



北京市朝阳区九年级综合练习(二)

数学试卷

2024. 5

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

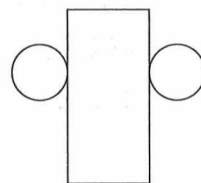
考生须知	<p>1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束,请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。</p>
------	--

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,其中符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某个几何体的展开图,该几何体是

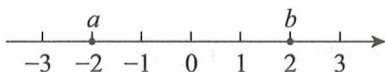
- (A) 圆柱
- (B) 圆锥
- (C) 三棱柱
- (D) 正方体



2. 北京大力推动光通信技术发展应用,打造全市 1 毫秒、环京 2 毫秒、京津冀 3 毫秒时延圈,其中光传导工具是光纤,一种多模光纤芯的直径是 0.000 062 5 米,将 0.000 062 5 用科学记数法表示为

- (A) 6.25×10^{-7}
- (B) 62.5×10^{-6}
- (C) 6.25×10^{-5}
- (D) 0.625×10^{-4}

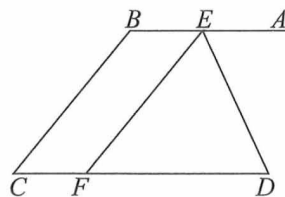
3. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,则正确的结论是



- (A) $0 < a < b$
- (B) $|a| = |b|$
- (C) $ab > 0$
- (D) $a - b > 0$

4. 如图, $AB \parallel CD, BC \parallel EF, ED$ 平分 $\angle AEF$, 若 $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为

- (A) 40°
- (B) 50°
- (C) 55°
- (D) 65°



5. 一组数据的方差为 s_1^2 , 将这组数据中的每一个数都减去 $m (m > 0)$, 得到一组新数据, 其方差为 s_2^2 , 则 s_1^2 与 s_2^2 的大小关系是

- (A) $s_1^2 > s_2^2$
- (B) $s_1^2 = s_2^2$
- (C) $s_1^2 < s_2^2$
- (D) 无法确定



6. 已知 $2x^2 + x - 2 = 0$, 则代数式 $(x+1)^2 + (x+1)(x-1) + 2x^2$ 的值为
 (A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 0
7. 不透明的袋子中有红, 黄, 绿三个小球, 这三个小球除颜色外无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 两次摸出的小球的颜色相同的概率是
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
8. 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, P 是菱形内部一点, 动点 M 从顶点 B 出发, 沿线段 BP 运动到点 P , 再沿线段 PA 运动到顶点 A , 停止运动. 设点 M 运动的路程为 x , $\frac{MA}{MC} = y$, 表示 y 与 x 的函数关系的图象如图 2 所示, 则菱形 $ABCD$ 的边长是
 (A) $4\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 2

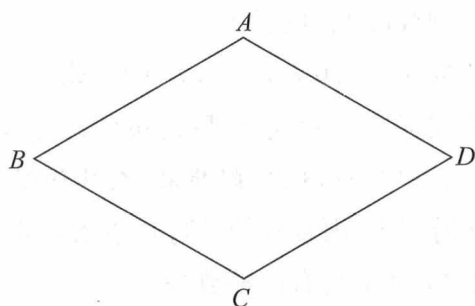


图 1

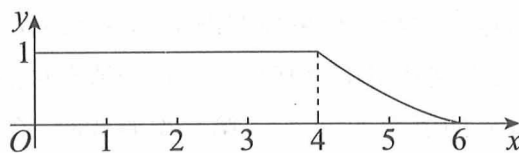
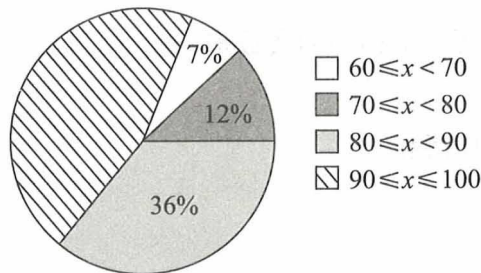


