2024北京丰台初三二模

数　　学

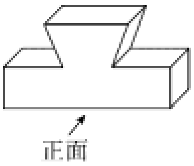
2024.05

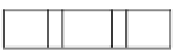
考生须知	1. 本练习卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在练习卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 练习结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

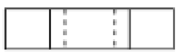
第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．榫卯（sǔn mǎo）是古代中国建筑、家具及其它器械的主要结构方式，是我国工艺文化精神的传承，凸出部分叫榫，凹进部分叫卯．如图是某个部件“榫”的实物图，它的主视图是

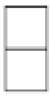




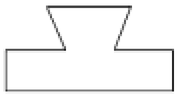
A



B



C



D

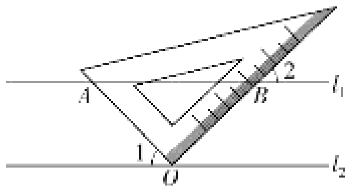
2．芯片内部有数以亿计的晶体管，为追求更高质量的芯片和更低的电力功耗，需要设计体积更小的晶体管．某品牌手机自主研发了最新型号芯片，其晶体管栅极的宽度为 0.000000014 米，将数据 0.000000014 用科学记数法表示为

A．0.14×10^{-6}　　B．14×10^{-7}　　C．1.4×10^{-8}　　D．1.4×10^{-9}

3．如图，$l_1 // l_2$，点 O 在直线 l_2 上，将三角板的直角顶点放在点 O 处，三角板的两条直角

边与 l_1 交于 A，B 两点，若∠1=46°，则∠2 的大小为

A．34°　　B．44°　　C．46°　　D．54°



4．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，

下列结论中正确的是

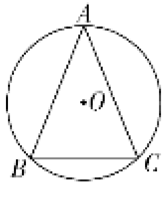
A. $|a|<|b|$　　B．$-a>-b$

C．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　D．$a^2<b^2$

5．如图，△ABC 内接于⊙O，∠A=45°，BC=$2\sqrt{2}$，则 $\overset{\frown}{BC}$ 的长为

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．π

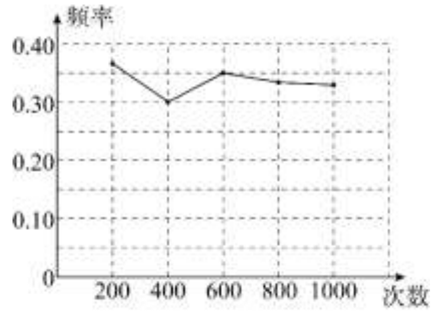
C．$\sqrt{2}\pi$　　D．2π



6．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象上，且 $x_1<0<x_2$，则下列结论正确的是

A．$y_1+y_2<0$　B．$y_1+y_2>0$　C．$y_1-y_2<0$　D．$y_1-y_2>0$

7．某小组做“用频率估计概率”的试验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如图所示的折线统计图，则最符合这一结果的试验是



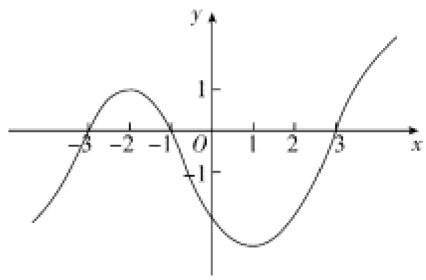
A．在“石头、剪刀、布”的游戏中，随机出的是“剪刀”

B．一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中随机抽取一张牌的花色是红桃

C．掷一个质地均匀的正六面体骰子,向上的面点数是 4

D．不透明的袋子中有红球和黄球各一个，它们除颜色外无其它差别，从中随机摸出一球是黄球

8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知 y 关于 x 的函数图象与 x 轴有且只有三个公共点，坐标分别为（−3，0），（−1，0），（3，0）．关于该函数的四个结论如下：



①当 $y>0$ 时，$-3<x<-1$；

②当 $x>-3$ 时，y 有最小值；

③将该函数图象向右平移 1 个或 3 个单位长度后得到的函数图象经过原点；

④点 P（m，$-m-1$）是该函数图象上一点，则符合要求的点 P 只有两个．

其中正确的结论有

A．1 个　B．2 个　C．3 个　D．4 个

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

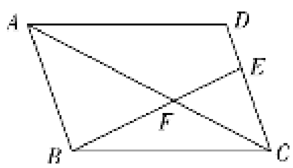
9．若代数式 $\sqrt{x-4}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_______．

