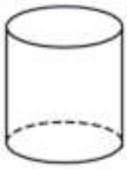
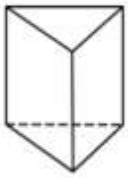
2024 北京中考预测卷

数　　学

一、选择题

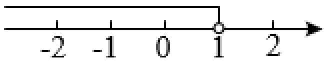
1．下列几何体的主视图和俯视图完全相同的是（　　）

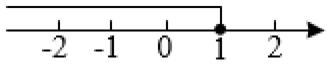
A． 　B． 　C． 　D． 

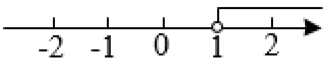
2．为了保护和利用好京杭大运河，我国水利部门启动了京杭大运河 2022 年全线贯通补水行动，预计总补水量达 515000 000 立方米，相当于 37 个西湖的水量．将 515000 000 用科学记数法表示应为（　　）

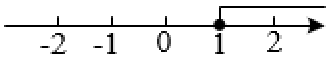
A．5.15×10^{8}　　B．5.15×10^{9}　　C．0.515×10^{9}　　D．51.5×10^{7}

3．不等式$x>1$的解集在数轴上表示正确的是（）

A． 

B． 

C． 

D． 

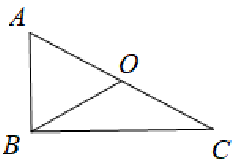
4．如果一个多边形的每一个外角都等于 60°，那么这个多边形是（　　）

A．六边形　　B．七边形　　C．八边形　　D．九边形

5．如果$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$是关于$x$和$y$的二元一次方程$ax+y=3$的解，那么$a$的值是（　　）

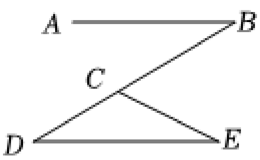
A．-1　　B．1　　C．2　　D．3

6．如图，Rt△ABC 中，∠ABC＝90°，点 O 是斜边 AC 的中点，AC＝10，则 OB＝（　　）



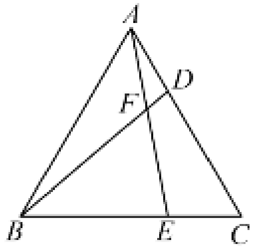
A．5　　B．6　　C．8　　D．10

7．如图，$AB\parallel DE$，点B，C，D在同一直线上，若$\angle BCE=55°$，$\angle E=25°$，则$\angle B$的度数是（　　）



A．55°　　B．30°　　C．25°　　D．20°

8．如图，$\triangle ABC$是等边三角形，D，E分别是AC，BC边上的点，且$AD=CE$，连接BD，AE相交于点F，则下列说法正确的是（　　）



①$\triangle ABD \cong \triangle CAE$；②$\angle BFE = 60°$；③$\triangle AFB \backsim \triangle ADF$；④若$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$，则$\frac{AF}{BF} = \frac{1}{2}$

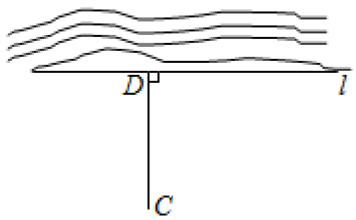
A．①②③　　　　B．①②④　　　　C．②③④　　　　D．①③④

二、填空题

9．如果分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_______．

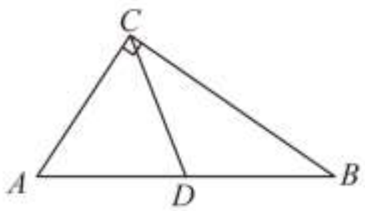
10．因式分解：$a^2 - 4 =$____________．

11．如图，要在河岸 l 上建一个水泵房 D，修建引水渠到村庄 C 处．施工人员的做法是：过点 C 作 $CD \perp l$ 于点 D，将水泵房建在了 D 处．这样修建引水渠 CD 最短，既省人力又省物力，这样做蕴含的数学原理是__________．

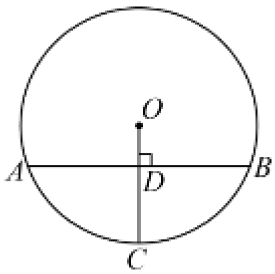


12．写出一个解为$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$的二元一次方程组_____________________．

13．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°$，点D是AB的中点，$AB = 8$，则$CD =$_______．



14．如图，在$\odot O$中，半径OC垂直弦AB于点D，若$OC = 3$，$AB = 4\sqrt{2}$，则CD的长为_______．



15．某科技公司开展技术研发，在相同条件下，对运用新技术生产的一批产品的合格率进行检测，下表是检测过程中的一组统计数据：

抽取的产品数n	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000

合格的产品数m	476	967	1431	1926	2395	2883	3367	3836
合格的产品频率$\frac{m}{n}$	0.952	0.967	0.954	0.963	0.958	0.961	0.962	0.959

估计这批产品合格的产品的概率为____________.

16．某社区为增强居民体质，体现以人民为中心的理念，准备到一家健身器材专卖店购置一批健身器材供居民健身使用．该专卖店推出两种优惠活动，并规定只能选择其中一种．

活动一：所购商品按原价打八折；

活动二：所购商品按原价每满400元减100元．（如：所购商品原价为400元，可减100元，需付款300元；所购商品原价为900元，可减200元，需付款700元）

⑴若购买一件原价为550元的健身器材，更合算的选择方式为活动______；

⑵若购买一件原价为$a(0<a<1200)$元的健身器材，选择活动二比选择活动一更合算，则a的取值范围是______________.

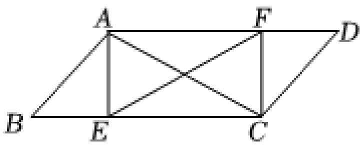
三、解答题

17．计算：$(\frac{1}{2})^{-1}+(2023-\sqrt{3})^0-\sqrt{12}+6tan30°$.