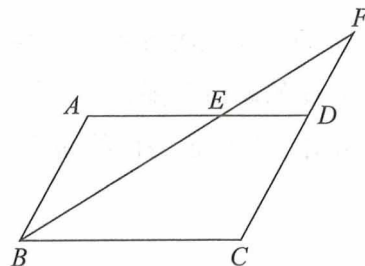
图 2

二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{3}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.
10. 分解因式: $mx^2 - 4my^2 =$ _____.
11. 方程组 $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ 的解为 _____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象位于第二、四象限, 且点 $A(m, y_1)$, $B(-m, y_2)$ ($m > 0$) 都在该图象上, 则 y_1 _____ y_2 . (填“<”, “>”或“=”)
13. 4 月 15 日是全民国家安全教育日, 某校组织全体学生参加相关内容的知识问答, 从中随机抽取了 100 名学生的成绩 x (百分制), 根据数据(成绩)绘制了如图所示的统计图. 若该校有 1 000 名学生, 估计成绩不低于 90 分的人数为 _____.



第 13 题图



第 14 题图

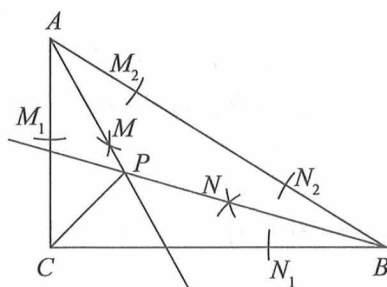
14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是 AD 上一点, $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{2}$, BE 的延长线与 CD 的延长线相交于点 F , 若 $AB = 6$, 则 CF 的长为 _____.



15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$.

①以点 A 为圆心,适当长为半径画弧,分别与 AC, AB 相交于点 M_1, M_2 ;分别以 M_1, M_2 为圆心,大于 $\frac{1}{2}M_1M_2$ 的长为半径画弧,两弧相交于点 M ;作射线 AM .

②以点 B 为圆心,适当长为半径画弧,分别与 BC, AB 相交于点 N_1, N_2 ;分别以 N_1, N_2 为圆心,大于 $\frac{1}{2}N_1N_2$ 的长为半径画弧,两弧相交于点 N ;作射线 BN ,与射线 AM 相交于点 P .



③连接 CP .

根据以上作图,若点 P 到直线 AB 的距离为1,则线段 CP 的长为_____.

16. 甲、乙、丙三个同学做游戏,他们同时从写有整数 a, b, c ($0 < a < b < c$)的三张卡片中各拿一张,获得与卡片上的数字相同数量的糖果后完成一次游戏,然后再按照此方式继续进行这个游戏. 如果他们做了 n ($n \geq 2$)次游戏后,甲共获得25颗糖果,乙共获得15颗糖果,丙共获得11颗糖果,并且知道在最后一次游戏中,丙拿到的是写有整数 c 的卡片,那么 n 的值为_____;第一次游戏时,乙拿到的卡片上写有的整数是_____. (填“ a ”, “ b ”或“ c ”)

三、解答题(共68分,第17-22题,每题5分,第23-26题,每题6分,第27-28题,每题7分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $3\tan 30^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{27} + |-2\sqrt{3}|$.

18. 解不等式 $3x + 4 < 5(x + 2)$,并写出它的所有负整数解.

19. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + 1 - m = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1)求 m 的取值范围;

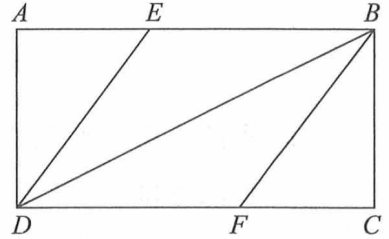
(2)给出一个满足条件的 m 的值,并求出此时方程的根.



20. 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E, F 分别在 AB, CD 上,且 $AE = CF, DB$ 平分 $\angle EDF$.

(1) 求证: 四边形 $BEDF$ 是菱形;

(2) 若 $AB = 8, BC = 4, CF = 3$, 求证: $\square ABCD$ 是矩形.



