九章》里记载了这样一道题目: “今有沙田一块, 有三斜, 其中小斜七丈, 中斜二十四丈, 大斜二十五丈, 欲知为田几何?” 译文是: 有一块三角形沙田, 三条边长分别为 7 丈, 24 丈, 25 丈, 这块沙田的面积是_____平方丈.

14. “漏壶”是一种古代计时器. 在它内部盛一定量的水, 水从壶下的小孔漏出. 壶内壁有刻度, 人们根据壶中水面的位置计算时间. 用 x 表示漏水时间, y 表示壶底到水面的高度. 下面图象中适合表示 y 与 x 的对应关系 (不考虑水量变化对压力的影响) 的是_____ (填序号即可).



15. 已知王红家、体育场、早餐店在同一直线上, 右图反映的过程是: 王红从家跑步去体育场, 在那里锻炼了一阵后又走到早餐店去买早餐, 然后散步走回家, 图中 x 表示时间, y 表示王红离家的距离. 根据图象王红在体育场停留时间是_____分钟; 早餐店到王红家距离是_____km.



16. 有一个边长为 1 的正方形, 经过 1 次“生长”后, 在它的左右肩上长出两个小正方形, 其中, 三个正方形的三条边围成的三角形是直角三角形, 再经过 1 次这样的“生长”后, 变成了如图 1 所示的图形. 如果照此规律继续“生长”下去, 它将变成如图 2 所示的“枝繁叶茂的勾股树”, 请你算出“生长”了 2025 次后形成的图形中所有正方形的面积和是_____.

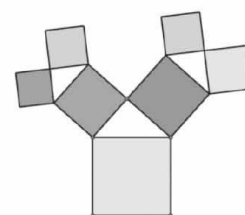


图 1

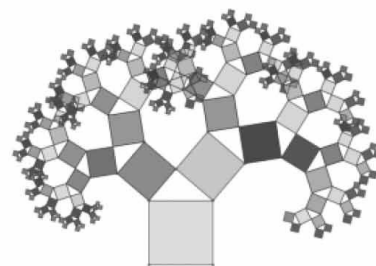


图 2



密封线内不要答题

三、解答题（本题共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-22 题，每题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$.

18. 计算： $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}$.

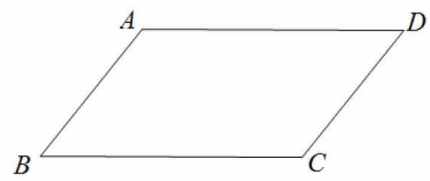
19. 已知 $x = \sqrt{5} - 1$ ，求代数式 $(x-1)^2 + 4x - 3$ 的值.

20. 下面是小兰设计的“利用已知的平行四边形作菱形”的尺规作图过程.

已知：如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ($BC > AB$) .

求作：菱形 $ABEF$ (点 E 在 BC 上，点 F 在 AD 上) .

- 作法：① 以 A 为圆心， AB 长为半径作弧，交 AD 于点 F ；
 ② 以 B 为圆心， AB 长为半径作弧，交 BC 于点 E ；
 ③ 连接 EF .



四边形 $ABEF$ 就是所求作的菱形.

根据小兰设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明.

证明：∵ $AF=AB$, $BE=AB$

∴ _____ = _____ .

∵ 平行四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$,

∴ $AF \parallel BE$.

∴ 四边形 $ABEF$ 为平行四边形. (_____) (填推理的依据)

∵ $AF=AB$

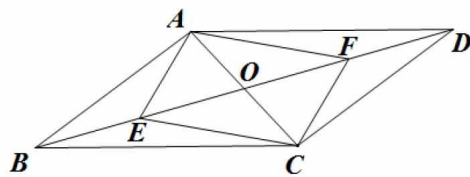
∴ 四边形 $ABEF$ 为菱形. (_____) (填推理的依据)



