石景山区 2024 年初三综合练习

数 学 试 卷

学校名称________________姓名_______________准考证号______________

考生须知	1．本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 4．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第一部分　选择题

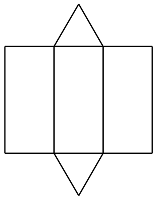
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．右图是某几何体的展开图，该几何体是

（A）三棱柱　　（B）三棱锥

（C）四棱锥　　（D）圆柱

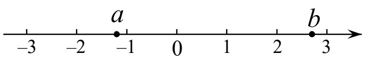


2．中国的航天事业蓬勃发展，取得了显著的进展和突破．

下列航天图标中，其文字上方的图案是中心对称图形的是

（A）中国探月　　（B）中国航天　　（C）中国火箭　　（D）中国行星探测

3．实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



（A）$a>-1$　　（B）$b>-a$　　（C）$a+b<0$　　（D）$ab>0$

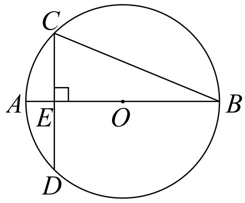
4．同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则两枚硬币都正面向上的概率是

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{3}{4}$

5．若正多边形的一个外角是40°，则该正多边形的边数为

（A）6　　（B）7　　（C）8　　（D）9

6．如图，AB 是$\odot O$的直径，CD 是$\odot O$的弦，$AB \perp CD$ 于点 E，连接 BC．若 $\angle B = 22.5^\circ$，$CD = 4$，则$\odot O$的半径的长为



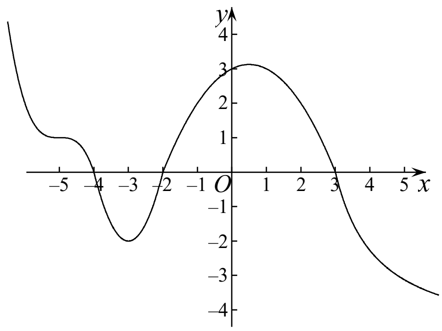
（A）2　　（B）$2\sqrt{2}$

（C）4　　（D）$4\sqrt{2}$

7．a，b，c 是实数．若 $a-b=c^2-2c+1$，$a+b=3c^2+8c+11$，则 a，b，c 之间的大小关系是

（A）$a \geqslant b > c$　　（B）$a \geqslant c > b$　　（C）$c > a \geqslant b$　　（D）$b \geqslant a > c$

8．在平面直角坐标系 xOy 中，y 与 x 的函数关系如图所示，图象与 x 轴有三个交点，分别为$(-4,0)$，$(-2,0)$，$(3,0)$．给出下面四个结论：



①当 $y>0$ 时，$-2<x<3$；

②当 $-\dfrac{5}{2}<x<0$ 时，y 随 x 的增大而增大；

③点 $M(m,m+2)$ 在此函数图象上，则符合要求的点只有一个；

④将函数图象向右平移 2 个或 4 个单位长度，经过原点.

上述结论中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　（B）②③　　（C）②④　　（D）③④

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若代数式 $\dfrac{2}{x+1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是________.

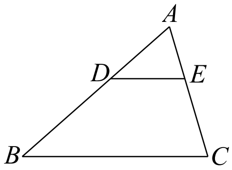
10．分解因式：$x^2y+6xy+9y=$________.

11．方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ 2x-y=7 \end{cases}$ 的解为________.

12．若 $x^2-3x+1=0$，则代数式 $(x+2)(x-2)+x(x-6)$ 的值为_________．

13．在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y=\dfrac{k}{x}\ (k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,6)$ 和 $B(3，m)$，则 m 的值为_________．

14．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$DE /\!/ BC$，$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{2}{3}$，$DE=4$，则 BC 的长为_________．

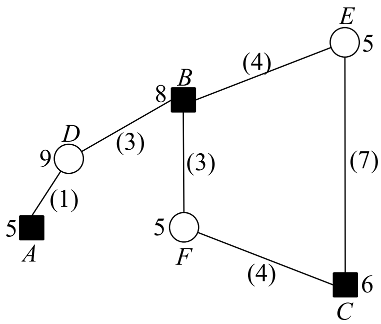


15．某农科所试验田有 3 万棵水稻. 为了考察水稻穗长的情况，于同一天从中随机抽取了 50 个稻穗进行测量，获得了它们的长度 x（单位：cm），数据整理如下：

稻穗长度	$x<5.0$	$5.0\leqslant x<5.5$	$5.5\leqslant x<6.0$	$6.0\leqslant x<6.5$	$x\geqslant 6.5$
稻穗个数	5	8	16	14	7

根据以上数据，估计此试验田的 3 万棵水稻中“良好”（穗长在 $5.5\leqslant x<6.5$ 范围内）的水稻数量为_________万棵.

16．如图，交通示意图中的 A，B，C 是产地（用■表示，旁边的数字表示产量，单位：吨），D，E，F 是销地（用○表示，旁边的数字表示销量，单位：吨），产地与销地之间的线段旁小括号内的数字表示运货单价（单位：百元/吨）．在不考虑其他因素的前提下，将产地 B 的 8 吨货物全部运往销地，最少的运费为__________元；将 A，B，C 三个产地的产品全部运往销地，且每个销地的货物量恰好为该销地的销量，则调运的最小运费为_________元.



