

# 2024 北京昌平初一（下）期末



## 数 学

2024.06

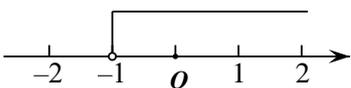
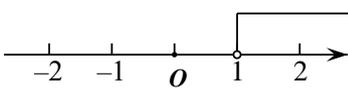
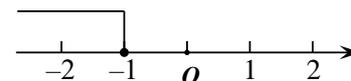
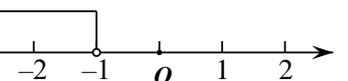
本试卷共 9 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后将答题卡交回。

### 一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 2024 北京月季文化节正式开启，11 个展区共展示超 3000 个品种的月季。传统月季花粉为单粒花粉，呈长球形或超长球形，大小为  $37.59 \sim 51.95 \mu\text{m} \times 17.02 \sim 25.33 \mu\text{m}$ 。其中  $37.59 \mu\text{m} = 0.003759 \text{ cm}$ ，把 0.003759 用科学记数法表示为

- (A)  $0.3759 \times 10^{-2}$     (B)  $0.3759 \times 10^2$     (C)  $3.759 \times 10^{-3}$     (D)  $3.759 \times 10^3$

2. 不等式  $3x < 2x - 1$  的解集在数轴上可以表示为

- (A)     (B) 
- (C)     (D) 

3. 在今年的“五一”假期中，昌平消费市场“花样翻新”，多景区客流“爆棚”，客流量与文旅消费均呈现上升趋势。为了解中学生的假期出游情况，从全校 2000 名学生记录的假期出游时间（单位：小时）中随机抽取了 200 名学生的假期出游时间（单位：小时）进行统计，以下说法正确的是

- (A) 2000 名学生是总体  
 (B) 样本容量是 2000  
 (C) 200 名学生的假期出游时间是样本  
 (D) 此调查为全面调查

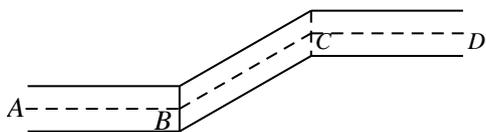
4. 下列计算正确的是

- (A)  $a^2 \cdot a^3 = a^6$     (B)  $(-a^3)^2 = a^6$     (C)  $a^2 + a^2 = a^4$     (D)  $a^8 \div a^2 = a^4$

5. 如果  $a > b$ ，那么下列不等关系一定成立的是

- (A)  $a + 1 < b + 1$     (B)  $-2a > -2b$     (C)  $ac > bc$     (D)  $\frac{a}{5} > \frac{b}{5}$

6. 如图，一条街道有两个拐角  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ ，已知  $AB \parallel CD$ ，若  $\angle ABC = 150^\circ$ ，则  $\angle BCD$  的度数是





- (A)  $150^\circ$       (B)  $130^\circ$       (C)  $120^\circ$       (D)  $30^\circ$

7. 若  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  是关于  $x, y$  的二元一次方程  $ax - y = 3$  的一个解, 则  $a$  的值为

- (A)  $-1$       (B)  $1$       (C)  $-2$       (D)  $2$

8. 已知  $a, b$  为有理数, 则下列说法正确的是

①  $(a+b)^2 \geq 0$       ②  $a^2 + b^2 \geq 2ab$       ③  $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 2ab$

- (A) ①      (B) ①②      (C) ①③      (D) ①②③

二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 因式分解:  $3a^2 - 6a + 3 =$  \_\_\_\_\_.

10. 如果一个角等于  $70^\circ$ , 那么这个角的补角是 \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

11. 计算  $(6x^2 + 4x) \div 2x =$  \_\_\_\_\_.

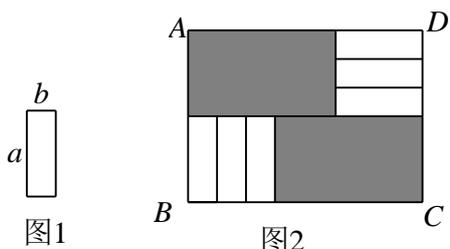
12. 已知命题“同位角相等”, 这个命题是 \_\_\_\_\_ 命题. (填“真”或“假”)

13. 计算:  $(2x+1)(x-2) =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $2^x = 4, 2^y = 16$ , 则  $x + y =$  \_\_\_\_\_.

15. 4月23日为世界读书日, 小萱从图书馆借来一本共 266 页的书, 计划在 10 天内读完 (包括第 10 天). 如果前 4 天每天只读 15 页, 若从第 5 天起平均每天读  $x$  页才能按计划完成, 则根据题意可列不等式为 \_\_\_\_\_.