18．解不等式组：$\begin{cases}5x+2\geq 4x-1,\\ \frac{x+1}{4}>\frac{x-3}{2}+1.\end{cases}$

19．已知$x^2-4x-3=0$，求代数式$(2x-3)^2+(x+y)(x-y)+y^2-2x^2$的值．

20．如图，在平行四边形$ABCD$中，点E，F分别在BC，AD上，$BE=DF$，$AC=EF$．



（1）求证：四边形$AECF$是矩形；

（2）若$CE=2BE$且$AE=BE$，已知$AB=2$，求AC的长．

21．北魏数学家张丘建的著作《张丘建算经》对于不定方程的典型问题有独到见解，其中记载了这样一个问题，原文是："今甲、乙怀银，不知其数，乙得甲十银，适等，甲得乙十银，多乙余钱五倍，问甲、乙各怀银几何？"译文为：现有甲、乙两人，带有一些银子，都不知道数量，乙得到甲的10两银子，两人的银子恰好相等，甲得到乙的10两银子，甲比乙多出的银子是乙剩余银子的5倍，问甲、乙各带了多少两银子？ 请解答上述问题.

22．在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=ax+b(a\neq 0)$的图象由函数$y=\frac{1}{2}x$的图象平移得到，且经过点$(-2，1)$．

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当$x>2$时，对于x的每一个值，一次函数$y=ax+b$的值小于函数$y=x+m$的值，直接写出m的取值范围．

23．为增强居民的反诈骗意识，A，B两个小区的居委会组织小区居民进行了有关反诈骗知识的有奖问

答活动.现从A，B小区参加这次有奖问答活动居民的成绩中各随机抽取20个数据，分别对这20个数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

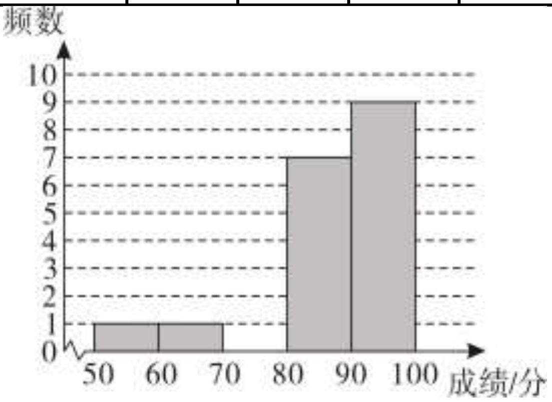
a.A小区参加有奖问答活动的20名居民成绩的数据的频数分布直方图如下(数据分成5组：$50 \leq x < 60$，$60 \leq x < 70$，$70 \leq x < 80$，$80 \leq x < 90$，$90 \leq x \leq 100$)；

b.A小区参加有奖问答活动的20名居民成绩的数据在$80 \leq x < 90$这一组的是：

84858586868889

c.B小区参加有奖问答活动的20名居民成绩的数据如表：

分数	73	81	82	85	88	91	92	94	96	100
人数	1	3	2	3	1	3	1	4	1	1



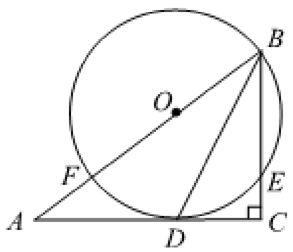
根据以上信息，解答下列问题：

（1）补全a中频数分布直方图；

（2）A 小区参加有奖问答活动的20名居民成绩的数据的中位数是_______ ；B小区参加有奖问答活动的20名居民成绩的数据的众数是_______ ；

（3）为鼓励居民继续关注反诈骗宣传，对在这次有奖问答活动中成绩大于或等于90分的居民颁发小奖品.已知A，B两个小区各有2000名居民参加这次活动，估计这两个小区的居委会一共需要准备多少份小奖品.

24．如图在$Rt \triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，BD是$\triangle ABC$的角平分线，点O在AB上，以点O为圆心，OB长为半径的圆经过点D，交BC于点E，交AB于点F.



（1）求证：AC是$\odot O$的切线；

（2）若$CE = 2$，$CD = 4$，求半径的长.

25．某公园内人工喷泉有一个竖直的喷水枪，喷出的水流路径可以看作是抛物线的一部分．记喷出的水流距喷水枪的水平距离为x/m，距地面的竖直高度为y/m，获得数据如表：

x/m	0.0	1.0	2.0	3.0	4.5
y/m	1.6	3.7	4.4	3.7	0.0

小景根据学习函数的经验，对函数随自变量x的变化而变化的规律进行了探究．

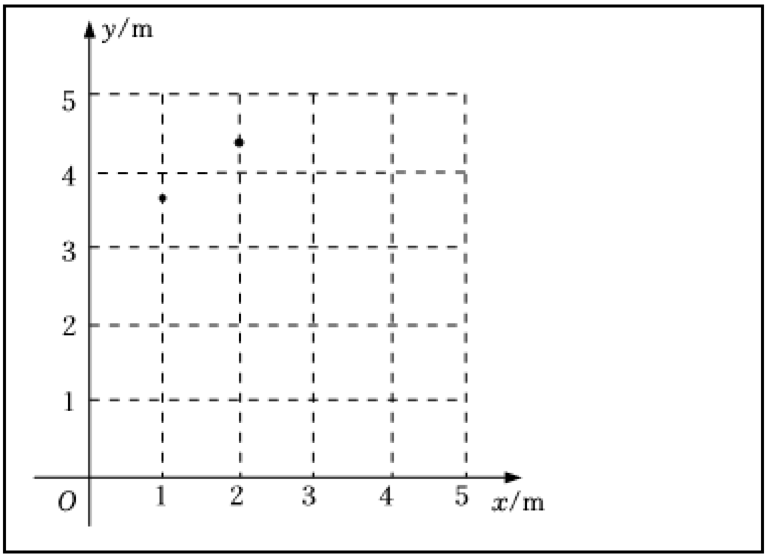
下面是小景的探究过程，请补充完整：

（1）在平面直角坐标系xOy中，描出以表中各对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象；

（2）水流的最高点距喷水枪的水平距离为_______m；

（3）结合函数图象，解决问题：

公园准备在距喷水枪水平距离为$3.5m$处加装一个石柱，使该喷水枪喷出的水流刚好落在石柱顶端，则石柱的高度约为_______m.