10．分解因式：$ab^2-4ab+4a$=_______．

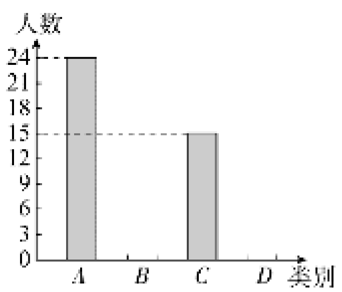
11．方程 $x^2=3x$ 的解为_____．

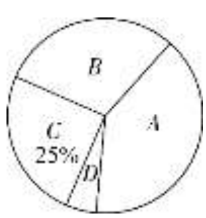
12．如图所示，第四套人民币中 1 角硬币边缘镌刻的图形是正九边形，其内角和为_____．

13．如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 在边 DC 上，若 DE∶EC=1∶2，则 BF∶BE=_____．



第 13 题图

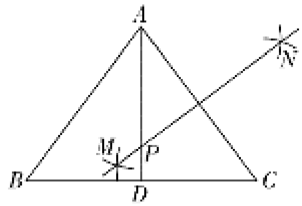




第 14 题图

14．“机动车行驶到斑马线要礼让行人”等交通法规实施后，某校数学课外实践小组对这些交通法规的了解情况在全校随机调查了部分学生，调查结果分为四种：A．非常了解，B．比较了解，C．基本了解，D．不太了解，实践小组把此次调查结果整理并绘制成如图所示的条形统计图和扇形统计图．若该校共有3000名学生，结合图中的信息，估计全校“非常了解”交通法规的有_____人．

15．如图，在△ABC 中，AB=AC=5，BC=6，AD 平分∠BAC 交 BC 于 D，分别以点 A，C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧交于点 M 和点 N，作直线 MN 交 AD 于点 P，则 DP 的长为_____．



16．在正方形网格图形中，每个小正方形的边长为1，将其顶点称为格点．从一个格点运动到与之相距 $\sqrt{5}$ 的另一个格点之间的一次移动，因类似中国象棋中马的“日”字型跳跃，故称为一次“跳马”变换．

（1）如图 1，在 4×4 的正方形网格图形中，从格点 A 经过一次“跳马”变换可以到达的格点为（填“B” “C”或“D”）；

（2）如图2，现有6×6的正方形网格图形，若从该正方形的格点 M 经过三次“跳马变换到达格点 N，则共有_____中不同的跳法．

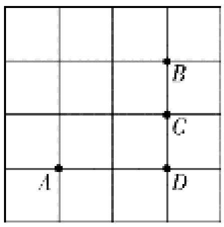


图 1

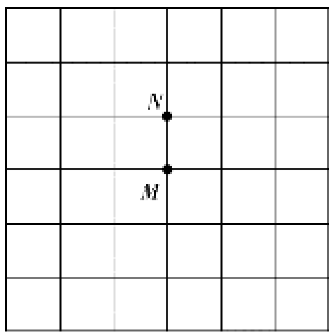


图 2

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．计算：$\sqrt{8}+|-3|-(\frac{1}{2})^{-1}-2\sin 45^\circ$．

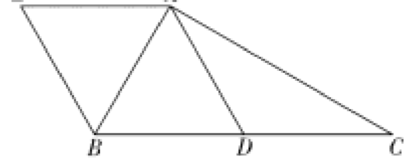
18．解不等式组：$\begin{cases} x<\dfrac{2x+2}{3}, \\ 4-x<5+x. \end{cases}$

19．已知 $2a^2-3a-6=0$，求代数式 $(1+2a)(1-2a)-3a(1-2a)$ 的值．

20．在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，D 是 BC 的中点，过点 A 作 AE∥BC，且 AE= BD，连接 BE．

（1）求证：四边形 $ADBE$ 是菱形；

（2）连接 CE，若 AB=2，∠AEB=60°，求 CE 的长．



21．为加快公共领域充电基础设施建设，某停车场计划购买甲、乙两种型号的充电桩．已知购买每台甲型充电桩比乙型充电桩少 0.3 万元，且用 18 万元购买甲型充电桩的数量与用 24 万元购买乙型充电桩的数量相等．求甲、乙两种型号每台充电桩的价格．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象由函数 $y=2x$ 的图象平移得到，且经过点（1，1）．