16. 如图 1 的长为  $a$ , 宽为  $b$  ( $a > b$ ) 的小长方形纸片, 按图 2 的方式不重叠地放在长方形 ABCD 内, 未被覆盖的部分 (两个长方形) 用阴影表示. 设左上角与右下角的阴影部分的面积的差为  $S$ , 当 BC 的长度变化时, 按照同样的放置方式,  $S$  始终保持不变, 则  $a, b$  满足的数量关系为 \_\_\_\_\_.



三、解答题 (本题共 12 道小题, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

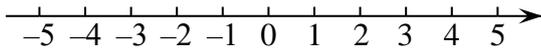
17. 计算:  $2^2 - (5 - \pi)^0 + 3^{-1} - \left| -\frac{1}{3} \right|$ .

18. 解不等式:  $2x + 1 < 13 - x$ .

19. 解方程组:  $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ 3x - 4y = 1. \end{cases}$



20. 解不等式组:  $\begin{cases} x+2 \leq 3, \\ 2x \leq 5x+6 \end{cases}$  并把它的解集在数轴上表示出来.



21. 已知  $x^2 - x = 1$ , 求代数式  $(x-1)^2 + (x-3)(x+3)$  的值.

22. 请补全证明过程或推理理由:

如图,  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,  $\angle 3 = \angle A$ ,

求证:  $\angle B = \angle C$ .

证明:  $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,

$\therefore$  \_\_\_\_\_ (同旁内角互补, 两直线平行).

$\therefore \angle 3 = \angle D$  (\_\_\_\_\_).

又  $\because \angle 3 = \angle A$ ,

$\therefore$  \_\_\_\_\_.

$\therefore AB \parallel CD$  (\_\_\_\_\_).

$\therefore \angle B = \angle C$  (\_\_\_\_\_).

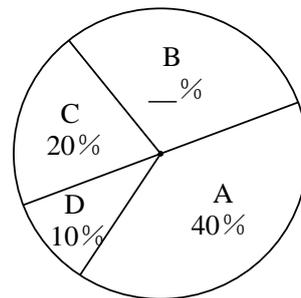
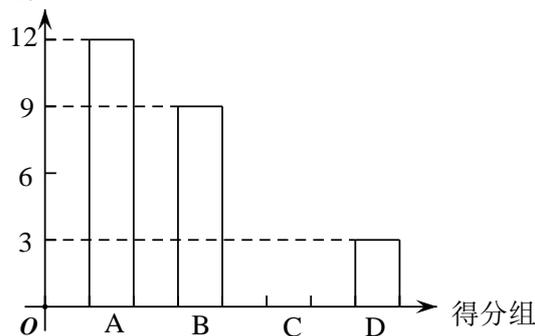
23. 某校开展数学节活动, 活动成果是学生形成对于数学探索的海报, 活动以“集市”形式展览个人的作品, 并面向同学和老师讲解自己的作品, “小创客”创意市集作品的评价涉及四个维度: 创意的真实性、创意的新颖性、创意的科学性和表达的严谨性, 并以四个维度总分记为最后得分, 满分 100 分, 小明经过抽样调查部分得分数据, 具体得分分布在以下四组内:  $75 \leq A < 80$ ,  $80 \leq B < 85$ ,  $85 \leq C < 90$ ,  $90 \leq D \leq 95$ , 并把得分情况绘制成如下统计图,

C 组得分: 87, 86, 88, 86, 86, 89

“小创客”创意市集作品得分条形统计图

“小创客”创意市集作品得分扇形统计图

得分人数



(1) 本次调查了 \_\_\_\_\_ 名学生, B 组扇形统计图的圆心角度数为 \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(2) C 组得分的平均数是 \_\_\_\_\_, 众数是 \_\_\_\_\_, 中位数是 \_\_\_\_\_.

(3) 若某校有 500 人参加此次“小创客”创意市集作品展示, 请你估计得分超过 86 分的有多少人?

24. 端午节前夕, 小明和小华相约一起去超市购买粽子. 小明购买 A 品牌和 B 品牌的粽子各 1 袋, 共花费 55 元; 小华购买 A 品牌粽子 3 袋和 B 品牌粽子 2 袋, 共花费 135 元.



(1) 求  $A$ 、 $B$  两种品牌粽子每袋各是多少元；

(2) 端午假期，小明一家回老家探亲，小明妈妈想要再买一些粽子送给亲戚，于是拿出 500 元交给小明，让他去超市购买  $A$ 、 $B$  两种品牌粽子共 18 袋，且想要尽量多购入  $B$  品牌粽子，请问小明最多购买  $B$  品牌粽子多少袋？

$x$	-7	-4	0	2	8
$y$	10	7	$p$	1	-5

25. 观察个位上的数字是 5 的两位数的平方（任意一个个位数字为 5 的两位数  $\overline{n5}$  可用代数式  $10n+5$  来表示，其中  $1 \leq n \leq 9$ ， $n$  为正整数），会发现一些有趣的规律。请你仔细观察，探索其规律。

第 1 个等式： $15^2 = (1 \times 2) \times 100 + 25$ ；

第 2 个等式： $25^2 = (2 \times 3) \times 100 + 25$ ；

第 3 个等式： $35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 25$ ；

...