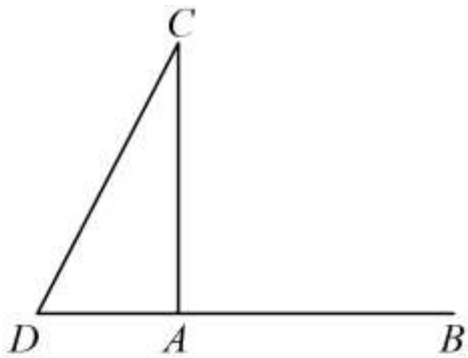


26．在平面直角坐标系xOy中，点$A(m，y_1)$，$B(m+2，y_2)$在抛物线$y=ax^2+bx+c(a>0)$上，设抛物线的对称轴为$x=t$．

（1）若$y_1=y_2$，用含 m 的式子表示 t；

（2）若对于任意$2<m<3$，都有$y_1<y_2$成立，求 t 的取值范围．

27．如图，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，点D是BA延长线上一点，连接DC，点E和点B关于直线DC对称，连接BE交AC于点F，连接EC，ED，DF．



（1）依题意补全图形，并求$\angle DEC$的度数；

（2）用等式表示线段EC，ED和CF之间的数量关系，并证明．

28．对于平面内的⊙C 和⊙C 外一点 Q，给出如下定义：若过点 Q 的直线与⊙C 存在公共点，记为点 A，B，设 $k=\frac{AQ+BQ}{CQ}$，则称点 A（或点 B）是⊙C 的“K 相关依附点”，特别地，当点 A 和点 B 重合时，规定 AQ=BQ，$k=\frac{2AQ}{CQ}$（或$\frac{2BQ}{CQ}$）.

已知在平面直角坐标系 xOy 中，Q(-1，0)，C(1，0)，⊙C 的半径为 r.

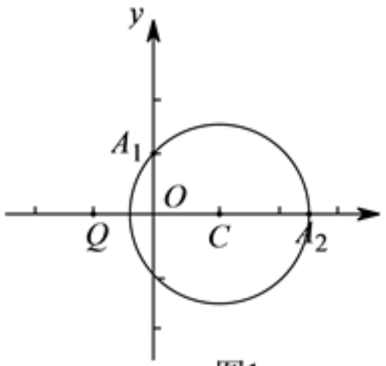
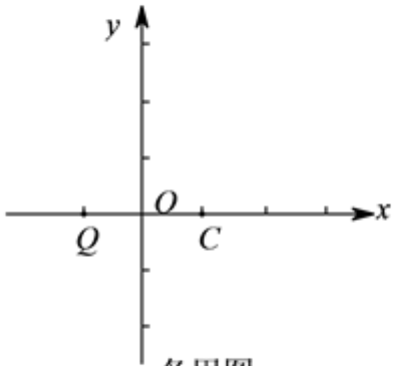


图1



备用图

（1）如图 1，当 $r=\sqrt{2}$ 时，

①若 $A_1(0，1)$是⊙C 的“k 相关依附点”，求 k 的值.

②$A_2(1+\sqrt{2}，0)$是否为⊙C 的“2 相关依附点”.

（2）若⊙C 上存在“k 相关依附点”点 M，

①当 r=1，直线 QM 与⊙C 相切时，求 k 的值.

②当 $k=\sqrt{3}$ 时，求 r 的取值范围.

（3）若存在 r 的值使得直线 $y=-\sqrt{3}x+b$ 与⊙C 有公共点，且公共点时⊙C 的“$\sqrt{3}$ 相关依附点”，直接写出 b 的取值范围.

参考答案

一、选择题

1.【答案】D

【知识点】简单几何体的三视图

【解析】【解答】解：A、圆柱主视图是矩形，俯视图是圆，故A选项不合题意；

B、圆锥的主视图是等腰三角形，俯视图是圆，故B选项不合题意；

C、三棱柱主视图是一行两个矩形，中间线为虚线，俯视图是三角形，故C选项不合题意；

D、球的主视图和俯视图都是圆，故D选项符合题意；

故答案为：D.

【分析】利用三视图的定义逐项判定即可。

2.【答案】A

【知识点】科学记数法表示大于10的数

【解析】【解答】解：$515000000 = 5.15 \times 10^8$（立方米）.

故答案为：A.

【分析】利用科学记数法的定义及书写要求求解即可。

3.【答案】C

【知识点】在数轴上表示不等式的解集

【解析】【解答】解：$x > 1$在数轴上表示时，其点应是空心，方向为向右，

因此，综合各选项，只有C选项符合；

故答案为：C.

【分析】根据x＞1，对每个选项一一判断即可。

4.【答案】A

【知识点】正多边形的性质

【解析】【解答】多边形外角和为360°，

此多边形外角个数为：360°÷60°=6，

所以此多边形是六边形.

故答案为：A.

【分析】利用正多边形的性质求解即可。

5.【答案】C

【知识点】二元一次方程的解

【解析】【解答】解：把$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$代入方程$ax + y = 3$中，

得：2a-1=3，

解得：a=2，

故答案为：C.

【分析】把$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$代入方程$ax+y=3$中即可求出 a 值.

