



## 数 学

2024. 6

本试卷共 8 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在《2023 北京市数字经济标杆企业评价报告》中，昌平区共有 7 家重点企业成功获评北京市数字经济标杆企业. 以下是四家标杆企业的商标，其中商标图形是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 点  $P(-2,3)$  所在的象限是

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

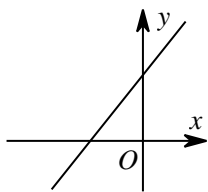
3. 若  $x=1$  是方程  $x^2+mx+1=0$  的一个解，则  $m$  的值为

- (A) 2 (B) -2 (C) 0 (D) 4

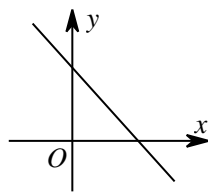
4. 下列判断错误的是

- (A) 有一组邻边相等的平行四边形是菱形  
 (B) 有一个角是直角的菱形是正方形  
 (C) 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形  
 (D) 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

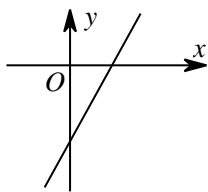
5. 直线  $y=kx+b$  经过一、二、四象限，则直线  $y=bx+k$  的图象是



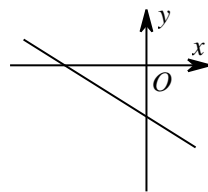
(A)



(B)



(C)

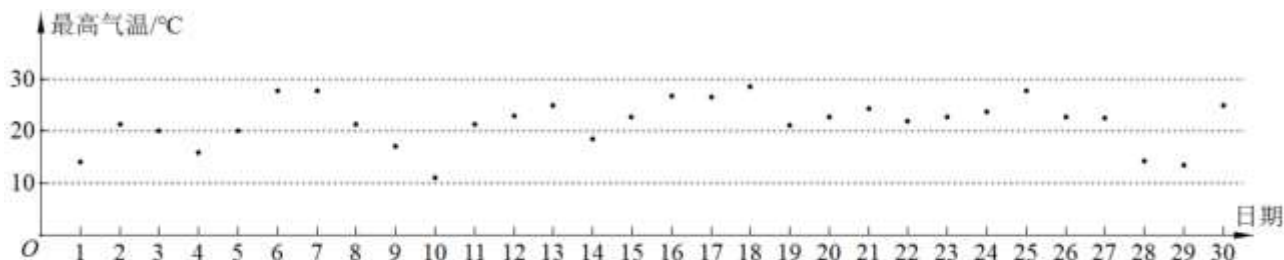


(D)

6. 某社区为改善环境，决定加大绿化投入. 四月份绿化投入 25 万元，六月份绿化投入 49 万元，五月份和六月份绿化投入的月平均增长率相同. 设五月份和六月份绿化投入的月平均增长率为  $x$ ，根据题意所列方程为

- (A)  $25(1+x)+25(1+2x)=49$  (B)  $25(1-x)^2=49$   
 (C)  $25(1+x)^2=49$  (D)  $25+25(1+x)+25(1+x)^2=49$

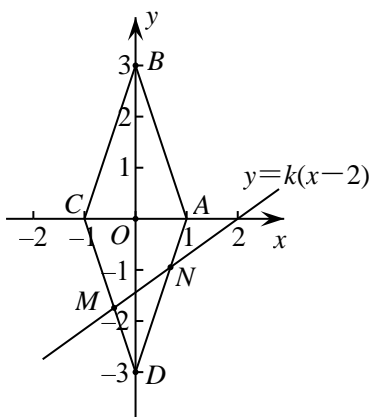
7. 北京市昌平区 2024 年 4 月每日最高气温统计图如下：



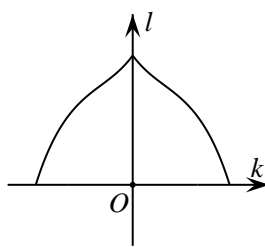
根据统计图提供的信息，则下列说法正确的是

- (A) 若将每日最高气温由高到低排序，4月4日排在第30位
- (B) 4月份最高气温出现在4月19日
- (C) 4月24日到4月25日气温上升幅度最大
- (D) 若记4月上旬(1日至10日)的最高气温的方差为 $s_1^2$ ，中旬(11日至20日)的最高气温的方差为 $s_2^2$ ，则 $s_1^2 > s_2^2$