（1）求该一次函数的解析式；

（2）当 $x>-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx+2$（$m\neq 0$）的值大于一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的值，直接写出 m 的取值范围．

23．某校甲、乙两个班级各有 23 名学生进行校运动会入场式的队列训练，为了解这两个班级参加队列训练的学生的身高情况，测量并获取了这些学生的身高（单位：cm），数据整理如下：

a.甲班 23 名学生的身高：

163，163，164，165，165，166，166，166，166，167，167，168，
169，169，170，171，171，172，173，173，174，179，180

b.两班学生身高的平均数、中位数、众数如下表所示：

班级	平均数	中位数	众数
甲	169	m	n
乙	169	170	167

（1）写出表中 m，n 的值；

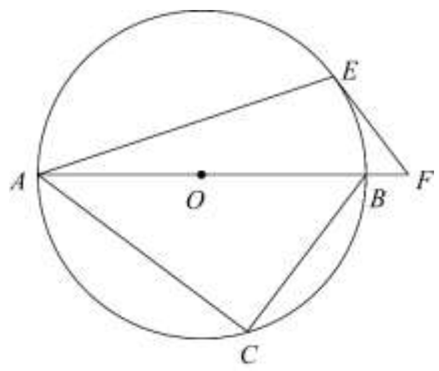
（2）在甲班的 23 名学生中，高于平均身高的学生人数为 p_1，在乙班的 23 名学生中，高于平均身高的学生人数为 p_2，则 p_1___ p_2（填“>” “<”或“=”）；

（3）若每班只能有 20 人参加入场式队列表演，首先要求这 20 人与原来 23 人的身高平均数相同，其次要求这 20 人身高的方差尽可能小，则甲班未入选的 3 名学生的身高分别为________ cm．

24．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C，E 在⊙O 上，$\angle CAB=2\angle EAB$，点 F 在线段 AB 的延长线上，且 $\angle AFE=\angle ABC$．

（1）求证：EF 与⊙O 相切；

（2）若 $BF=1$，$\sin\angle AFE=\dfrac{4}{5}$，求 BC 的长．



25．某实验室在 10℃~12℃温度下培育一种植物幼苗，该种幼苗在此温度范围下的生长速度相同．现为了提高其生长速度，研究人员配制了一种营养素，在开始培育幼苗时添加到培育容器中，研究其对幼苗生长速度的影响．

研究发现，使用一定量的营养素，会促进该种幼苗的生长速度，营养素超过一定量时，则会抑制幼苗的生长速度，并且在 10℃~12℃范围内的不同温度下，该种幼苗所能达到的最大生长速度始终不变．

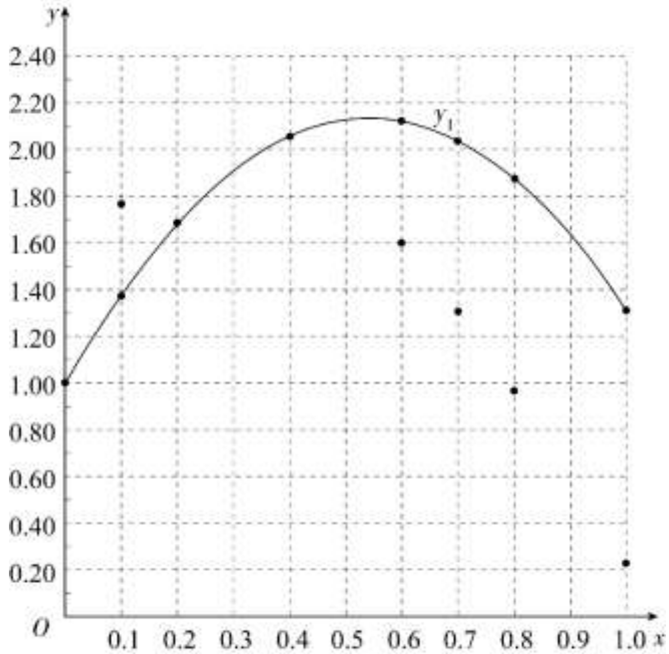
经过进一步实验，获得了 10℃和 12℃温度下营养素用量与幼苗生长速度的部分数据如下表所示：