6.【答案】A

【知识点】直角三角形斜边上的中线

【解析】【解答】解：Rt△ABC 中，∠ABC=90°，点 O 是斜边 AC 的中点，AC=10，

则 OB=$\frac{1}{2}$AC=5，

故答案为：A.

【分析】利用直角三角形斜边上中线的性质可得 OB=$\frac{1}{2}$AC=5。

7.【答案】B

【知识点】平行线的性质；三角形的外角性质

【解析】【解答】解：$\because \angle BCE=55°$，$\angle E=25°$，$\angle BCE=\angle E+\angle D$，

$\therefore \angle D=\angle BCE-\angle E=55°-25°=30°$，

$\therefore AB \parallel DE$，

$\therefore \angle B=\angle D$，

$\therefore \angle B=30°$，

故答案为：B.

【分析】先利用三角形外角的性质求出$\angle D=\angle BCE-\angle E=55°-25°=30°$，再利用平行线的性质可得$\angle B=30°$。

8.【答案】B

【知识点】三角形全等及其性质；等边三角形的性质；相似三角形的判定与性质；三角形全等的判定-SAS

【解析】【解答】解：$\because \triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=CA$，$\angle BAD=\angle ACE=60°$，

$\because AD=CE$，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE(SAS)$，故①正确；

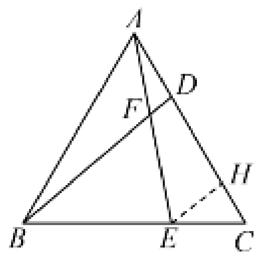
$\therefore \angle CAE=\angle ABD$，$AE=BD$，

$\therefore \angle BFE=\angle ABD+\angle BAF=\angle CAE+\angle BAF=\angle BAD=60°$，故②正确；

$\because \angle AFB>\angle ADB$，

$\therefore \triangle AFB \backsim \triangle ADF$不成立，故③错误；

过点 E 作$EH \parallel BD$，交AC于点 H，



$\therefore \triangle CEH \backsim \triangle CBD$，

$\because \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$,

$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$，$\frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}$,

$\therefore \frac{CH}{CD} = \frac{EH}{BD} = \frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}$,

$\therefore CD = 3CH$，$DH = 2CH$，

$\therefore AD = \frac{3}{2}CH$，

$\therefore \frac{AD}{DH} = \frac{3}{4} = \frac{AF}{FE}$,

$\therefore \frac{AF}{AE} = \frac{3}{7} = \frac{AF}{BD}$,

$\because EH \parallel BD$，

$\therefore \triangle ADF \backsim \triangle AHE$，

$\therefore \frac{FD}{EH} = \frac{AF}{AE} = \frac{3}{7}$，即$FD = \frac{3}{7}EH = \frac{1}{7}BD$，

$\therefore BF = BD - DF = \frac{6}{7}BD$，

$\therefore \frac{AF}{BF} = \frac{\frac{3}{7}BD}{\frac{6}{7}BD} = \frac{1}{2}$；故④正确；

综上所述：说法正确的有①②④；

故选：B.

【分析】根据等边三角形性质，全等三角形判定定理可得①正确；再根据全等三角形性质可得$\angle CAE = \angle ABD$，$AE = BD$，再进行角之间的转换可得②正确；再根据相似三角形判定定理可得③错误；过点E作$EH \parallel BD$，交AC于点H，再根据相似三角形判定定理可得$\triangle CEH \backsim \triangle CBD$，再根据其性质可得$\frac{AF}{AE} = \frac{3}{7} = \frac{AF}{BD}$，再根据直线平行性质，相似三角形判定定理可得$\triangle ADF \backsim \triangle AHE$，则$\frac{AF}{BF} = \frac{\frac{3}{7}BD}{\frac{6}{7}BD} = \frac{1}{2}$，即可得④正确，即可求出答案.

二、填空题

9.【答案】x≠1

【知识点】分式有无意义的条件

【解析】【解答】解：由题意，得

x﹣1≠0，

解得 x≠1，

故答案为：x≠1．

【分析】根据分母不为零分式有意义，可得答案．本题考查了分式有意义的条件，利用分母不为零得出不等式是解题关键．

10．【答案】（a-2）（a+2）

【知识点】因式分解－公式法

【解析】【解答】原式=（a-2）（a+2）．

故答案为（a-2）（a+2）．

【分析】直接利用平方差公式分解即可．

11．【答案】垂线段最短

【知识点】垂线段最短及其应用

【解析】【解答】解：过点 C 作 $CD \perp l$ 于点 D，将水泵房建在了 D 处，

这样做既省人力又省物力，其数学原理是：垂线段最短，

故答案为：垂线段最短．

【分析】根据“垂线段最短"进行解答即可．

12．【答案】答案不唯一．如 $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases}$

【知识点】二元一次方程组的解

【解析】【解答】先围绕 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 列一组算式

如 1+(-2)=-1，1-(-2)=3

然后用 x，y 代换

得 $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 等．

故答案是：答案不唯一．如 $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases}$

【分析】根据二元一次方程的解任意得到一组二元一次方程组即可。

13．【答案】4

【知识点】直角三角形斜边上的中线

【解析】【解答】解：$\because \angle ACB=90°$，点D是AB的中点，$AB=8$，

$\therefore$CD=$\frac{1}{2}$AB=4；

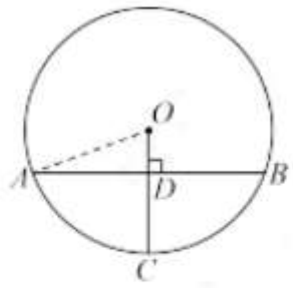
故答案为：4．

【分析】直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，据此解答即可．

14．【答案】2

【知识点】勾股定理；垂径定理

【解析】【解答】解：连接 OA



∵在⊙ O中，半径OC垂直弦AB于点 D，$AB = 4\sqrt{2}$

∴$AD = BD = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$

∵OC=3

∴OA=OC=3

在 Rt△AOD 中，$OD = \sqrt{3^2 - \left(2\sqrt{2}\right)^2} = 1$

∴CD=3-1=2

故答案为：2

【分析】连接 OA，根据垂径定理可得$AD = BD = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$，再根据勾股定理即可求出答案.