8. 如图1，在平面直角坐标系 $xOy$ 中的四个点 $A(1, 0)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(-1, 0)$ ， $D(0, -3)$ ，恒过定点 $(2, 0)$ 的直线 $y=k(x-2)$ ，与四边形 $ABCD$ 交于点 $M$ ， $N$ (点 $M$ 和 $N$ 可以重合). 根据学习函数的经验，线段 $MN$ 的长度 $l$ 可以看做 $k$ 的函数，绘制函数 $l$ 的图象如图2. 下列说法正确的是



第8题图1



第8题图2

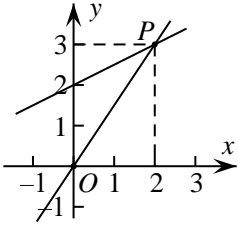
- (A)  $l$ 是 $k$ 的一次函数
- (B) 函数 $l$ 有最大值为3
- (C) 当 $k > 0$ 时，函数 $l$ 随 $k$ 的增大而增大
- (D) 函数 $l$ 的图象与横轴的一个交点是 $(\frac{3}{2}, 0)$

二、填空题(共16分，每题2分)

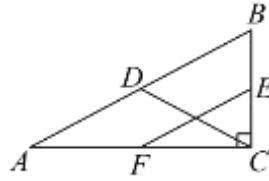
9. 已知函数 $y = \frac{1}{x-3}$ ，则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y=kx+2$  ( $k > 0$ )图象上的两点，且 $x_1 < x_2$ ，则 $y_1$   $y_2$ . (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)
11. 一个五边形的内角和为\_\_\_\_\_°.
12. 用配方法解方程 $x^2 - 8x + 2 = 0$ 时，可将方程变为 $(x-m)^2 = n$ 的形式，则 $m$ 的值为\_\_\_\_\_.
13. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 2$ 与直线 $l_2: y = kx$ 交于点 $P$ ，则方程组



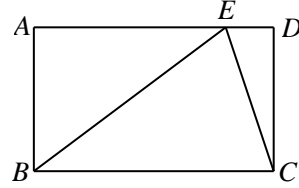
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 2, \\ y = kx \end{cases} \text{ 的解是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$



13 题图



14 题图

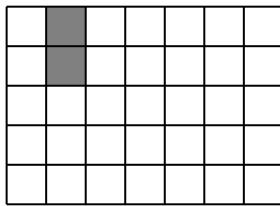


15 题图

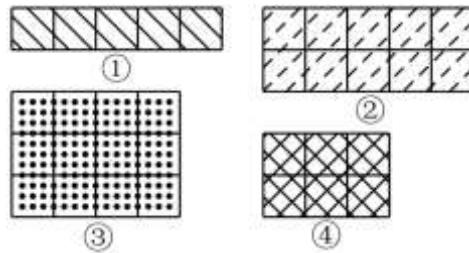
14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $D, E, F$  分别为  $AB, BC, CA$  的中点, 若  $EF=5$ , 则  $CD$  =  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图, 已知四边形  $ABCD$  是矩形,  $AB=6$ , 点  $E$  在  $AD$  上,  $DE=2$ . 若  $EC$  平分  $\angle BED$ , 则  $BC$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

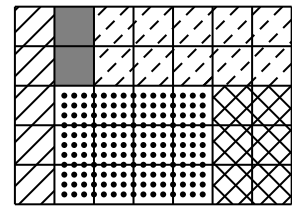
16. 如图 1 所示,  $7 \times 5$  的正方形网格中, 阴影部分已被覆盖. 现需用图 2 中的四块矩形放置到图 1 中, 实现剩余空白部分的完全覆盖, 如图 3.