21. 无人机是现代科技领域的重要创新之一,使用无人机对茶园进行病虫害防治,可以提高效率. 已知使用无人机每小时对茶园打药的作业面积是人工每小时对茶园打药的作业面积的6倍,若使用无人机对600亩茶园打药的时间比人工对300亩茶园打药的时间少20小时,求使用无人机每小时对茶园打药的作业面积.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中,函数 $y = ax + b (a \neq 0)$ 的图象经过点 $(-1, 4)$,与函数 $y = 2x$ 的图象交于点 $(1, m)$.

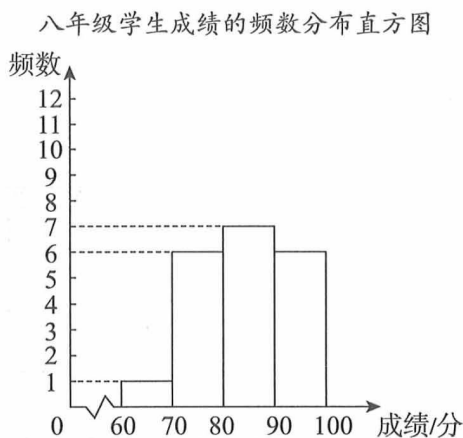
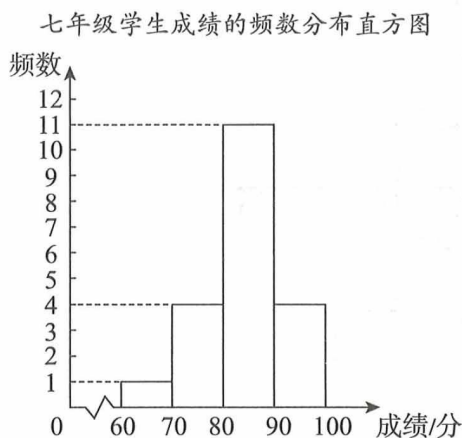
(1) 求 m 的值和函数 $y = ax + b (a \neq 0)$ 的解析式;

(2) 当 $x > 1$ 时,对于 x 的每一个值,函数 $y = kx - k + 2 (k \neq 0)$ 的值大于函数 $y = ax + b$ 的值,且小于函数 $y = 2x$ 的值,直接写出 k 的取值范围.



23. 某校举办中华传统文化知识大赛,该校七年级共 240 名学生和八年级共 260 名学生都参加了比赛. 为了解答题情况,进行了抽样调查,从这两个年级各随机抽取 20 名学生,获取了他们的成绩(百分制),并对数据(成绩)进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 七、八两个年级学生成绩的频数分布直方图如下(数据分成 4 组: $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



b. 七年级学生的成绩在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是:

80 82 84 85 86 87 87 87 87 87 89

c. 七、八年级成绩的平均数、中位数、众数如下:

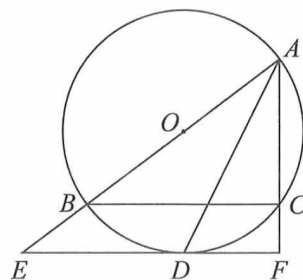
	平均数	中位数	众数
七年级	84.2	m	n
八年级	84.6	87.5	88

根据以上信息,回答下列问题:

- 写出表中 m, n 的值;
- 估计七、八两个年级成绩在 $90 \leq x \leq 100$ 的人数一共为 _____;
- 把七年级抽取的 20 名学生的成绩由高到低排列,记排名第 5 的学生的成绩为 p_1 ,把八年级抽取的 20 名学生的成绩由高到低排列,记排名第 5 的学生的成绩为 p_2 ,比较 p_1, p_2 的大小,并说明理由.

