# (网络收集）2024 年全国甲卷文科数学卷带答案带解析带分值图片版

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 集合 $A=\{1，2，3，4，5，9\}$，$B=\{x|x+1\in A\}$，则 $A\cap B=($　　$)$

(A)$\{1，2，3，4\}$　　(B)$\{1，2，3，4\}$　　(C)$\{1，2，3，4\}$　　(D)$\{1，2，3，4\}$

【参考答案】A

【详细解析】因为 $A=\{1，2，3，4，5，9\}$，$B=\{x|x+1\in A\}=\{0，1，2，3，4，8\}$，所以 $A\cap B=\{1，2，3，4\}$，故选(A).

2. 设 $z=\sqrt{2}i$，则 $z\cdot\bar{z}=($　　$)$

(A)2　　(B)2　　(C)2　　(D)2

【参考答案】D

【详细解析】因为 $z=\sqrt{2}i$，所以 $z\cdot\bar{z}=2$，故选(D).

3. 若实数 $x$，$y$ 满足约束条件(略)，则 $z=x-5y$ 的最小值为(　　)

(A)5　　(B)$\frac{1}{2}$　　(C)$-2$　　(D)$-\frac{7}{2}$

【参考答案】D

【详细解析】将约束条件两两联立可得 3 个交点：$(0，-1)$、$(\frac{3}{2}，1)$和$(3，\frac{1}{2})$，经检验都符合约束条件．代入目标函数可得：$z_{\min}=-\frac{7}{2}$，故选(D).

4. 等差数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$，若 $S_9=1$，$a_3+a_7=($　　$)$

(A)$-2$　　(B)$\frac{7}{3}$　　(C)1　　(D)$\frac{2}{9}$

【参考答案】D

【详细解析】令 $d=0$，则 $S_9=9a_n=1$，$a_n=\frac{1}{9}$，$a_3+a_7=\frac{2}{9}$，故选(D).

5. 甲、乙、丙、丁四人排成一列，丙不在排头，且甲或乙在排尾的概率是(　　)

(A)$\frac{1}{4}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{2}{3}$

【参考答案】B

【详细解析】甲、乙、丙、丁四人排成一列共有 24 种可能．丙不在排头，且甲或乙在排尾的共有 8 种可能，$P=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$，故选(B).

6. 已知双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点分别为 $F_1(0，4)$、$F_2(0，-4)$，且经过点 $P(-6，4)$，则双曲线 $C$ 的离心率是(　　)

(A)$\frac{13}{5}$　　(B)$\frac{13}{7}$　　(C)2　　(D)3

【参考答案】C

【详细解析】$e=\frac{c}{a}=\frac{|F_1F_2|}{|PF_2|-|PF_1|}=2$，故选(C).

7. 曲线 $f(x)=x^6+3x$ 在$(0，-1)$处的切线与坐标轴围成的面积为(　　)

(A)$\frac{1}{6}$　　(B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【参考答案】A

【详细解析】因为 $y'=6x^5+3$，所以 $k=3$，$y=3x-1$，$S=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times1=\frac{1}{6}$，故选(A).

8.　　函数 $f(x)=-x^2+(e^x-e^{-x})\sin x$ 的大致图像为(　　)

【参考答案】B

【详细解析】选(B).

9.　　已知 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\sqrt{3}$，则 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=$(　　)

(A)3　　(B)$2\sqrt{3}-1$　　(C)$-3$　　(D)$\frac{1}{3}$

【参考答案】B

【详细解析】因为 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\sqrt{3}$，所以 $\tan\alpha=1-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=2\sqrt{3}-1$，故选(B).

10.　　直线过圆心，直径

【参考答案】直径

【详细解析】直线过圆心，直径.