第 16 题图 1



第 16 题图 2



第 16 题图 3

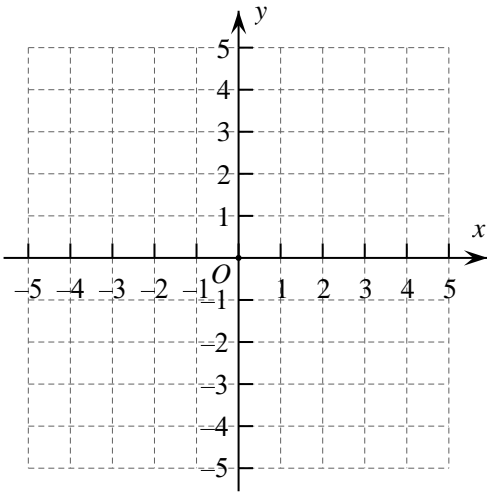
张顺同学在实践中发现了三条结论: (1) 覆盖的方案有多种; (2) 在各种方案中, 有一个矩形的位置是固定的, 这个矩形是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填写序号); (3) 有一个矩形在每种方案中的位置都不一样, 这个矩形是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (填写序号). 请完善以上结论.

**三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17~22 题, 每小题 5 分, 第 23~26 题, 每小题 6 分, 第 27~28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)**

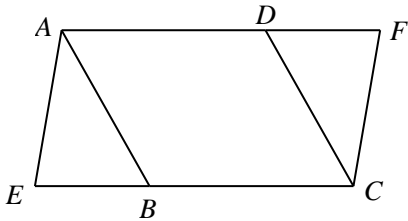
17. 解方程:  $x^2 + 2x - 1 = 0$ .

18. 已知一次函数的图象经过  $A(0, -1), B(-2, -2)$  两点.

- (1) 画出该一次函数的图象, 并求这个一次函数的表达式;
- (2) 若  $y$  轴上存在点  $P$ , 使得  $\triangle ABP$  的面积是 3, 求点  $P$  的坐标.



19. 如图,  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $CB, AD$  的延长线上, 且  $BE=DF$ , 连接  $AE, CF$ .  
求证:  $AE=CF$ .



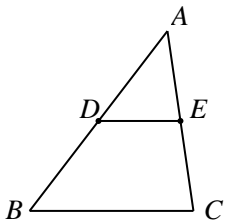
20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$ .

- (1) 求证: 对于任意实数  $m$ , 该方程总有实数根;
- (2) 若这个一元二次方程的一个根大于 2, 求  $m$  的取值范围.

21. 学校组织趣味运动会, 某游戏项目需用长为 40 m 的绳子圈定  $96 \text{ m}^2$  的矩形区域, 求这个矩形的长和宽.

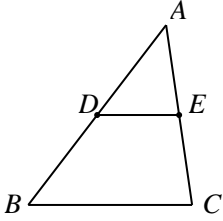
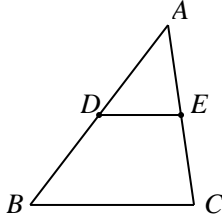
22. 数学课上, 发现结论“三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半”后, 张明同学又提出一个新的问题: 过三角形一边中点, 且平行于另一边的直线, 是否会过第三边的中点呢?  
为研究此问题, 同学们进行了作图, 并将问题进行如下转述.

已知: 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是  $AB$  中点, 过点  $D$  作  $DE \parallel BC$ , 交  $AC$  于点  $E$ .  
求证:  $AE=CE$ .



以下是两位同学给出的辅助线做法, 请你选择其中一种做法, 补全图形, 完成证明.