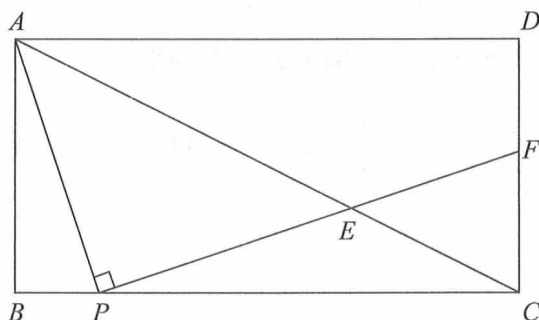
24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ,过点 D 的直线 $EF \parallel BC$,分别交 AB, AC 的延长线于点 E, F .

- 求证:直线 EF 是 $\odot O$ 的切线;
- 若 $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$, $BE = 2$,求 BC 的长.





25. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$ cm, $BC = 6$ cm,点 P 是 BC 边上一动点,连接 AP ,过点 P 作 AP 的垂线与 AC , CD 分别相交于点 E , F .



小明根据学习函数的经验对线段 BP , CE , CF 的长度之间的关系进行了探究.

下面是小明的探究过程,请补充完整:

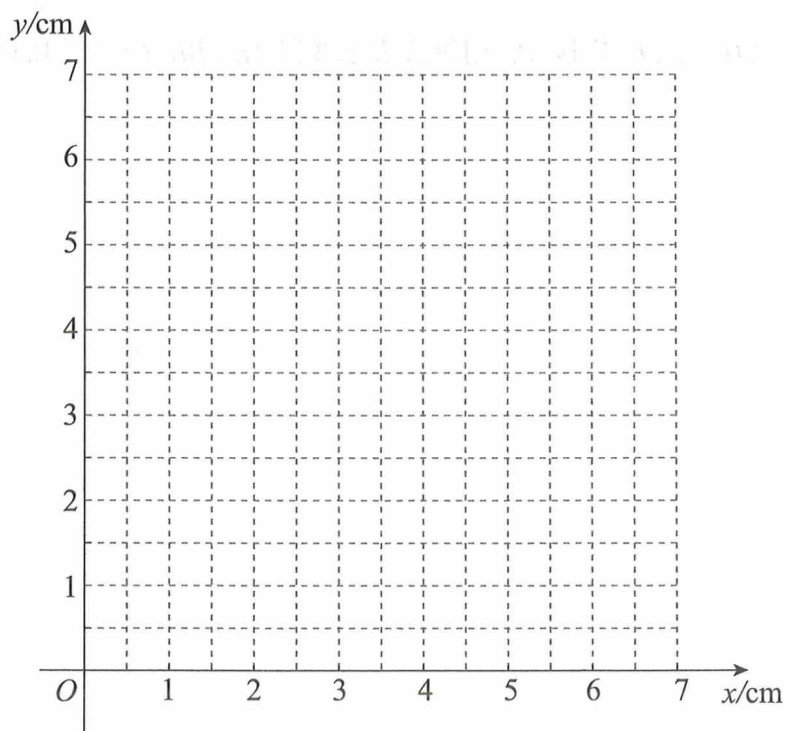
(1) 对于点 P 在 BC 边上的不同位置,画图、测量,得到了线段 BP , CE , CF 的长度的几组值,如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8	位置 9	位置 10	位置 11
BP/cm	0	0.5	1.0	1.5	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.5	6.0
CE/cm	0	1.5	2.2	2.5	2.4	m	2.0	1.6	1.3	0.4	0
CF/cm	0	0.9	1.7	2.3	2.9	3.0	2.9	2.7	2.3	0.9	0

在 BP , CE , CF 的长度这三个量中,确定 _____ 的长度是自变量, _____ 的长度和 _____ 的长度都是这个自变量的函数;

(2) ① 确定表格中 m 的值约为 _____ (结果精确到 0.1);

② 在同一平面直角坐标系 xOy 中,画出(1)中所确定的函数的图象;



(3) 结合函数图象,解决问题:当点 P 与点 B , C 不重合,且 $CE = CF$ 时, $BP =$ _____ cm (结果精确到 0.1).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + (1 - a)x - 1 (a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x = t$.