学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

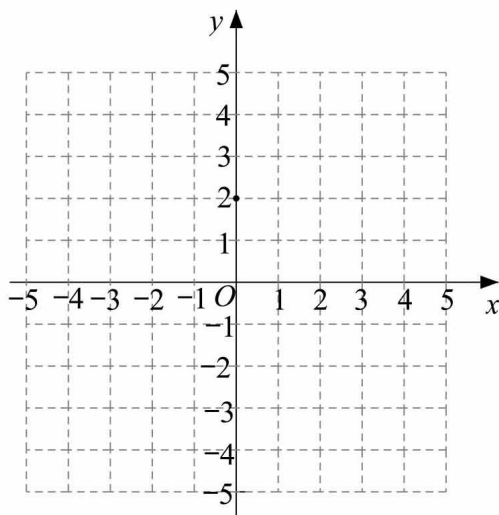
密封线内不要答题

21. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , E, F 分别是 BO, DO 中点.
求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = -2x + 5$ 的图象与 x 轴, y 轴分别相交于点 A , 点 B .
- (1) 求 A, B 两点的坐标;
 - (2) 若点 $C(1, b)$ 在一次函数 $y = -2x + 5$ 的图象上, 求 $\triangle AOC$ 的面积.

23. 一次函数 $y = kx + 1$ ($k \neq 0$) 的图象过点 $P(-3, 2)$, 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B .
- (1) 求 k 的值并在坐标系中画出该一次函数的图象;
 - (2) 已知点 $C(-1, 0)$, 若以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出所有符合条件的点 D 的坐标.

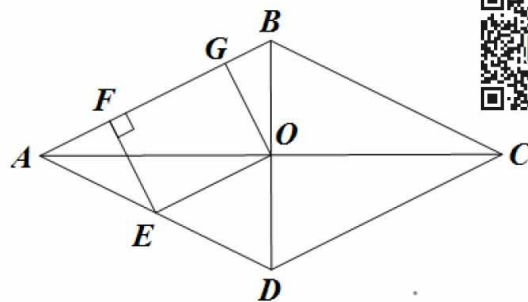


24. 如图, 菱形 $ABCD$ 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , E 是 AD 的中点, 点 F, G 在线段 AB 上,

$EF \perp AB$, $OG \parallel EF$.

(1) 求证: 四边形 $OEFG$ 是矩形;

(2) 若 $AD = 10$, $EF = 4$, 求 OE 和 BG 的长.



25. 3月14日是国际圆周率日, 也是国际数学节. 某校在这一天组织了数学集市的活动, 该校的每位同学都上交了一幅作品, 评委从作品的有创意的版面设计和数学在高科技领域中的广泛应用两项对作品打分, 各项得分均按百分制计. 对所有作品的得分进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 所有作品版面设计和广泛应用单项得分的平均数、中位数如下:

评分项	平均数	中位数
版面设计	86.5	85
广泛应用	86	88

b. 甲、乙两位同学作品的得分如下:

	版面设计	广泛应用
甲	86	87
乙	85	88

根据以上信息, 回答下列问题:

- 在所有作品中, 记在版面设计这一项中, 得分高于该项的平均分的学生作品个数为 p_1 ; 记在广泛应用这一项中, 得分高于该项的平均分的学生作品个数为 p_2 , 则 p_1 _____ p_2 (填 “>”, “=” 或 “<”).
- 若按版面设计占 40%, 广泛应用占 60% 计算每位同学作品的平均得分, 那么甲同学作品的平均得分是 _____, 甲、乙两位同学作品的平均得分排名更靠前的同学是 _____ (填 “甲” 或 “乙”).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(0, -1)$ 和 $B(4, 3)$, 与过点 $(0, -3)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 C .

(1) 求该函数的表达式及点 C 的坐标;

(2) 当 $x > -2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值, 直接写出 m 的取值范围.

27. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 在直线 CA 上 (点 D 与点 A 、点 C 不重合), 连接 BD , 过点 D 作 DB 的垂线交直线 AB 于点 E , 过点 A 作 AB 的垂线交直线 DE 于点 F .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 CA 上时,

① 求证: $\angle ABD = \angle AFD$;

② 用等式表示线段 AB , AD , AF 之间的数量关系并证明.

(2) 如图 2, 当点 D 在射线 AC 上时, 依题意补全图形, 并直接用等式表示线段 AB , AD , AF 之间的数量关系.