(1) 写出第 4 个等式：\_\_\_\_\_；

(2) 用含  $n$  的等式表示你的猜想并证明；

(3) 计算： $115^2 - (8 \times 9 \times 100 + 25) =$ \_\_\_\_\_.

26. 小明为了方便探究关于  $x, y$  的二元一次方程  $ax + by = 9$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) 解的规律，把  $x$  和  $y$  的部分值分别填入如下表，( $x$  的值从左到右依次增大)。

(1)  $p$  的值为\_\_\_\_\_ (填正确的序号)。

- ① 17            ② 3            ③ -1

(2) 下列方程中，与  $ax + by = 9$  组成方程组，在  $-7 < x < 8$  范围内有解的是\_\_\_\_\_ (填正确的序号)。

- ①  $2x + y = -5$ ,      ②  $x + 2y = -4$ ,      ③  $3x - y = 1$ ,

(3) 已知关于  $x, y$  的二元一次方程  $cx + dy = 1$  ( $c \neq 0, d \neq 0$ ) 的部分解如下表所示：

$x$	-7	.....	0	.....	8
$y$	-2	.....	$q$	.....	13

则方程组  $\begin{cases} ax + by = 9 \\ cx + dy = 1 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_ (填正确的序号)

- ①  $\begin{cases} x = -9 \\ y = 6 \end{cases}$     ②  $\begin{cases} x = -8 \\ y = 11 \end{cases}$     ③  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$     ④  $\begin{cases} x = 7 \\ y = -4 \end{cases}$

27. 已知  $\angle AOB = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ )，点  $C$  是射线  $OB$  上一点，过点  $C$  作  $OA$  的垂线交射线  $OA$  于点  $P$ ，过点  $P$  作  $MN \parallel OB$ ，点  $D$  是射线  $OA$  上一点，过点  $D$  作  $CD$  的垂线分别交直线  $MN$ ， $OB$  于点  $E, F$ 。

(1) 如图 1， $CD$  平分  $\angle OCP$  时，

① 根据题意补全图形；

② 求  $\angle ODF$  的度数 (用含  $\alpha$  式子表示)；



(2) 如图 2, 当  $CD$  平分  $\angle PCB$  时, 直接写出  $\angle ODF$  的度数 (用含  $a$  式子表示).

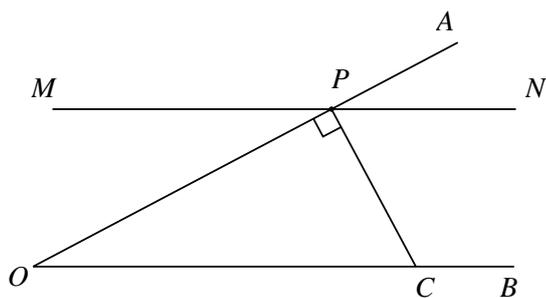


图 1

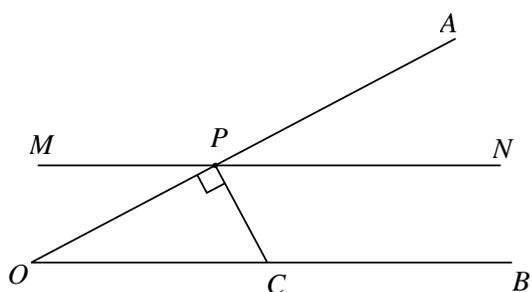


图 2

28. 已知  $x_1, x_2$  是不等式组解集中的解, 若存在一个  $a$ , 使  $x_1 + x_2 = 2a$ , 我们把这样的  $x_1, x_2$  称为该不等式组的“关联解”,  $a$  叫做“关联系数”.

(1) 当  $a=0$  时, 下列不等式组存在“关联解”的是\_\_\_\_\_.

A.  $\begin{cases} x+1 > 2 \\ 2x > x+4 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} -x+1 < 2 \\ \frac{1}{2}x > x-1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 3x < 2x+1 \\ 2x < x-2 \end{cases}$

(2) 不等式组  $\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \geq x - 2 \\ 2x + a \leq x + 2a + 5 \end{cases}$  的解集上存在“关联解”, 若  $x_1 = -2$ , “关联系数  $a$ ” 的取值范围为.

(3) 不等式组  $\begin{cases} x \geq -a-1 \\ 3x \leq 2x+2a \end{cases}$  的解集存在关联解,  $x_1 = 8-a$ , 若  $a+b+c=12$ , 且  $\frac{2a+10b+10c}{16}$  是整数, 直接

写出“关联系数  $a$ ” 的值\_\_\_\_\_.