15.【答案】答案不唯一，如 0.959

【知识点】利用频率估计概率

【解析】【解答】由表格数据可得这批产品合格的产品的概率为 0.959（答案不唯一，合理即可）.

【分析】根据同样条件下，大量重复实验时，利用频率估计概率即可求解.

16.【答案】一；$400 \leq a < 500$或$800 \leq a < 1000$

【知识点】一元一次不等式的应用；用代数式表示实际问题中的数量关系

【解析】【解答】解：（1）购买一件原价为 550 元的健身器材时，

活动一需付款：$550 \times 0.8 = 440$元，

活动二需付款：$550 - 100 = 450$元，

∴活动一更合算；

故答案为：一

（2）这种健身器材的原价为a元，

活动一所需付款为：$0.8a$元，

活动二：当$0 < a < 400$时，所需付款为：a元，当$400 \leq a < 800$时，所需付款为：$(a - 100)$元，当$800 \leq a < 1200$时，所需付款为：$(a - 200)$元.

∵ 选择活动二比选择活动一更合算，

当$0 < a < 400$时，$0.8a < a$，活动一更合算；

当$400 \leq a < 800$时，

$0.8a > a-100$，解得$a < 500$；

∴当$400 \le a < 500$时，活动二比选择活动一更合算；

当$800 \le a < 1200$时，

$0.8a > a-200$，解得$a < 1000$

∴当$800 \le a < 1000$时，活动二比选择活动一更合算；

综上所述：当$400 \le a < 500$或$800 \le a < 1000$时，活动二比选择活动一更合算.

故答案为：$400 \le a < 500$或$800 \le a < 1000$

【分析】(1）根据题意直接计算活动一和活动二需要的金额，进而比较即可求解；

（2）先根据题意得到活动一所需付款为：$0.8a$元，活动二：当$0 < a < 400$时，所需付款为：a元，当$400 \le a < 800$时，所需付款为：$(a-100)$元，当$800 \le a < 1200$时，所需付款为：$(a-200)$元，再结合题意列出一元一次不等式，从而即可求解。

三、解答题

17.【答案】解：$(\frac{1}{2})^{-1} + (2023-\sqrt{3})^0 - \sqrt{12} + 6tan30°$

$$= 2 + 1 - 2\sqrt{3} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2 + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$= 3$.

【知识点】实数的运算；求特殊角的三角函数值

【解析】【分析】根据负整数指数幂，0 指数幂，二次根式，特殊角三角函数值进行计算即可。

18.【答案】解：$\begin{cases} 5x+2 \ge 4x-1① \\ \frac{x+1}{4} > \frac{x-3}{2}+1② \end{cases}$

解不等式①得：$x \ge -3$

解不等式②得：$x < 3$

∴不等式的解集为：$-3 \le x < 3$

【知识点】解一元一次不等式组

【解析】【分析】先分别解出两个不等式的解集，然后根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无处找”的规律找出不等式组的解集即可.

19.【答案】解：$(2x-3)^2 + (x+y)(x-y) + y^2 - 2x^2$

$$= 4x^2 - 12x + 9 + x^2 - y^2 + y^2 - 2x^2$$

$= 3x^2 - 12x + 9$，

∵$x^2 - 4x - 3 = 0$，

∴$x^2 - 4x = 3$，

∴原式$= 3(x^2 - 4x) + 9 = 3 \times 3 + 9 = 18$.

【知识点】利用整式的混合运算化简求值

【解析】【分析】本题考查整式的化简求值。先按照整式的混合运算化简得到 $3x^2-12x+9$，再整体代入 $x^2-4x=3$ 即可.。

20.【答案】(1) 证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD=BC$，$AD//BC$，

$\because BE=DF$，

$\therefore AD-DF=BC-BE$，

即$AF=EC$，

∴四边形$AECF$是平行四边形，

$\because AC=EF$，

∴平行四边形$AECF$是矩形；

(2) 解：∵四边形$AECF$是矩形，

$\therefore \angle AEC=\angle AEB=90°$，

$\because AE=BE$，$AB=2$，

$\therefore AE=BE=\sqrt{2}$，

$\therefore CE=2BE=2\sqrt{2}$，

$\therefore AC=\sqrt{AE^2+EC^2}=\sqrt{8+2}=\sqrt{10}$.

【知识点】勾股定理；矩形的判定与性质

【解析】【分析】(1) 先由已知条件证明四边形 AECF 是平行四边形，再由对角线相等证明是矩形；(2) 由勾股定理求 AC，先根据已知的 AB 用勾股定理求出一直角边 AE，再根据已知的线段的数量关系求出另一直角边 EC，由此可求出 AC.

21.【知识点】二元一次方程组的应用-古代数学问题

【解析】【分析】先根据题意设出未知数，再根据题中 乙得到甲的 10 两银子，两人的银子恰好相等；甲得到乙的 10 两银子，甲比乙多出的银子是乙剩余银子的 5 倍，也就是说甲得到乙的银子后，甲是乙的 6 倍。分别列方程，组成方程组，解出即可.

解：设甲带了 x 两银子，乙带了 y 两银子，

根据题意得：

$x-10=y+10$

$x+10-(y-10)=5(y-10)$，

解方程组得

$x=38$

$y=18$，

答：甲带了 38 两银子，乙带了 18 两银子.

22.【答案】(1) 解：∵一次函数$y=ax+b(a\neq 0)$的图象由函数$y=\frac{1}{2}x$的图象平移得到，

$\therefore a=\frac{1}{2}$，

又∵一次函数$y=\frac{1}{2}x+b$的图象经过点$(-2，1)$，

$\therefore -1+b=1$.