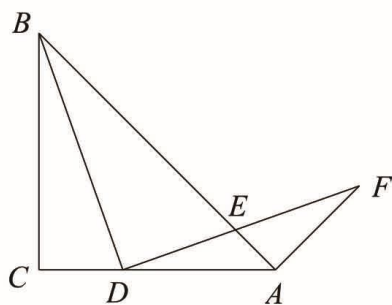


图1

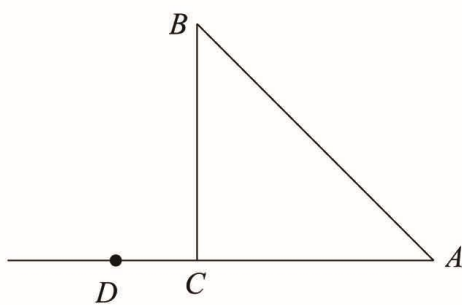


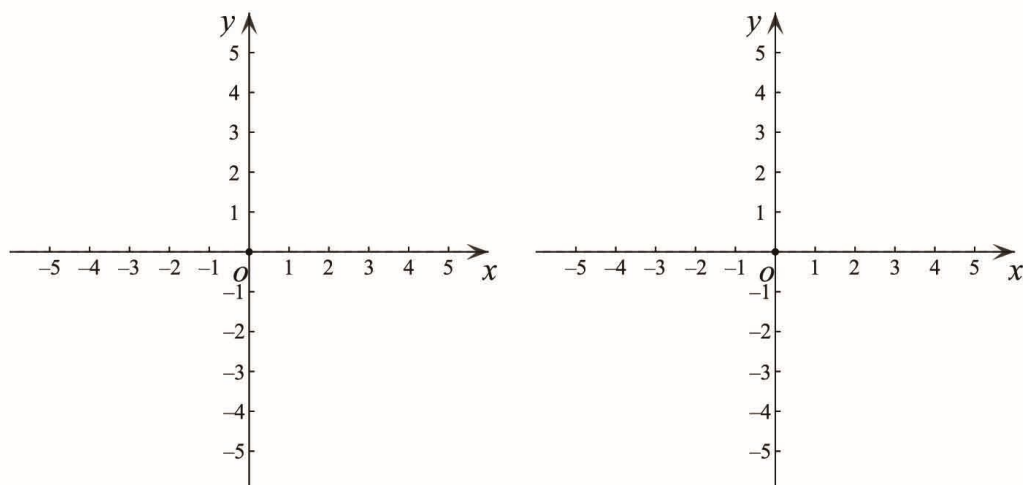
图2



28. 定义：对于给定的一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$)，把形如 $y = \begin{cases} ax + b(x \geq 0) \\ -ax + b(x < 0) \end{cases}$ 的函数称

为一次函数 $y = ax + b$ 的衍生函数。

- (1) 已知函数 $y = x + 1$ ，若点 $P(1, b_1)$ ， $Q(-2, b_2)$ 在这个一次函数的衍生函数图象上，则 $b_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 已知矩形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 $A(1, 0)$ ， $B(1, 2)$ ， $C(-3, 2)$ ， $D(-3, 0)$ ，当函数 $y = kx - 3$ ($k > 0$) 的衍生函数的图象与矩形 $ABCD$ 有 1 个交点时， $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ；当函数 $y = kx - 3$ ($k > 0$) 的衍生函数的图象与矩形 $ABCD$ 有两个交点时，直接写出 k 的取值范围 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) 已知点 $E(0, t)$ ，以 OE 为一条对角线作正方形 $OMEN$ ，当正方形 $OMEN$ 与一次函数 $y = 2x - 2$ 的衍生函数图象有两个交点时，求 t 的取值范围。



密封线内不要答题



燕山区 2023-2024 学年度第二学期期末质量监测

初二数学参考答案及评分标准 2024.6

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	B	D	A	C	D

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. $x \geq 0$ 10. $\sqrt{2}$ 11. 1 12. (5, 4)
13. 84 14. ② 15. 15 分钟, 1.5km 16. 2026

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-19 题, 每题 5 分, 第 20 题 6 分, 第 21-22 题, 每题 5 分, 第 23-24 题, 每题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分,) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