设营养素用量为 x 毫克（$0\leqslant x\leqslant 1.0$），10℃温度下幼苗生长速度为 y_1 毫米/天，12℃温度下幼苗生长速度为 y_2 毫米/天．

x	0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.7	0.8	1.0
y_1	1.00	1.38	1.69	2.06	2.12	2.04	1.88	1.31
y_2	1.00	1.77	2.07	2.04	1.60	1.31	0.97	0.23

（1）在不使用营养素时，该种幼苗的生长速度为________毫米/天；

（2）根据表中数据，发现 y_1，y_2 都可近似看作 x 的函数．在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点（x，y_2），并用平滑曲线连接这些点；



（3）结合函数图象，回答下列问题：

①在 12℃温度下，使用约______毫克的营养素时，该种幼苗生长速度最快（结果保留小数点后两位）；

②当该种幼苗的生长速度在 10℃和 12℃温度下均不低于 1.6 毫米/天时，营养素用量 x 的取值范围为________（结果保留小数点后两位）．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$ 是抛物线 $y=ax^2-2ax-2\,(a>0)$ 上的三个点．

（1）求该抛物线的对称轴；

（2）若对于 $-2<x_1<-1$，$2<x_2<3$，都有 $y_1y_2<0$，求证：$3a-2=0$；

（3）若对于 $2<x_2<3$，$m<x_3<m+1$，都有 $y_3>y_2$，求 m 的取值范围．

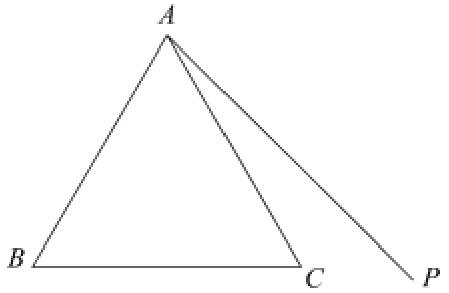
27．如图，等边△*ABC* 中，过点 *A* 在 *AB* 的右侧作射线 *AP*，设∠*BAP*=*α*（60°<*α*<90°）．

点 *B* 与点 *E* 关于直线 *AP* 对称，连接 *AE*，*BE*，*CE*，且 *BE*，*CE* 分别交射线 *AP* 于点 *D*，*F*．

（1）依题意补全图形；

（2）求∠*AFE* 的大小；

（3）用等式表示线段 *AF*，*CF*，*DF* 之间的数量关系，并证明．

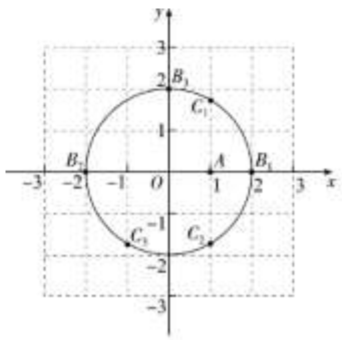


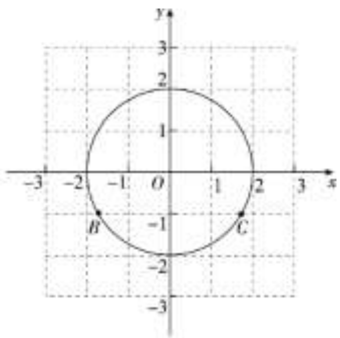
28．在平面直角坐标系 *xOy* 中，⊙*O* 的半径为 2，对于点 *A* 和⊙*O* 的弦 *BC*，给出如下定义：若∠*BAC*=90°，则称弦 *BC* 是点 *A* 的“关联弦”．

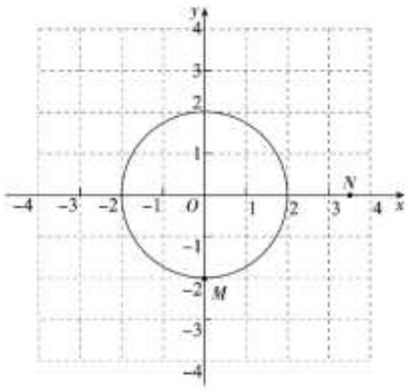
（1）如图 1，已知点 $A(1，0)$，点 $B_1(2，0)$，$C_1(1，\sqrt{3})$，$B_2(-2，0)$，$C_2(1，-\sqrt{3})$，$B_3(0，2)$，$C_3(-1，-\sqrt{3})$，在弦 B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3 中，点 *A* 的“关联弦”是_____；