张明同学： 作辅助线：延长 $ED$ 到点 $F$ ，使得 $DF=DE$ ，连接 $BF$ 。	李宏同学： 作辅助线：过点 $E$ 作 $EF \parallel DB$ ，交 $BC$ 于点 $F$ 。
	

23. 为增强学生的消防安全意识，某校举行了一次全校学生参加的消防安全知识竞赛，从中随机抽取  $n$  名学生的竞赛成绩进行分析，按成绩（满分 100 分，所有竞赛成绩均不低于 60 分）分成四个等级（D:  $60 \leq x < 70$ ; C:  $70 \leq x < 80$ ; B:  $80 \leq x < 90$ ; A:  $90 \leq x \leq 100$ ），并根据分析结果绘制频数分布直方图和扇形统计图。

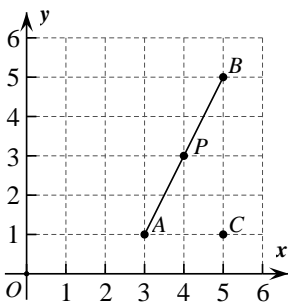
消防安全知识竞赛成绩频数分布直方图

消防安全知识竞赛成绩扇形统计图

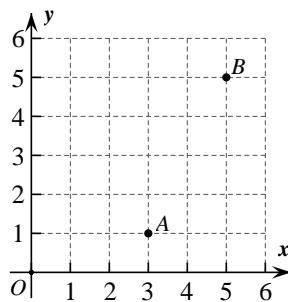
请根据以上信息，解答下列问题：

- （1）填空： $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- （2）请补全频数分布直方图；
- （3）若把 A 等级定为“优秀”等级，请你估计该校参加竞赛的 1000 名学生中达到“优秀”等级的学生人数。

24. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，正方形网格的每个小正方形边长都是 1 个单位长度，小正方形的顶点叫做格点，点  $A, B$  都是格点。请按下列要求在  $6 \times 6$  的网格中完成画图，并回答问题。



第 24 题 图 1



第 24 题 图 2



(1) 在图 1 中, 点  $P$  是线段  $AB$  中点, 请作出点  $C$  关于点  $P$  的对称点  $D$ ;

(2) 以点  $A, B$  为顶点的矩形中, 存在顶点在函数  $y=2x$  的图象上:

①请在图 2 中作出一个符合要求的矩形;

②所有满足要求的矩形对角线长分别为\_\_\_\_\_.

25. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $DE$  平分  $\angle ADC$  交  $AB$  延长线于点  $E$ , 过点  $E$  作  $EF \parallel BC$ , 交  $DC$  的延长线于点  $F$ .

(1) 求证: 四边形  $AEFD$  是菱形;

(2) 若  $AD=4$ ,  $\angle BAD=120^\circ$ , 求菱形  $AEFD$  的面积.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y=kx+2$  的图象与  $x$  轴交于点  $A(m, 0)$ .

(1) 当该函数图象过点  $(3, 5)$  时, 求这个一次函数表达式;

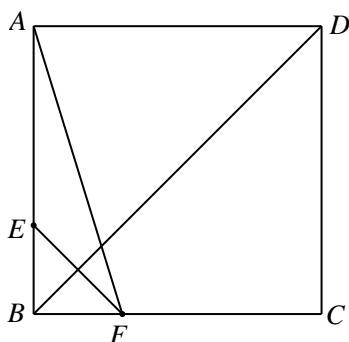
(2) 当  $m < -2$  时, 求  $k$  的取值范围;

(3) 当  $x < 3$  时, 对于  $x$  的每一个值, 一次函数  $y=kx+2$  的值大于  $y=2x-1$  的值, 直接写出  $m$  的取值范围.

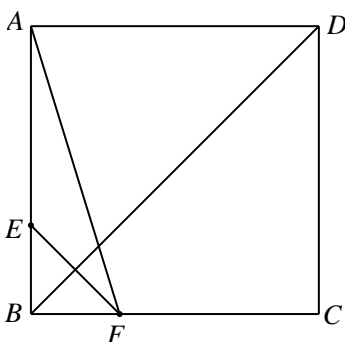
26. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  和  $F$  分别在  $AB$  和  $BC$  上, 且关于  $BD$  对称, 连接  $AF, EF$ , 过点  $F$  作  $FG \perp AF$ , 点  $G$  在  $AF$  的右侧, 且  $FG=AF$ , 连接  $AG$  交  $BD$  于  $H$ , 连接  $CG$ .