(1) ① $t =$ _____ (用含 a 的式子表示);

② 当 $t = 1$ 时, 求该抛物线与 x 轴的公共点的坐标;

(2) 已知点 $(3, y_1), (\frac{1}{2}, y_2), (-\frac{3}{2a} - 2, y_3)$ 在该抛物线上, 若 $a > 0$, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小,

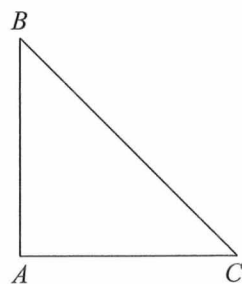
并说明理由.

27. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ, AB = AC$, 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 得到线段 AD , 连接 DB, DC .

(1) 依据题意, 补全图形;

(2) 求 $\angle CDB$ 的度数;

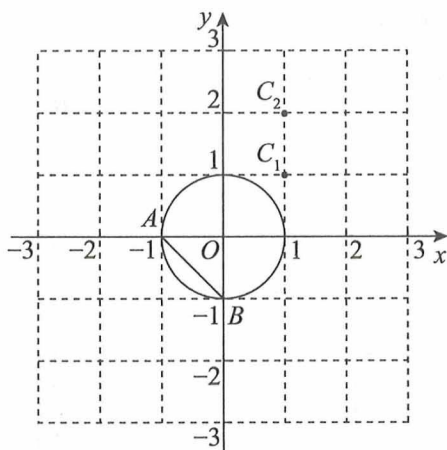
(3) 作 $BE \perp CD$ 于点 E , 连接 AE , 用等式表示线段 AE, BD, CD 之间的数量关系, 并证明.





28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, 对于 $\odot O$ 的弦 AB 和点 C , 给出如下定义: 若 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 称点 C 是弦 AB 的“关联点”.

(1) 如图, 已知点 $A(-1, 0), B(0, -1)$, 在点 $O(0, 0), C_1(1, 1), C_2(1, 2)$ 中, 是弦 AB 的“关联点”的是_____;



(2) 已知 $\odot O$ 的直径 A_1B_1 的“关联点” C 在 y 轴上, $\triangle A_1B_1C$ 有一边与 $\odot O$ 相切, 设

点 $A_1(x_1, y_1)$, 当 $-\frac{1}{2} \leq x_1 \leq \frac{1}{2}$ 时, 直接写出点 C 的纵坐标 y_c 的取值范围;

(3) 点 E, F 在 $\odot O$ 上, $EF \perp y$ 轴, $EF = t$, 已知点 $M(1, 0), N(0, 2)$, 若线段 MN 上存在一点 P 是 $\odot O$ 的弦 EF 的“关联点”, 且 $\angle EPF = 90^\circ$, 直接写出 t 的取值范围.



北京市朝阳区九年级综合练习(二)

数学试卷答案及评分参考

2024.5

一、选择题(共16分,每题2分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	B	A	B	C

二、填空题(共16分,每题2分)

题号	9	10	11	12
答案	$x \neq 4$	$m(x+2y)(x-2y)$	$\begin{cases} x = -1, \\ y = -1 \end{cases}$	$<$
题号	13	14	15	16
答案	450	10	$\sqrt{2}$	$3; b$

三、解答题(共68分,第17-22题,每题5分,第23-26题,每题6分,第27-28题,每题7分)

17. 解:原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 3 - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ 4分
 $= 3$ 5分

18. 解: $3x + 4 < 5x + 10$ 1分
 $3x - 5x < 10 - 4$ 2分
 $-2x < 6$ 3分
 $x > -3$ 4分

所以原不等式的所有负整数解为 $-2, -1$ 5分

19. 解:(1)依题意,得 $\Delta = 3^2 - 4(1-m)$ 1分

\therefore 该方程有两个不相等的实数根,

$\therefore \Delta > 0$.

即 $3^2 - 4(1-m) > 0$.

$\therefore m > -\frac{5}{4}$ 2分

(2)答案不惟一,如: $m = 1$ 3分

此时方程为 $x^2 + 3x = 0$ 4分

解得 $x_1 = 0, x_2 = -3$ 5分



20. 证明:(1)∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AB = CD, AB \parallel CD$ 1 分

∴ $\angle ABD = \angle BDC$.