（2）如图 2，已知点 $B(-\sqrt{3}，-1)$，$C(\sqrt{3}，-1)$ 在⊙*O* 上，弦 *BC* 是点 *A* 的“关联弦”，直接写出 *OA* 长度的最大值；

（3）如图 3，已知点 $M(0，-2)$，$N(2\sqrt{3}，0)$，对于线段 *MN* 上一点 *S*，存在⊙*O* 的弦 *BC*，使得弦 *BC* 是点 *S* 的“关联弦”，若对于每一个点 *S*，将其对应的“关联弦”*BC* 长度的最大值记为 *d*，则当点 *S* 在线段 *MN* 上运动时，直接写出 *d* 的取值范围．


y
3
2
1
-3
-2
-1
O
1
2
3
x
-1
-2
-3
A
B_1
B_2
B_3
C_1
C_2
C_3
图1


y
3
2
1
-3
-2
-1
O
1
2
3
x
-1
-2
-3
B
C
图2


y
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
O
1
2
3
4
x
-1
-2
-3
-4
N
M
图3

参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	A	B	C	A	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geqslant 4$	10．$a(b-2)^2$	11．$x=0$ 或 $x=3$
12．1260°	13．3∶5	14．1200
15．$\dfrac{7}{8}$	16．C；12	

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．解：原式$=2\sqrt{2}+3-2-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，……………………………………………4 分

$=2\sqrt{2}+3-2-\sqrt{2}$，

$=\sqrt{2}+1$．……………………………………………………………5 分

18．解：解不等式①，得 $x<2$，……………………………………… 2 分

解不等式②，得 $x>-\dfrac{1}{2}$，……………………………………………4 分

∴不等式组的解集为 $-\dfrac{1}{2}<x<2$．………………………………5 分

19．解：原式$=1-4a^2-3a+6a^2$，

$=1+2a^2-3a$．…………………………………………………… 3 分

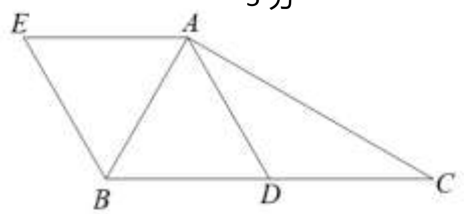
∵ $2a^2-3a-6=0$，

∴ $2a^2-3a=6$．…………………………………………………4 分

∴原式$=1+6$，

$=7$．………………………………………………………………5 分

20．证明：（1）∵$AE∥BC$ 且 $AE=BD$，



∴四边形 $ADBE$ 是平行四边形．

∵在 Rt△ABC 中，∠BAC=90°，

D 是 BC 的中点，

∴$AD=BD=DC=\dfrac{1}{2}BC$．

∴四边形 $ADBE$ 是菱形．………………………………… 2 分

（2）过点 E 作 $EF\perp CB$ 交 CB 的延长线于点 F，

∵四边形 $ADBE$ 是菱形，

∴$AE=BE$.

∵ $\angle AEB=60°$,

∴ $\triangle AEB$ 为等边三角形.

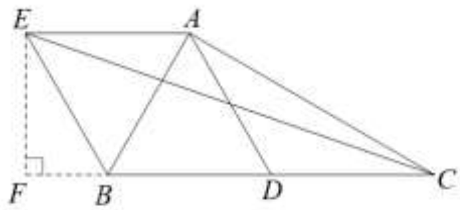
∵ $AB=2$,

∴$BE=AB=2$.

∴$BD=DC=BE=2$.

∵$AE \parallel BC$,

∴ $\angle EBF=\angle AEB=60°$.



在 Rt$\triangle BEF$ 中,$\angle F=90°$,$\angle EBF=60°$,$BE=2$.

∴$BF=1$,$EF=\sqrt{3}$.

∴$CF=5$.