$\therefore b=2$,

∴这个一次函数的表达式为$y=\frac{1}{2}x+2$；

（2）∵把$x=2$代入$y=\frac{1}{2}x+2$，解得：$y=3$，

把点$(2，3)$代入$y=x+m$，求得：$m=1$，

$\because x>2$时，一次函数$y=ax+b$的值小于函数$y=x+m$的值，

$\therefore m$的取值范围是：$m\geq 1$.

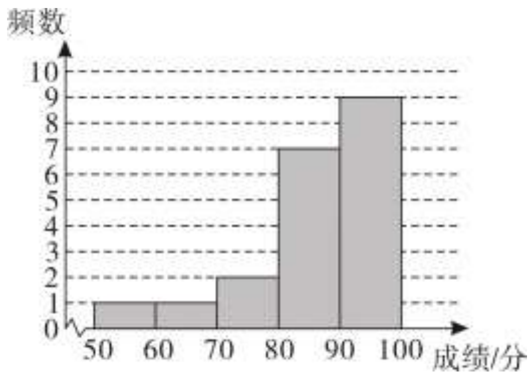
【知识点】待定系数法求一次函数解析式；一次函数与不等式（组）的关系

【解析】【分析】（1）利用平移可得$a=\frac{1}{2}$，再利用待定系数法解得$-1+b=1$，再求出 b 的值即可；

（2）先求出两条直线的交点坐标，再列出不等式求解即可.

23.【答案】（1）解：由题意可知，A小区“$70\leq x<80$”的频数为：$20-1-1-7-9=2$，

补全a中频数分布直方图如下：



（2）88.5；94

（3）解：$\frac{9}{20}\times 2000+\frac{10}{20}\times 2000=1900(份)$，

答：估计这两个小区的居委会大约一共需要准备1900份小奖品.

【知识点】利用统计图表描述数据

【解析】【解答】解：(2)A 小区共有 20 人，中位数是处于第 10 位和第 11 位这两个数的平均数，

$80\leq x<90$ 和$90\leq x\leq 100$共有 7+9=16 人，所以 第 10 位和第 11 位这两个数在$80\leq x<90$这个组，

这个组的 7 个数据从大到小的 顺序依次为 89，88，86，86，85，85，84，

第 10 位和第 11 位这两个数是 89 和 88，它们的平均数是(89+88)÷2=88.5，即中位数是 88.5。

B 小区中 94 分的有 4 人，人数最多，所以 B 小区参加有奖问答活动的 20 名居民成绩的数据的众数是 94。

故答案为：88.5，94

【分析】

(1)先计算出A小区“$70\leq x<80$”的频数，再补全频数分布直方图；

(2)先确定中位数的位置处于第 10 位和第 11 位，找出相应数据，求出它们的平均数即可；

(3)用每个小区的总人数 乘以 90 分以上人数的占比，得到每个小区的 90 及 90 分以 上的人数，再计算出总人数即可。

24.【答案】（1）证明：如图，连接OD，

$\because OD=OB$，

$\therefore \angle ODB=\angle OBD$，

$\because BD$是$\triangle ABC$的角平分线，

$\therefore \angle OBD=\angle DBC$，

$\therefore \angle ODB=\angle DBC$，

$\therefore OD//BC$，

$\therefore \angle ODA=\angle C=90°$，

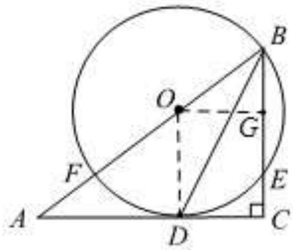
$\because AC$经过$\odot O$为的半径OD的端点D，且$AC\perp OD$，

$\therefore AC$是$\odot O$的切线.

（2）如图，设$\odot O$的半径为r，则$OB=OG=r$，

作$OG\perp BE$于点G，则$BG=EG$，$\angle OGB=90°$，

$\because \angle ODC=\angle C=\angle OGC=90°$，



$\therefore$四边形$ODCG$是矩形，

$\because CE=2$，$CD=4$，

$\therefore OG=CD=4$，$CG=OD=r$，

$\therefore BG=EG=r-2$，

$\because OB^2=OG^2+BG^2$，

$\therefore r^2=4^2+(r-2)^2$，

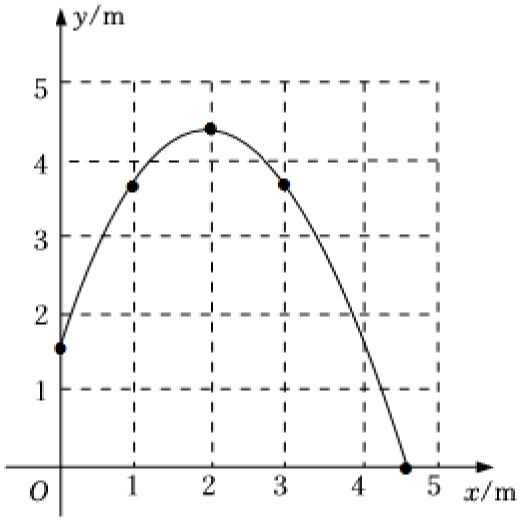
解得$r=5$，

$\therefore\odot O$的半径长为5.

【知识点】勾股定理；矩形的判定与性质；垂径定理；切线的判定

【解析】【分析】（1）先证出$\angle ODA=\angle C=90°$，再结合 AC 经过⊙O 的半径OD的端点D，且$AC\perp OD$， 即可得到 AC 是$\odot O$的切线；

（2）设$\odot O$的半径为r，则$OB=OG=r$，再根据$OB^2=OG^2+BG^2$，可得$r^2=4^2+(r-2)^2$，再求出 r 的值即可.