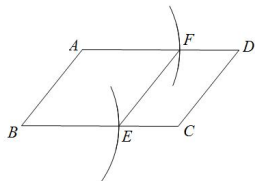
17. 解: $(\sqrt{12} + \sqrt{20}) + (\sqrt{3} - \sqrt{5})$
 $= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$ 4 分
 $= 3\sqrt{3} + \sqrt{5}$ 5 分

18. 解: $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = 3 \times 2\sqrt{5 \times 10}$ 3分
 $= 6\sqrt{5^2 \times 2}$
 $= 6 \times 5\sqrt{2}$ 4分
 $= 30\sqrt{2}$ 5分

19. 解: $(x-1)^2 + 4x - 3$
 $= x^2 + 2x - 2$
 $= (x+1)^2 - 3$3 分

将 $x = \sqrt{5} - 1$ 代入 $(x+1)^2 - 3$, 得 $(\sqrt{5} - 1 + 1)^2 - 3 = 2$ 5 分

注: 若直接代入求值, 代入后去掉 2 个括号正确 4 分, 结果 1 分.

20. 3 分

AF = BE4 分

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形5 分

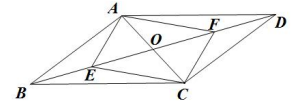
有一组邻边相等的平行四边形是菱形6 分



21. 证明: \because 在 $\square ABCD$ 中,
 $\therefore AO=CO, BO=DO.$ 2分

$\because E, F$ 分别是 BO, DO 中点,

$\therefore OE=\frac{1}{2}BO, OF=\frac{1}{2}DO.$



$\therefore OE=OF.$ 4分

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形5分

证法不唯一, 其他证法可酌情给分.

22. (1) 解: 由 $y=-2x+5$ 令 $y=0$, 得 $x=\frac{5}{2}$ \therefore 点 A 的坐标为 $(\frac{5}{2}, 0)$,

由 $y=-2x+5$ 令 $x=0$, 得 $y=5$ \therefore 点 B 的坐标为 $(0, 5)$,2分

(2) 解: \because 点 $C(1, b)$ 在一次函数 $y=-2x+5$ 的图象上,

$\therefore b=-2 \times 1 + 5.$

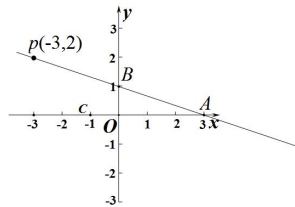
$\therefore b=3.$ 3分

$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{4}.$ 5分

23. (1) 解: 将点 $P(-3, 2)$ 代入 $y=kx+1$ ($k \neq 0$) 得 $2=-3k+1$

$\therefore k=-\frac{1}{3}.$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x+1.$ 1分



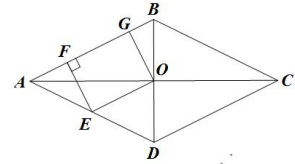
.....3分

(2) $D(-4, 1)$ $D(2, -1)$ $D(4, 1)$ 6分



24. (1)证明:∵菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ,

∴ $DO = BO$.
 ∵ E 是 AD 的中点,
 ∴ $EO \parallel AB$.
 ∵ $EF \parallel OG$,
 ∴ 四边形 $OEFG$ 是平行四边形,
 ∵ $EF \perp AB$,
 ∴ $\angle EFB = 90^\circ$,
 ∴ 四边形 $OEFG$ 是矩形.



.....3 分

(2)解:∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AC \perp BD$, $AB = AD = 10$.
 在 $Rt\triangle AOD$ 中, E 为 AD 中点,
 ∴ $AE = \frac{1}{2}AD = 5$, $OE = \frac{1}{2}AD = 5$.
 ∵ $EF = 4$,

∴ 在 $Rt\triangle AFE$ 中, $AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 5 分

四边形 $OEFG$ 是矩形,

∴ $FG = EO = 5$.