在 Rt$\triangle CEF$ 中,$\angle F=90°$,$CF=5$,$EF=\sqrt{3}$,

∴$CE=2\sqrt{7}$. ………………………………………… 5 分

21．解:(1)设甲种型号充电桩每台 x 万元,

则乙种型号充电桩每台(x+0.3)万元. …………………… 1 分

根据题意得:$\dfrac{18}{x}=\dfrac{24}{x+0.3}$, ……………………………… 3 分

解得: $x=0.9$. ……………………………………………… 4 分

经检验, $x=0.9$ 是所列方程的解,且符合实际问题的意义.

当 $x=0.9$ 时,$x+0.3=1.2$.

答:甲种型号充电桩每台 0.9 万元,

乙种型号充电桩每台 1.2 万元. …………………………… 5 分

22．解:(1)∵一次函数 $y=kx+b$($k\neq 0$)的图象由函数 $y=2x$ 的图象平移得到,

∴$k=2$.

∴$y=2x+b$.

∵$y=2x+b$ 的图象经过点(1,1),

∴$2+b=1$.

∴$b=-1$.

∴一次函数解析式为 $y=2x-1$. ……………………………3 分

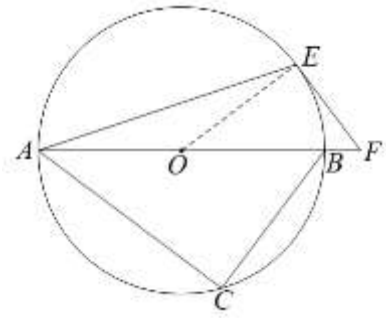
(2)$2\leqslant m\leqslant 5$. ……………………………………………… 5 分

23．解:(1)$m=168$,$n=166$. …………………………………… 2 分

(2)$p_1<p_2$. ……………………………………………………… 4 分

(3)163,164,180. ………………………………………………… 6 分

24.（1）证明：连接 OE，



∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$．

∴$\angle CAB+\angle ABC=90°$．

∵ BE 所对的圆心角为$\angle BOE$，

圆周角为$\angle EAB$，

∴$\angle BOE=2\angle EAB$．

∵$\angle CAB=2\angle EAB$，

∴$\angle BOE=\angle CAB$．

∵$\angle AFE=\angle ABC$，

∴$\angle BOE+\angle AFE=90°$．

∴$OE\perp EF$．

∴EF 与⊙O 相切． ………………………………………… 3 分

（2）解：设⊙O 的半径为 x，

∴$OE=OB=x$．

∵$BF=1$，

∴$OF=x+1$．

∵在 Rt△OEF 中，$\sin\angle AFE=\dfrac{4}{5}$，

∴ $\sin\angle AFE=\dfrac{OE}{OF}=\dfrac{4}{5}$．

∴ $\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{4}{5}$．

∴$x=4$．

∴$AB=8$．

∵ $\angle AFE=\angle ABC$，

∴ $\sin\angle ABC=\sin\angle AFE=\dfrac{4}{5}$．

∵在 Rt△ACB 中，$AB=8$，

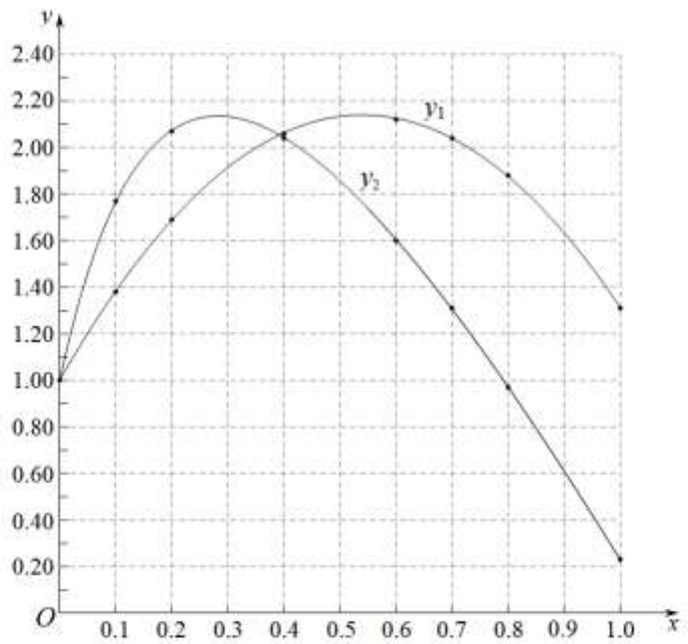
∴ $\sin\angle ABC=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{5}$．