11.　　已知已知 $m$、$n$ 是两条不同的直线，$\alpha$、$\beta$是两个不同的平面：①若 $m\perp\alpha$，$n\perp\alpha$，则 $m/\!/n$；②若$\alpha\cap\beta=m$，$m/\!/n$，则 $n/\!/\beta$；③若 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，$m$ 与 $n$ 可能异面，也可能相交，也可能平行；④若$\alpha\cap\beta=m$，$n$ 与$\alpha$和$\beta$所成的角相等，则 $m\perp n$，以上命题是真命题的是(　　)

(A)①③　　(B)②③　　(C)①②③　　(D)①③④

【参考答案】A

【详细解析】选(A).

12.　　在△$ABC$ 中，内角 $A$，$B$，$C$ 所对边分别为 $a$，$b$，$c$，若 $B=\frac{\pi}{3}$，$b^2=\frac{9}{4}ac$，则 $\sin A+\sin C=$(　　)

(A)$\frac{2\sqrt{39}}{13}$　　(B)$\frac{\sqrt{39}}{13}$　　(C)$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　(D)$\frac{3\sqrt{13}}{13}$

【参考答案】C

【详细解析】因为 $B=\frac{\pi}{3}$，$b^2=\frac{9}{4}ac$，所以 $\sin A\sin C=\frac{4}{9}\sin^2B=\frac{1}{3}$. 由余弦定理可得：$b^2=a^2+c^2-ac=\frac{9}{4}ac$，即：$a^2+c^2=\frac{13}{4}ac$，$\sin^2A+\sin^2C=\frac{13}{4}\sin A\sin C=\frac{13}{12}$，所以$(\sin A+\sin C)^2=\sin^2A+\sin^2C+2\sin A\sin C=\frac{7}{4}$，$\sin A+\sin C=\frac{\sqrt{7}}{2}$，故选(C).

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13.　　略

14. 函数 $f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 在$[0,\ \pi]$上的最大值是________.

【参考答案】2

【详细解析】$f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin(x-\frac{\pi}{3})\leqslant 2$，当且仅当 $x=\frac{5\pi}{6}$时取等号.

15. 已知 $a>1$，$\frac{1}{\log_8 a}-\frac{1}{\log_a 4}=-\frac{5}{2}$，则 $a=$__________.

【参考答案】64

【详细解析】因为$\frac{1}{\log_8 a}-\frac{1}{\log_a 4}=\frac{3}{\log_2 a}-\frac{1}{2}\log_2 a=-\frac{5}{2}$，所以$(\log_2 a+1)(\log_2 a-6)=0$，而 $a>1$，

故 $\log_2 a=6$，$a=64$.

16. 曲线 $y=x^3-3x$ 与 $y=-(x-1)^2+a$ 在$(0,\ +\infty)$上有两个不同的交点，则 $a$ 的取值范围为________.

【参考答案】$(-2,\ 1)$

【详细解析】令 $x^3-3x=-(x-1)^2+a$，则 $a=x^3-3x+(x-1)^2$，设$\varphi(x)=x^3-3x+(x-1)^2$，$\varphi'(x)=(3x+5)(x-1)$，$\varphi(x)$在$(1,\ +\infty)$上递增，在$(0,\ 1)$上递减．因为曲线 $y=x^3-3x$ 与 $y=-(x-1)^2+a$ 在$(0,\ +\infty)$上有两个不同的交点，$\varphi(0)=1$，$\varphi(1)=-2$，所以 $a$ 的取值范围为$(-2,\ 1)$.

## 三、解答题：

**(一)必考题：共 60 分.**

17．(12 分) 已知等比数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $2S_n=3a_{n+1}-3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{S_n\}$的通项公式.

【参考答案】见解析.

【详细解析】(1)因为 $2S_n=3a_{n+1}-3$，所以 $2S_{n+1}=3a_{n+2}-3$，两式相减可得：$2a_{n+1}=3a_{n+2}-3a_{n+1}$，即：$3a_{n+2}=5a_{n+1}$，所以等比数列$\{a_n\}$的公比 $q=\frac{5}{3}$，又因为 $2S_1=3a_2-3=5a_1-3$，所以 $a_1=1$，$a_n=(\frac{5}{3})^{n-1}$；

(2)因为 $2S_n=3a_{n+1}-3$，所以 $S_n=\frac{3}{2}(a_{n+1}-1)=\frac{3}{2}[(\frac{5}{3})^n-1]$.