∵ $AE = CF$,

∴ $BE = DF$.

∴ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形. 2 分

∵ DB 平分 $\angle EDF$,

∴ $\angle BDC = \angle EDB$.

∴ $\angle EDB = \angle ABD$.

∴ $DE = BE$.

∴ $\square BEDF$ 是菱形. 3 分

(2)∵ $CD = AB = 8, CF = 3$,

∴ $DF = 5$.

∴ $BF = DF = 5$.

∵ $BC = 4$,

∴ $BF^2 = BC^2 + CF^2$.

∴ $\angle C = 90^\circ$ 4 分

∴ $\square ABCD$ 是矩形. 5 分

21. 解:设人工每小时对茶园打药的作业面积是 x 亩,则使用无人机每小时对茶园打药的作业面积是 $6x$ 亩. 1 分

由题意,得 $\frac{300}{x} - \frac{600}{6x} = 20$ 2 分

解得 $x = 10$ 3 分

经检验, $x = 10$ 是原方程的解,且符合题意. 4 分

所以 $6x = 60$ 5 分

答:使用无人机每小时对茶园打药的作业面积是 60 亩.

22. 解:(1)∵ 函数 $y = 2x$ 的图象经过点 $(1, m)$,

∴ $m = 2$ 1 分

∵ 函数 $y = ax + b$ 的图象经过点 $(-1, 4), (1, 2)$,

∴ $\begin{cases} -a + b = 4, \\ a + b = 2. \end{cases}$ 2 分

解得 $\begin{cases} a = -1, \\ b = 3. \end{cases}$

∴ 函数 $y = ax + b$ 的解析式为 $y = -x + 3$ 3 分

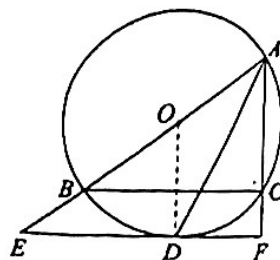
(2) $-1 < k < 2$ 且 $k \neq 0$ 5 分



23. 解:(1)86.5,87; 2分
 (2)126; 3分
 (3) $p_1 < p_2$ 4分
 在七年级抽取的20名学生中,第5名的成绩为89,在八年级抽取的20名学生中,第5名的成绩在 $90 \leq x \leq 100$ 这一组中,所以 $p_1 < p_2$ 6分

24. (1)证明:如图,连接 OD .

- $\because OA = OD$,
 $\therefore \angle OAD = \angle ODA$.
 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle OAD = \angle DAC$.
 $\therefore \angle ODA = \angle DAC$.
 $\therefore AC \parallel OD$ 1分
 $\therefore \angle ODE = \angle F$.
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 2分
 $\because EF \parallel BC$,
 $\therefore \angle F = \angle ACB = 90^\circ$.
 $\therefore \angle ODE = 90^\circ$.
 即 $OD \perp EF$.
 \therefore 直线 EF 是 $\odot O$ 的切线. 3分