25.【答案】(1) 

（2）2

（3）2.825

【知识点】描点法画函数图象；二次函数的实际应用-喷水问题

【解析】【解答】解：（2）根据图象可得，水流的最高点距喷水枪的水平距离为 2m，

故答案为：2；

（3）设抛物线的解析式为$y=a(x-2)^2+4.4$，

将点（0，1.6）代入解析式可得：1.6=4a+4.4，

解得：a=-0.7，

∴抛物线的解析式为$y=-0.7(x-2)^2+4.4$，

将 x=3.5 代入解析式可得 $y=-0.7\times(3.5-2)^2+4.4=2.825$，

故答案为：2.825.

【分析】(1) 利用描点法作出抛物线的图象即可；

（2）根据函数图象直接求解即可；

（3）先求出抛物线的解析式，再将 x=3.5 代入计算即可.

26.【答案】(1) 解：$\because y_1=y_2$，抛物线的对称轴为$x=t$.

∴点$(m，y_1)$，$(m+2，y_2)$关于对称轴$x=t$对称.

$\therefore m+2-t=t-m$，

$\therefore t=m+1$.

（2）解：$\because a>0$，抛物线的对称轴为$x=t$，

∴当$x\geqslant t$时，y随x的增大而增大；当$x<t$时，y随x的增大而减小.

①当$t\leqslant 2$时，

$\because 2<m<3$，

$\therefore 4<m+2<5$，

$\therefore t<m<m+2$，

$\therefore y_1 < y_2$，符合题意.

②当$2 < t \leqslant 3$时，

（i）当$t \leqslant m < 3$时，

$\because 4 < m + 2 < 5$，

$\therefore t \leq m < m + 2$.

$\therefore y_1 < y_2$，符合题意.

（ii）当$2 < m < t$时，

设$A(m，y_1)$关于抛物线对称轴$x = t$的对称点为$A'(m'，y_1)$，

则$m' - t = t - m$，

$\therefore m' = 2t - m$，

$\because 2 < m < t$，$2 < t \leqslant 3$

$\therefore 4 - t < 2t - m < 4$，

$\because 4 < m + 2 < 5$，

$\therefore t < 2t - m < m + 2$.

$\therefore y_1 < y_2$，符合题意.

所以当$2 < t \leqslant 3$时，符合题意.

③当$3 < t < 4$时，令$m = t - 1$，$m + 2 = t + 1$，则$y_1 = y_2$.

④当$t \geqslant 4$时，令$m = \frac{5}{2}$，$m + 2 = \frac{9}{2}$，则$y_1 > y_2$.

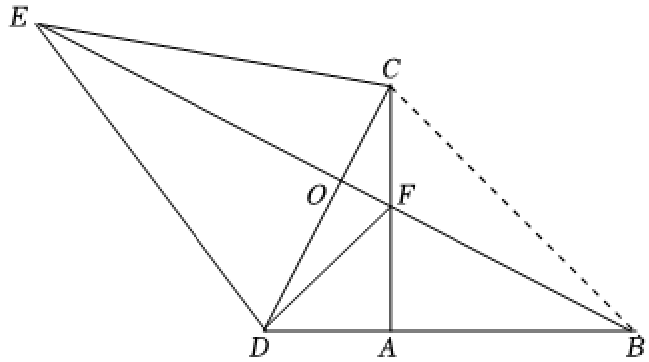
综上所述的取值范围是$t \leqslant 3$.

【知识点】二次函数与不等式（组）的综合应用；二次函数 y=ax²+bx+c 的性质

【解析】【分析】(1)根据抛物线的对称性：抛物线上纵坐标相等的两个点关于抛物线的对称轴对称。由题意知 A，B 两点关于对称轴 x=t 对称，可得点 A、B 到直线 x=t 的距离相等，列出方程 m+2-t=t-m 即可；

(2)由题意可知：2<m<3，4<m+2<5.本题需要根据对称轴 x=t 的位置，对 t 进行分类讨论：①t≤2 时，t<m<m+2，结合二次函数的图象和性质知$y_1 < y_2$；②2<t≤m 时，t<m<m+2，$y_1 < y_2$；③m<t≤3 时，A 的对称点为 A'（2t-m，y_1），结合不等式的性质推证 2t-m<m+2，$y_1 < y_2$；④3<t≤4 时，通过反例进行否定；⑤4<t≤m+2 通过反例进行否定；⑥t>m+2，点 A、B 在对称轴左边，$y_1 > y_2$，综上可以求解。

27.【答案】(1）解：图形如图所示：∠DEC=∠ABC=45°.



（2）解：结论：$CF+DE=\sqrt{2}EC$.

理由：设BE交CD于O.

$\because B$，E关于CD对称，

$\therefore BE\perp CD$，$CE=CB$，$DE=DB$，

$\therefore \angle COB=\angle BAF=90°$，

$\because \angle CFO=\angle BFA$，

$\therefore \angle FCO=\angle ABF$，

$\because \angle DAC=\angle FAB=90°$，$AC=AB$，

$\therefore \triangle DAC\cong\triangle FAB(ASA)$，

$\therefore AD=AF$，

$\because AC=AB$，$\angle CAB=90°$，

$\therefore BC=\sqrt{2}AC$，

$\therefore DE+CF=DB+CF=AD+AB+CF=AF+CF+AB=AC=AC+AB=2AC=\sqrt{2}BC=\sqrt{2}EC$.

$\therefore DE+CF=\sqrt{2}EC$.

【知识点】三角形全等及其性质；三角形全等的判定-ASA；尺规作图-直线、射线、线段

【解析】【分析】（1）根据题意作图即可；

（2）根据题意先求出 $\angle FCO=\angle ABF$， 再利用全等三角形的判定与性质证明求解即可。

28.【答案】（1）①如图 1 中，连接 AC 、 QA_1 .