∴ $BG = AB - AF - FG = 2$ 6 分

25. 解: (1) <.2 分

(2) 86.6;4 分

乙.5 分

26. 解: (1) ∵ 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0, -1)$ 和 $B(4, 3)$

$$\therefore \begin{cases} b = -1 \\ 4k + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

∴ 该函数的表达式为 $y = x - 1$ 3 分

由题意知点 C 的纵坐标为 -3 ,

当 $y = x - 1 = -3$ 时, 解得 $x = -2$

∴ $C(-2, -3)$ 4 分

(2) $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$ 6 分



27. (1) ①证明: $\because DB \perp DE, AF \perp AB,$

$\therefore \angle BDE = \angle EAF = 90^\circ .$

$\therefore \angle DBE + \angle DEB = \angle AFE + \angle AEF.$

$\because \angle DEB = \angle AEF,$

$\therefore \angle DBE = \angle AFE.$

.....2分

②过点 D 作 $DG \perp CA$, 交 AB 于 G ,

$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \angle DAG = \angle DGA = 45^\circ.$

$\therefore AD = DG, \angle DGB = \angle DAF = 135^\circ.$

$\because \angle ADG = \angle BDF = 90^\circ,$

$\therefore \angle DAF = \angle BDG.$

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle BDG.$

$\therefore AF = BG.$

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, 由勾股定理得, $AG = \sqrt{2}AD.$

.....4分

$\because AB = AG + BG,$

$\therefore AB = \sqrt{2}AD + AF.$

.....5分

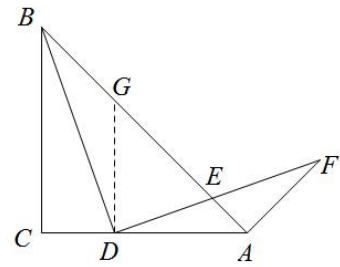
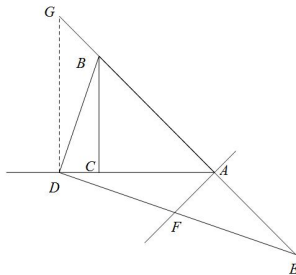


图1

(2)



.....6分

$AB = \sqrt{2}AD - AF.$

.....7分

28. (1) 2, 3

.....2分

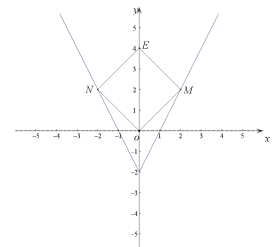
(2) $k = 1$; $1 < k < 3$

.....4分

(3) 如图 2, \because 正方形 $OMEN$, E 在 y 轴上

$\therefore OM$ 与 x 轴正半轴的夹角为 45°

\therefore 直线 OM 的表达式为 $y = x$





$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = x \\ y = 2x - 2 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\therefore M(2, 2), N(-2, 2)$$

$$\therefore MN=4, \therefore OE=4, \therefore E(0, 4)$$

$$\therefore t=4$$

如图 3, 同理可求 $E(0, -\frac{4}{3})$

$$\therefore t = -\frac{4}{3}$$

如图 4, 点 $E(0, -2)$

$$\therefore t = -2$$

综上所述: $t=4$ 或 $t=-\frac{4}{3}$ 或 $t < -2$ 7 分

图 1

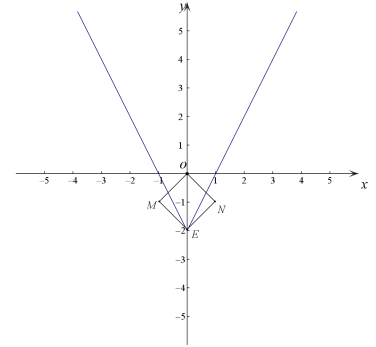


图 2

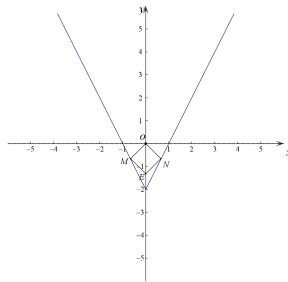


图 3

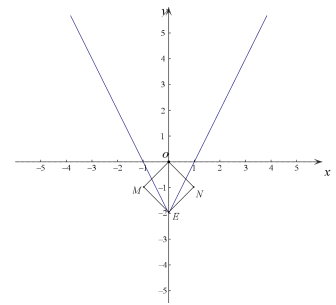


图 4

说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分