(2)解: $\because BE = 2$,

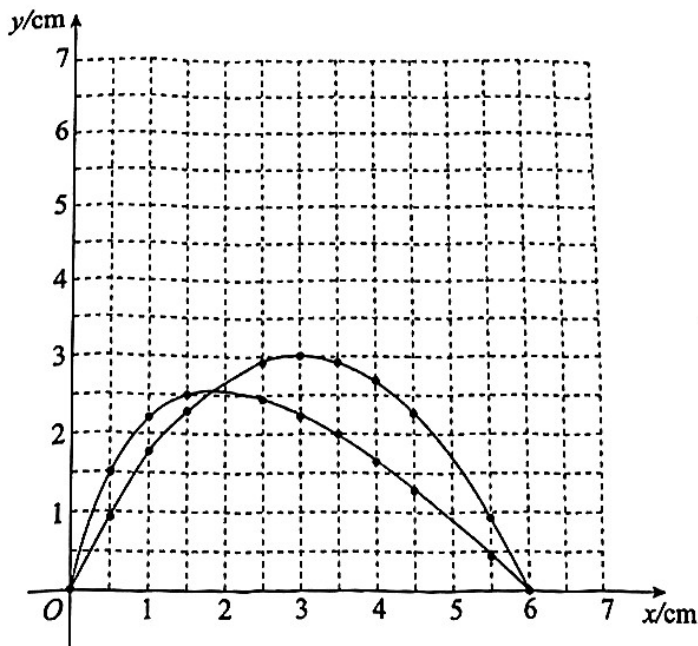
- 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OE = r + 2$.
 $\because EF \parallel BC$,
 $\therefore \angle ABC = \angle E$ 4分
 $\because \sin \angle ABC = \frac{3}{5}$,
 在 $Rt \triangle OED$ 中, $\sin \angle E = \frac{OD}{OE} = \frac{3}{5}$.
 即 $\frac{r}{r+2} = \frac{3}{5}$.
 $\therefore r = 3$ 5分
 $\therefore AB = 6$.
 $\therefore AC = AB \cdot \sin \angle ABC = \frac{18}{5}$.

在 $Rt \triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $BC = \frac{24}{5}$ 6分



25. 解: (1) BP, CE, CF ; 2分
 (2) ① 2.2; 3分

② 如图所示.



..... 5分

- (3) 1.9. 6分

26. 解: (1) ① $t = \frac{a-1}{2a}$; 1分

② $\because t = 1,$

$\therefore a = -1.$ 2分

\therefore 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x - 1.$

\therefore 抛物线与 x 轴的公共点的坐标为 $(1, 0).$ 3分

(2) $\because a > 0,$

\therefore 当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x \leq t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

$\therefore t = \frac{a-1}{2a} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2a},$

$\therefore t < \frac{1}{2}.$ 4分

$\therefore t < \frac{1}{2} < 3,$

$\therefore y_2 < y_1.$ 5分

$\therefore (-\frac{3}{2a} - 2, y_3)$ 关于 $x = t$ 的对称点为 $(3 + \frac{1}{2a}, y_3),$

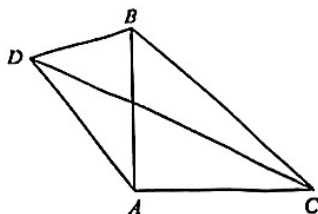
$\therefore t < 3 < 3 + \frac{1}{2a}.$

$\therefore y_1 < y_3.$

$\therefore y_2 < y_1 < y_3.$ 6分



27. (1) 补全图形, 如图所示;



..... 1 分

(2) 解: 根据题意, 可知 $AB = AD = AC$, $\angle BAD = \alpha$.

$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ 2 分

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC = 90^\circ + \alpha$.

$\therefore \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

$\therefore \angle CDB = \angle ADB - \angle ADC = 45^\circ$ 3 分

(3) $CD = \sqrt{2}BD + \sqrt{2}AE$.

证明: 作 $AF \perp AE$, 交 CD 于点 F .

$\therefore \angle EAF = 90^\circ$.

$\therefore \angle EAB = \angle FAC$.

$\therefore BE \perp CD$, $\angle BDC = 45^\circ$,

$\therefore \angle DBE = 45^\circ$.

$\therefore BE = DE = \frac{\sqrt{2}}{2}BD$ 4 分

$\therefore \angle BAD = \alpha$,

$\therefore \angle ABE = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} = \angle ACD$.

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ 5 分

$\therefore AE = AF, BE = CF$.

$\therefore EF = \sqrt{2}AE$ 6 分

$\therefore CD = DE + EF + CF$

$= \sqrt{2}BD + \sqrt{2}AE$ 7 分

28. 解: (1) O, C_2 ; 2 分

(2) $-\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq y_c < -1$ 或 $1 < y_c \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 5 分

(3) $\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3} \leq t \leq 2$ 7 分