∴$AC=\dfrac{32}{5}$．

∴$BC=\dfrac{24}{5}$． ………………………………………… 6 分

25．解：（1）1.00；……………………………………………………… 1 分

（2）



……………………………………………………………………… 3 分

（3）①0.28；……………………………………………………… 4 分

②$0.17 \leqslant x \leqslant 0.60$．………………………………………… 6 分

26．解：（1）∵二次函数解析式为 $y=ax^2-2ax-2$（$a>0$），

∴抛物线的对称轴 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$．……………………………… 1 分

（2）证明：设点 $B(x_2，y_2)$关于对称轴的对称点为 $B'(x_2'，y_2)$，

∵抛物线的对称轴 $x=1$，$2<x_2<3$，

∴ $-1<x_2'<0$．

∵点 A，B'在对称轴左侧，$a>0$，且 $-2<x_1<-1<x_2'<0$，

根据二次函数性质，$x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小，

∴ $y_1>y_2$．

∵ $y_1y_2<0$，

∴ $y_1>0$，$y_2<0$．

∴当 $x=-1$ 时，$y=0$．

把（−1，0）代入函数解析式得 $3a-2=0$．………………… 3 分

（3）∵抛物线的对称轴 $x=1$，$2<x_2<3$，

∴点 $B(x_2，y_2)$在对称轴右侧．

（ⅰ）当点 C 在对称轴右侧时，

∵ $m<x_3<m+1$ 时，$y_3>y_2$，

根据二次函数性质，$x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∴$m \geqslant 3$．

（ⅱ）当点 C 在对称轴左侧时，

设点 C 关于对称轴的对称点为 $C'(x_3', y_3)$，

∵ $m<x_3<m+1$，

∵ $x_3'-1=1-m$，$x_3'-1=1-(m+1)$，

∴ $-m+1<x_3'<-m+2$．

根据二次函数性质，$x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∴$-m+1\geqslant 3$，则 $m\leqslant -2$．

由（ⅰ）（ⅱ）可知，$m\leqslant -2$ 或 $m\geqslant 3$．………………………… 6 分

27．（1）依题意补全图形．………………………………………………… 1 分

（2）解：∵点 B 与点 E 关于直线 AP 对称，

∴$\angle BAD=\angle EAD=\alpha$，$AB=AE$．

∵$\angle CAE=\angle BAD+\angle EAD-\angle BAC=2\alpha-60°$，

∵$AB=AC$，

∴$AC=AE$．

∴$\angle AEC=\angle ACE=120°-\alpha$．

∴$\angle AFE=180°-\angle AEC-\angle EAD=60°$．……………………… 3 分

（3）猜想：$AF=2DF-CF$．…………………………………………… 4 分

证明：连接 BF，在 AP 上截取 $FG=FC$，连接 CG．

由（2）可知$\angle AFE=60°$．

∵$CF=FG$，

∴$\triangle CFG$ 是等边三角形．

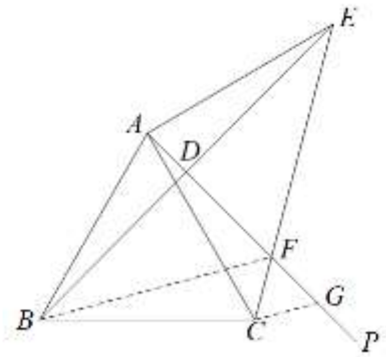
∴$CF=CG$，$\angle FCG=60°$．

∵$\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴$AC=BC$，$\angle ACB=60°$．

∴$\angle BCF=\angle ACG$．

∴$\triangle BCF\cong\triangle ACG$．



∴$BF=AG$．

∵点 B 与点 E 关于直线 AP 对称，

∴$BF=EF$，$AF\perp BE$．

∵$\angle DEF=90°-\angle DFE=30°$，

∴$EF=2DF$．

∴$BF=AG=2DF$．

∵$AF=AG-FG$，

∴$AF=2DF-CF$．…………………………………………………… 7 分

28．解：（1）B_1C_1，B_2C_2；…………………………………………… 2 分

（2）$1+\sqrt{3}$；………………………………………………………………… 4分

（3）$2\sqrt{2} \leqslant d \leqslant 4$．………………………………………………… 7分

其它解法请参照评分标准酌情给分．