# 2024 年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

# 数 学

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分, 共 150 分, 考试用时 120 分钟。第 I 卷 1 至 3 页, 第 II 卷 4 至 6 页。

答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上, 并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时, 考生务必将答案涂写在答题卡上, 答在试卷上的无效。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

## 第 I 卷（选择题）

注意事项:

1 每小题选出答案后, 用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。

2 本卷共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分。

参考公式:

- 如果事件 $A, B$ 互斥, 那么 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- 如果事件 $A, B$ 相互独立, 那么 $P(AB) = P(A)P(B)$.
- 球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 其中 $R$ 表示球的半径.
- 圆锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 $S$ 表示圆锥的底面面积, $h$ 表示圆锥的高.

**一. 选择题: 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.**

1，集合 $A = \{1,2,3,4\}, B = \{2,3,4,5\}$, 则 $A \cap B =$ (    )

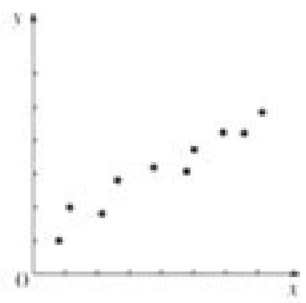
(A) $\{1,2,3,4\}$　　(B) $\{2,3,4\}$　　(C) $\{2,4\}$　　(D) $\{1\}$

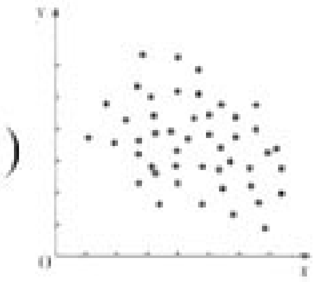
2，设 $a, b \in R$，则“$a^3 = b^3$”是“$3^a = 3^b$”的 (    )

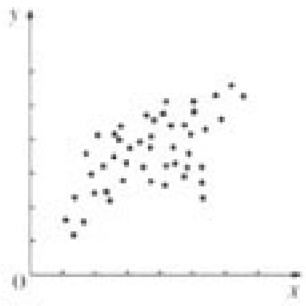
(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

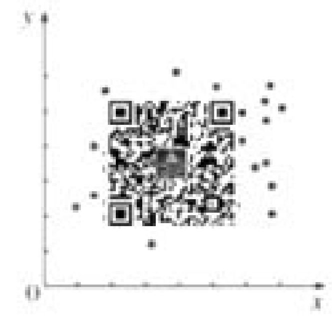
(C) 充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

3， 下列图中，相关性系数最大的是（ ）

(A) 

(B ) 

(C) 

(D) 

4， 下列函数是偶函数的是( )

(A) $\frac{e^x-x^2}{x^2+1}$ (B) $\frac{\cos x+x^2}{x^2+1}$ (C) $\frac{e^x-x}{x+1}$ (D) $\frac{\sin x+4x}{e^{|x|}}$

5，若 $a=4.2^{-0.3}, b=4.2^{0.3}, c=\log_{4.2}0.2$, 则 $a,b,c$ 的大小关系为（ ）

(A) $a>b>c$ (B ) $b>a>c$ (C) $c>a>b$ (D) $b>c>a$

6，若$a,b$为两条直线，$m$为一个平面，则下列结论中正确的是（ ）待修正

A. 若$a//m, m\subset\beta$,则$a//b$

B. 若$a//m, b//m$，则$a//b$

C. 若$a//m, b\perp m$,，则$a\perp b$

D. 若$a//m, b\perp m$，则$a$与$b$相交

7， 已知函数 $f(x)=\sin3\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期为$\pi$.则函数在$[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}]$的最小值是（ ）

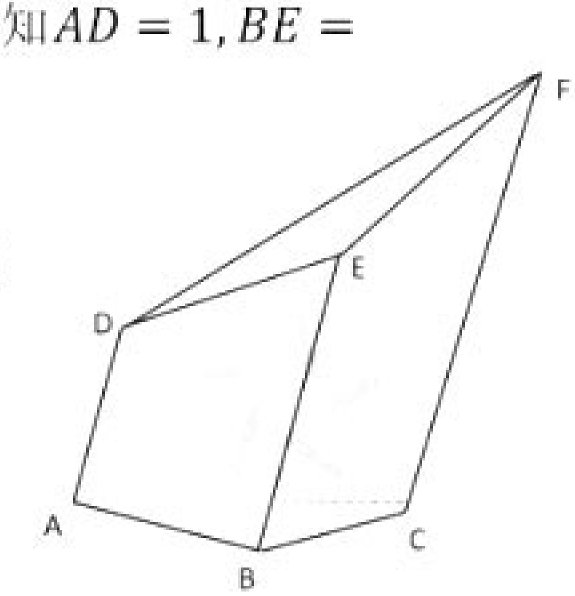
(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{3}{2}$

8，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$. $P$ 是双曲线右支上一点，且直线 $PF_2$ 的斜率为 2.$\triangle PF_1F_2$ 是面积为 8 的直角三角形，则双曲线的方程为（ ）

(A) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$ (B) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$ (C) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{8}=1$ (D) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

9，一个五面体 $ABC-DEF$. 已知$AD//BE//CF$,且两两之间距离为 1.并已知$AD=1, BE=2, CF=3$. 则该五面体的体积为( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D)$\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{2}$