(1) 请依题意补全图形, 求证:  $EF=CG$ ;

(2) 猜想  $AH, GH$  的数量关系并证明.

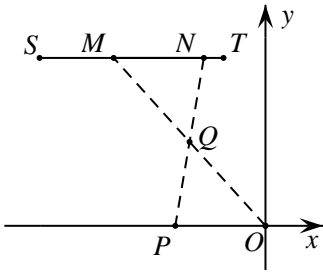


第 27 题 图 1



第 27 题 备用图

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于两个点  $P, Q$  和图形  $W$ , 给出如下定义: 若射线  $OQ$  与图形  $W$  的一个交点为  $M$ , 射线  $PQ$  与图形  $W$  的一个交点为  $N$ , 且满足四边形  $OPMN$  为平行四边形, 则称点  $Q$  是点  $P$  关于图形  $W$  的“平心点”. 如图 1 中, 点  $Q$  是点  $P$  关于图中线段  $ST$  的“平心点”.



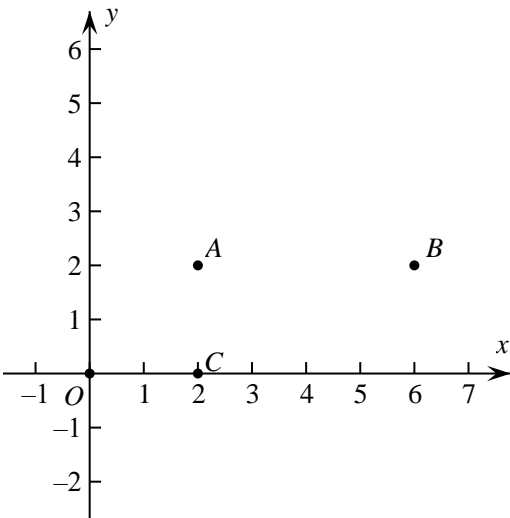
已知点:  $A(2, 2)$ ,  $B(6, 2)$ ,  $C(2, 0)$ ,

(1) 点  $D(1, 1)$ ,  $E(2, 3)$ ,  $F(-\frac{3}{2}, 1)$  中,

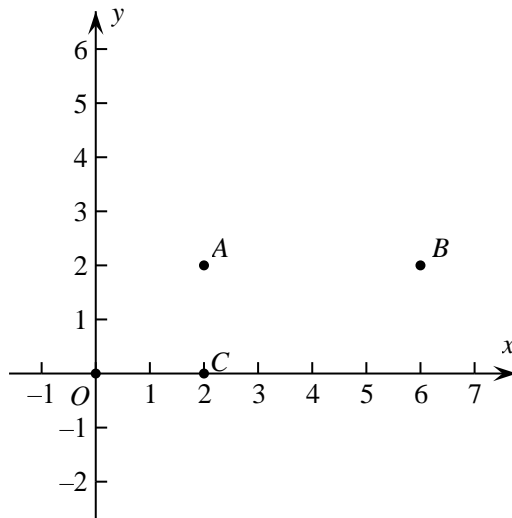
是点  $C$  关于直线  $AB$  “平心点”的有\_\_\_\_\_;

(2) 若点  $C$  关于线段  $AB$  的“平心点” $J$  的横坐标为  $a$  时, 求  $a$  的取值范围;

(3) 已知点  $G(6, 5)$ ,  $H(2, 5)$ ,  $K(0, -2)$ , 点  $P$  是线段  $CK$  上的动点 (点  $P$  不与端点  $C, K$  重合), 若直线  $l: y=kx$  上存在点  $P$  关于矩形  $ABGH$  的“平心点”, 请直接写出  $k$  的取值范围.



第 28 题 图 2



第 28 题 备用图