18．(12 分) 题干略.

【参考答案】见解析.

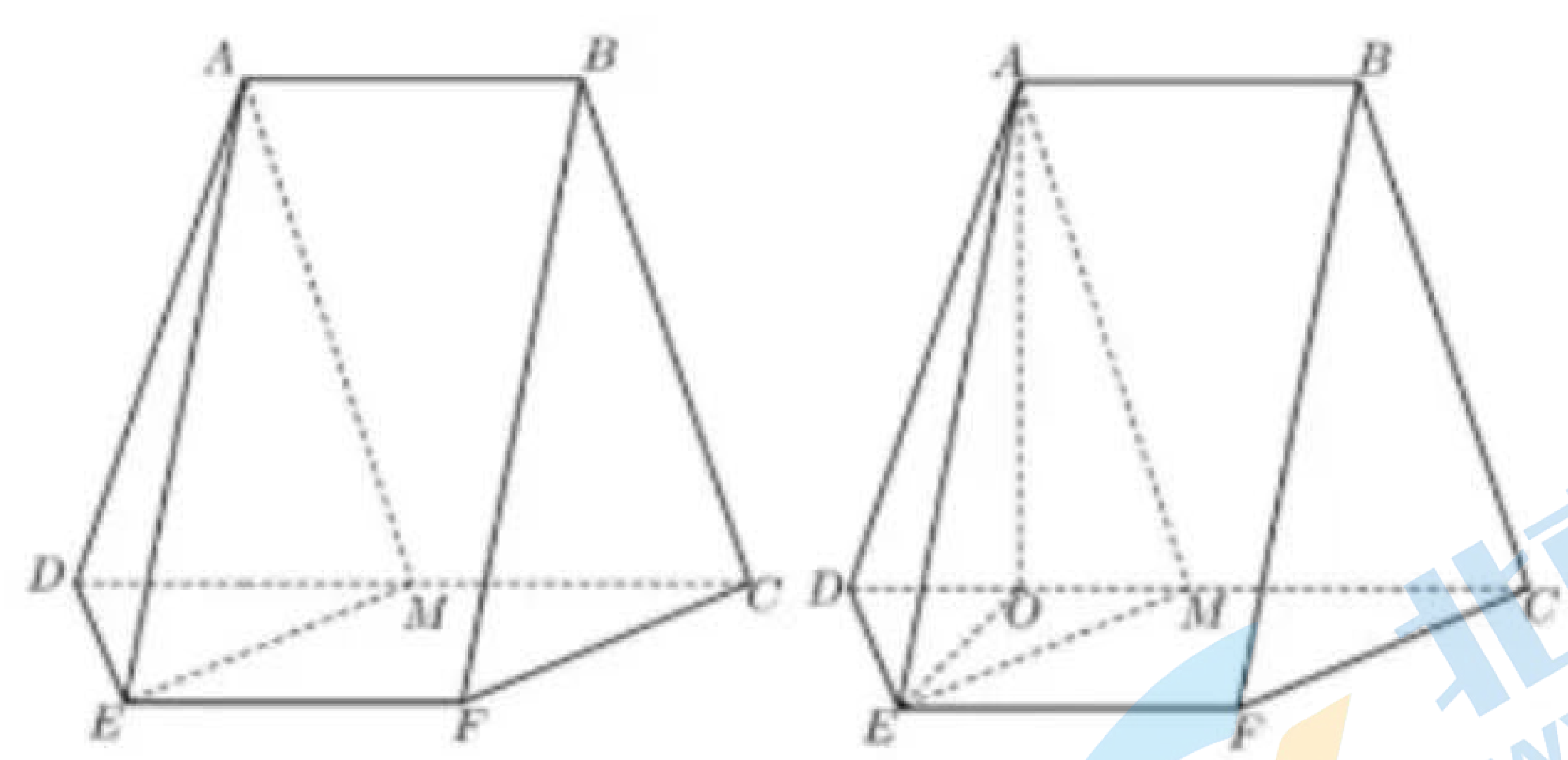
【详细解析】(1)$\chi^2=\frac{150(70\times24-26\times30)^2}{96\times54\times50\times100}<6.635$，没有 99%的把握；

(2)$\bar{p}>p+1.65\sqrt{\frac{p(1-p)}{150}}$，故有优化提升.