# 2024年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

# 数 学

## 第II卷

注意事项:微信公众号：玩转数学黄老师编辑

1 用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2 本卷共 11 小题, 共 105 分。

**二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 试题中包含两个空的, 答对 1 个的给 3 分, 全部答对的给 5 分.**

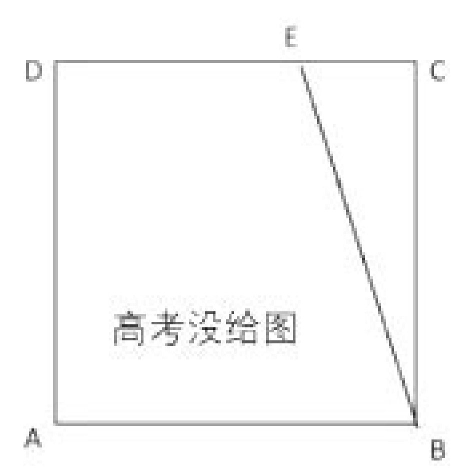
10，已知 i 是虚数单位, 复数 $(\sqrt{5}-\mathrm{i})\cdot(\sqrt{5}+2\mathrm{i})=$______ .

11，在 $\left(\frac{3}{x^3}+\frac{x^3}{3}\right)^6$ 的展开式中, 常数项为______ .

12， $(x-1)^2+y^2=25$ 的圆心与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点重合, $A$ 为两曲线的交点，求原点到直线 $OF$的距离______ .

13，$A,B,C,D,E$五种活动,甲、乙都要选择三个活动参加.(1)甲选到 $A$ 的概率为______；已知乙选了 $A$ 活动，他再选择 $B$ 活动的概率为______ .

14，在正方形 $ABCD$ 中,边长为 1.$E$ 为线段 $CD$ 的三等分点, $CE=\frac{1}{2}DE,\overrightarrow{BF}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$, 则 $\lambda+\mu=$______；$F$为线段$BE$上的动点，$G$为$AF$中点, 则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DG}$ 的最小值为______ .




15，若函数 $f(x)=2\sqrt{x^2-ax}-|ax-2|+1$ 有零点,则 $a$ 的取值范围为______ .

三. 解答题: 本大题共 5 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

16. (本小题 14.0 分)

在 $\triangle ABC$ 中 ,$\cos B=\frac{9}{16}, b=5, \ \frac{a}{c}=\frac{2}{3}$.

(1) 求 $a$;

(2)求 $\sin A$;

(3)求 $\cos(B-2A)$.

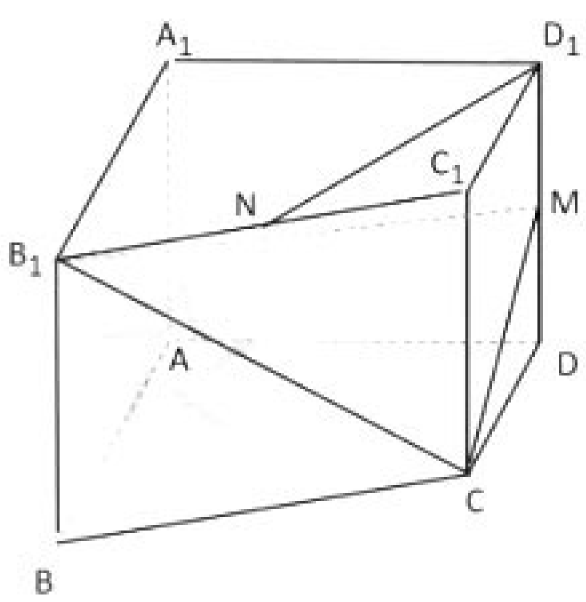
17. (本小题 15.0 分)

已知 $AD\perp AB, AA_1\perp AD$ .其中 $AB=AD=2, DC=1$. $N$ 是 $B_1C_1$ 的中点, $M$是 $DD_1$ 的中点.

(1)求证 $D_1N//$ 平面 $CB_1M$;

(2)求平面 $CB_1M$ 与平面 $BB_1CC_1$ 的夹角余弦值;

(3)求点 $B$ 到平面 $CB_1M$ 的距离.



18. (本小题 15.0 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 椭圆的离心率 $e=\frac{1}{2}$.左顶点为 $A$ ,下顶点为 $B$, $C$ 是线段 $OB$ 的中点,其中 $S_{\Delta ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆方程.

(2) 过点 $\left(0,-\frac{3}{2}\right)$ 的动直线与椭圆有两个交点 $P,Q$ .在 $y$ 轴上是否存在点 $T$ 使得 $\overrightarrow{TP}\cdot\overrightarrow{TQ}\leq 0$. 若存在求出这个 $T$点纵坐标的取值范围,若不存在请说明理由.

19. (本小题 15.0 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.其前 $n$ 项和为 $S_n$ .若 $a_1=1,S_2=a_3-1$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和为 $S_n$;

(2)设 $b_n=\begin{cases} k & ;n=a_k \\ b_{n-1}+2k & ;a_k<n<a_{k+1} \end{cases}$ 其中 $k$ 是大于 1 的正整数.

(i) 当 $n=a_{k+1}$ 时,求证: $b_{n-1}\geq a_k\cdot b_n$;

(ii) 求 $\sum_{i=1}^{S_n} b_i$.

20. (本小题 16.0 分)

设函数 $f(x)=x\ln x$.

(1) 求 $f(x)$ 图像上点 $\left(1,f(1)\right)$ 处的切线方程;

(2)若 $f(x)\geq a\left(x-\sqrt{x}\right)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 时恒成立,求 $a$ 的取值范围;

(3)若 $x_1,x_2\in(0,1)$ 证明 $|f(x_1)-f(x_2)|\leq|x_1-x_2|^{\frac{1}{2}}$.