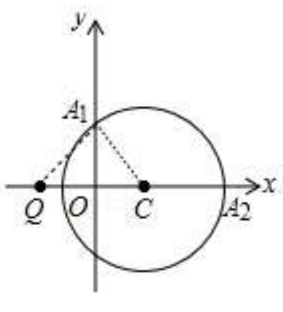


图1

由题意： $OC=OQ=OA_1$ ， $\therefore\triangle QA_1C$ 是直角三角形， $\therefore\angle CA_1Q=90°$ ，即 $CA_1\perp QA_1$ ， $\therefore QA_1$ 是 $\odot C$ 的切线， $\therefore k=\frac{2QA_1}{QC}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

②$\because$ $A_2(1+\sqrt{2}，0)$ 在 $\odot C$ 上，$\therefore k=\frac{2-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}+1}{2}=2$，$\therefore A_2$ 是 $\odot C$ 的“2 相关依附点”.

故答案为：$\sqrt{2}$，是；

（2）①如图 2，当 $r=1$ 时，不妨设直线 QM 与 $\odot C$ 相切的切点 M 在 x 轴上方（切点 M 在 x 轴下方时同理），连接 CM，则 $QM\perp CM$．

$\because Q(-1，0)$，$C(1，0)$，$r=1$，$\therefore CQ=2$，$CM=1$，$\therefore$ $MQ=\sqrt{3}$，此时 $k=\frac{2MQ}{CQ}=\sqrt{3}$；

②如图 3 中，若直线 QM 与 $\odot C$ 不相切，设直线 QM 与 $\odot C$ 的另一个交点为 N（不妨设 $QN<QM$，点 N，M 在 x 轴下方时同理），作 $CD\perp QM$ 于点 D，则 $MD=ND$，$\therefore MQ+NQ=(MN+NQ)+NQ=2ND+2NQ=2DQ$，$\because CQ=2$，$\therefore$ $k=\frac{MQ+NQ}{CQ}=\frac{2DQ}{CQ}=DQ$，$\therefore$ 当 $k=\sqrt{3}$ 时，$DQ=\sqrt{3}$，此时 $CD=\sqrt{CQ^2-DQ^2}=1$，假设 $\odot C$ 经过点 Q，此时 $r=2$，$\because$ 点 Q 早 $\odot C$ 外，$\therefore$ r 的取值范围是 $1\leqslant r<2$．

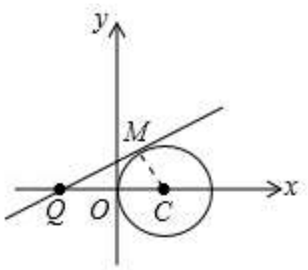


图2

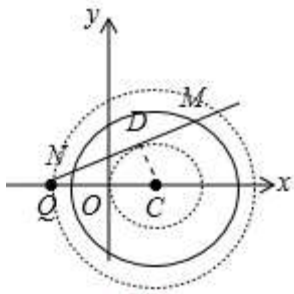


图3

（3）如图 4 中，由（2）可知：当 $k=\sqrt{3}$ 时，$1\leqslant r<2$．

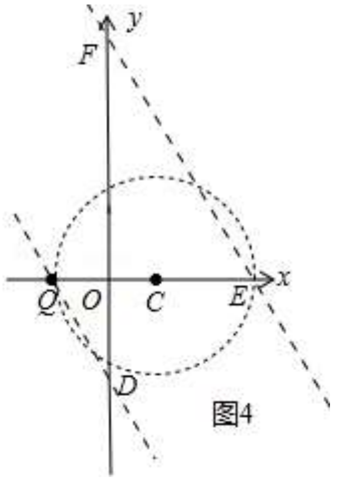


图4

当 $r=2$ 时，$\odot C$ 经过点 $Q(-1，0)$ 或 $E(3，0)$，当直线 $y=-\sqrt{3}x+b$ 经过点 Q 时，$b=-\sqrt{3}$，当直线 $y=-\sqrt{3}x+b$ 经过点 E 时，$b=3\sqrt{3}$，$\therefore$ 满足条件的 b 的取值范围为 $-\sqrt{3}<b<3\sqrt{3}$．

【知识点】直线与圆的位置关系；切线的判定与性质；圆的综合题；圆-动点问题

【解析】【分析】（1）①根据所给的坐标以及半径 r，$\triangle QA_1C$ 三边满足勾股定理，$\therefore \angle CA_1Q=90°$，即 $CA_1\perp QA_1$。$\therefore QA_1$ 是 $\odot C$ 的切线，$k=\frac{2AQ}{CQ}$，代入即可求出 k.

②$A_2(1+\sqrt{2}，0)$ 在 $\odot C$ 上，将其代入公式求解即可得到 k 值。是 ⊙C 的“2 相关依附点”。

（2）①由题意得QM与圆相切，切点为M，已知Q点、C点坐标，利用勾股定理即可求出MQ，从而求出k值。

②若直线 QM 与 $\odot C$ 不相切，设直线 QM 与 $\odot C$ 的另一个交点为 N（不妨设 $QN < QM$，点 N，M 在 x 轴下方时同理)，作 $CD \perp QM$ 于点 D，则 $MD = ND$。分析整理得 $k = \frac{MQ+NQ}{CQ} = \frac{2DQ}{CQ} = DQ$，此时半径 r=1。假设 $\odot C$ 经过点 Q，此时 $r = 2$，$\because$ 点 Q 早 $\odot C$ 外，$\therefore r$ 的取值范围是 $1 \leqslant r < 2$.

（3）由（2）可知：当 $k = \sqrt{3}$ 时，$1 \leqslant r < 2$，当 $r = 2$ 时，$\odot C$ 经过点 $Q(-1，0)$ 或 $E(3，0)$，即当直线y经过Q点时，可求出b= -$\sqrt{3}$；当直线y过E点时，可求出b=3$\sqrt{3}$.所以b得取值范围即可求出。