19．(12 分) 如图，已知 $AB\parallel CD$，$CD\parallel EF$，$AB=DE=EF=CF=2$，$CD=4$，$AD=BC=\sqrt{10}$，$AE=2\sqrt{3}$，$M$ 为 $CD$ 的中点.

(1)证明：$EM\parallel$平面 $BCF$；

(2)求点 $M$ 到 $ADE$ 的距离.




【参考答案】见解析

【详细解析】(1)由题意：$EF\parallel CM$，$EF=CM$，而 $CF\subsetneq$平面 $ADO$，$EM\not\subset$平面 $ADO$，所以 $EM\parallel$平面 $BCF$；

(2)取 $DM$ 的中点 $O$，连结 $OA$，$OE$，则 $OA\perp DM$，$OE\perp DM$，$OA=3$，$OE=\sqrt{3}$，而 $AE=2\sqrt{3}$，故 $OA\perp OE$，$S_{\triangle AOE}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 因为 $DE=2$，$AD=\sqrt{10}$，所以 $AD\perp DE$，$S_{\triangle ADE}=\sqrt{10}$. $DM$ 设点 $M$ 到平面 $ADE$ 的距离为 $h$，所以 $V_{M-ADE}=\frac{1}{3}S_{\triangle ADE}\cdot h=\frac{1}{3}S_{\triangle AOE}\cdot DM$，$h=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{30}}{5}$，故点 $M$ 到 $ADE$ 的距离为$\frac{2\sqrt{30}}{5}$.

20．(12 分)　已知函数 $f(x)=a(x-1)-\ln x+1$．

(1)求 $f(x)$ 的单调区间；

(2)若 $a\leqslant 2$ 时，证明：当 $x>1$ 时，$f(x)<e^{x-1}$ 恒成立．

【参考答案】见解析

【详细解析】(1) $f(x)=a(x-1)-\ln x+1$，$f'(x)=\dfrac{ax-1}{x}$，$x>0$．

若 $a\leqslant 0$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 的减区间为 $(0，+\infty)$，无增区间；

若 $a>0$ 时，当 $0<x<\dfrac{1}{a}$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>\dfrac{1}{a}$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 的减区间为 $(0，\dfrac{1}{a})$，增区间为 $(\dfrac{1}{a}，+\infty)$；

(2)因为 $a\leqslant 2$，所以当 $x>1$ 时，$e^{x-1}-f(x)=e^{x-1}-a(x-1)+\ln x-1\geqslant e^{x-1}-2x+\ln x+1$．令 $g(x)=e^{x-1}-2x+\ln x+1$，则 $g'(x)=e^{x-1}-2+\dfrac{1}{x}$．令 $h(x)=g'(x)$，则 $h'(x)=e^{x-1}-\dfrac{1}{x^2}$ 在 $(1，+\infty)$ 上递增，$h'(x)>h'(1)=0$，所以 $h(x)=g'(x)$ 在 $(1，+\infty)$ 上递增，$g'(x)>g'(1)=0$，故 $g(x)$ 在 $(1，+\infty)$ 上递增，$g(x)>g(1)=0$，即：当 $x>1$ 时，$f(x)<e^{x-1}$ 恒成立．

21．(12 分)　已知椭圆 $C$：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F$，点 $M(1，\dfrac{3}{2})$ 在椭圆 $C$ 上，且 $MF\perp x$ 轴．

(1)求椭圆 $C$ 的方程；

(2) $P(4，0)$，过 $P$ 的直线与椭圆 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，$N$ 为 $FP$ 的中点，直线 $NB$ 与 $MF$ 交于 $Q$，证明：$AQ\perp y$ 轴．

【参考答案】见解析

【详细解析】(1)设椭圆 $C$ 的左焦点为 $F_1$，则 $|F_1F|=2$，$|MF|=\dfrac{3}{2}$．因为 $MF\perp x$ 轴，所以 $|MF_1|=\dfrac{5}{2}$，$2a=|MF_1|+|MF|=4$，解得：$a^2=4$，$b^2=a^2-1=3$，故椭圆 $C$ 的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$；

(2)解法 1：设 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，则 $\begin{cases}\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}=4\\ \dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\lambda x_2=4+4\lambda-x_1\\ \lambda y_2=-y_1\end{cases}$．又由

$\begin{cases}3x_1^2+4y_1^2=12\\3(\lambda x_2)^2+4(\lambda y_2)^2=12\lambda^2\end{cases}$ 可得：$3\cdot\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\cdot\frac{x_1-\lambda x_2}{1-\lambda}+4\cdot\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\cdot\frac{y_1-\lambda y_2}{1-\lambda}=12$，结合上式可得：$5\lambda-2\lambda x_2+3=0$．$P(4，0)$，$F(1，0)$，$N(\frac{5}{2}，0)$，则 $y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{3\lambda y_2}{5\lambda-2\lambda x_2}=-\lambda y_2=y_1$，故 $AQ\perp y$ 轴．

解法 2：设 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，，则 $\frac{y_1}{x_1-4}=\frac{y_2}{x_2-4}$，即：$x_1y_2-x_2y_1=4(y_2-y_1)$，所以 $(x_1y_2-x_2y_1)(x_1y_2+x_2y_1)=x_1^2y_2^2-x_2^2y_1^2=(4+\frac{4y_1^2}{3})y_2^2-(4+\frac{4y_2^2}{3})y_1^2=4(y_2-y_1)(y_2+y_1)=4(y_2-y_1)(x_1y_2+x_2y_1)$，

即：$x_1y_2+x_2y_1=y_2+y_1$，$2x_2y_1=5y_1-3y_2$．$P(4，0)$，$F(1，0)$，$N(\frac{5}{2}，0)$，则 $y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{3y_1y_2}{5y_1-2y_1x_2}=y_1$，故 $AQ\perp y$ 轴．

**(二)选考题：共 10 分．**

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)　　在平面直角坐标系 $xOy$ 中，以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho=\rho\cos\theta+1$．

(1)写出 $C$ 的直角坐标方程；

(2)直线 $\begin{cases}x=t\\y=t+a\end{cases}$ ($t$ 为参数)与曲线 $C$ 交于 $A$、$B$ 两点，若 $|AB|=2$，求 $a$ 的值．

【参考答案】见解析

【详细解析】(1)因为 $\rho=\rho\cos\theta+1$，所以 $\rho^2=(\rho\cos\theta+1)^2$，故 $C$ 的直角坐标方程为：$x^2+y^2=(x+1)^2$，即：$y^2=2x+1$；

(2)将 $\begin{cases}x=t\\y=t+a\end{cases}$ 代入 $y^2=2x+1$ 可得：$t^2+2(a-1)t+a^2-1=0$，$|AB|=\sqrt{2}|t_1-t_2|=\sqrt{16(1-a)}=2$，

解得：$a=\frac{3}{4}$．

23．[选修 4－5：不等式选讲](10 分)　　实数 $a$，$b$ 满足 $a+b\geqslant 3$．

(1)证明：$2a^2+2b^2>a+b$；

(2)证明：$|a-2b^2|+|b-2a^2|\geqslant 6$．

【解析】(1)因为 $a+b\geqslant 3$，所以 $2a^2+2b^2\geqslant(a+b)^2>a+b$；

(2)$|a-2b^2|+|b-2a^2|\geqslant|a-2b^2+b-2a^2|=|2a^2+2b^2-(a+b)|=2a^2+2b^2-(a+b)\geqslant(a+b)^2-(a+b)=(a+b)(a+b-1)\geqslant 6$．

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容!