三、解答题（共 68 分，第 17－18 题，每题 5 分，第 19－20 题，每题 6 分，第 21－23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27－28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

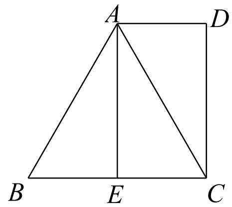
17．计算：$\sqrt{27}-6\tan 30^\circ-\left|-1\right|+(2024)^0$．

18．解不等式组：$\begin{cases} 3x-4<5x+2, \\ 2x<\dfrac{9-x}{4}. \end{cases}$

19．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$\angle BCD = 90^\circ$，$AB = AC$，AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E．

（1）求证：四边形 $AECD$ 是矩形；

（2）连接 BD，若 $\angle ACD = 30^\circ$，$AB = 2$，求 BD 的长．



20．列方程解应用题．

某工程队承担了750米长的道路改造任务，工程队在施工完210米道路后，引进了新设备，每天改造道路的长度比原来增加了20%，结果共用22天完成了任务．求引进新设备前工程队每天改造道路多少米？

21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-6mx+9m^2-1=0$．

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）设此方程的两个根分别为 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$．若 $x_2=2x_1-3$，求 m 的值．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=-2x$ 的图象平移得到，且经过点 $A(1,-3)$，与过点 $(0,3)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 B．

（1）求该函数的解析式及点 B 的坐标；

（2）当 $x>-2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=-x+n$ 的值大于 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的值且小于5，直接写出 n 的取值范围．

23．科技是国家强盛之基，创新是民族进步之魂．某校为弘扬科学精神，普及科学知识，推动科技创新教育的开展，在以“科技创造未来”为主题的科技节活动中开展了科普知识竞赛．为了解七、八年级学生的科普知识掌握情况，随机抽取了七、八年级各16名学生的竞赛成绩（百分制），数据整理如下：

a．抽取的七、八年级学生的竞赛成绩：

七年级：78　79　81　82　83　85　86　88　90　92　92　92　94　96　98　100

八年级：70　78　80　81　83　84　87　90　90　93　93　93　96　98　100　100

b．抽取的七、八年级学生的竞赛成绩的平均数、中位数、众数：

	平均数	中位数	众数
七年级	88.5	89	n
八年级	88.5	m	93

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m，n 的值；

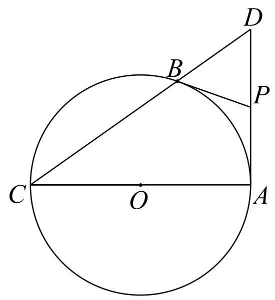
（2）对于抽取的七、八年级学生竞赛成绩，成绩更稳定的是______（填“七年级”或“八年级”）；

（3）成绩在95分以上的学生可获得一等奖．若该校八年级有200名学生，估计此次知识竞赛八年级学生获得一等奖的约为______人．

24．如图，过⊙O外一点P作⊙O的两条切线PA，PB，切点分别为A，B，AC是⊙O的直径，连接CB并延长交直线AP于点D．

（1）求证：$PD=PA$；

（2）延长BP交CA的延长线于点E．若⊙O的半径为$\sqrt{2}$，$\sin E=\frac{1}{3}$，求BC的长．



25．中国茶文化博大精深，自古以来中国人有饮茶的传统．某校茶文化社团探究了刚泡好的茶水达到最佳饮用口感的时间．部分内容如下：

a．探究活动在同一社团活动室进行，室温25°C；

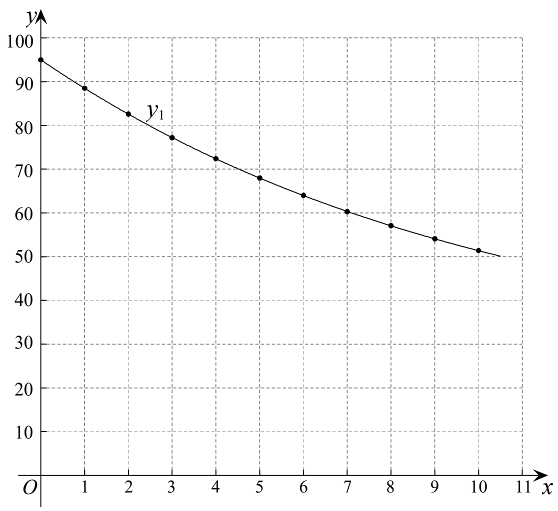
b．经查阅资料得知，茶水口感与茶叶类型及水的温度有关．某种普洱茶用95°C的水冲泡，等茶水温度降至60°C饮用，口感最佳；某种绿茶用85°C的水冲泡，等茶水温度降至60°C饮用，口感最佳；

c．同时用不同温度的热水冲泡茶叶，记放置时间为x（单位：min），普洱茶茶水的温度为y_1（单位：°C），绿茶茶水的温度为y_2（单位：°C）．记录的部分数据如下：

x	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
y_1	95.0	88.5	82.6	77.2	72.4	68.0	64.0	60.3	57.1	54.1	51.4
y_2	85.0	79.5	74.5	70.0	65.8	62.0	58.6	55.5	52.7	50.2	47.9

对以上数据进行分析，补充完成以下内容．

（1）可以用函数刻画y_1与x，y_2与x之间的关系，在同一平面直角坐标系xOy中，已经画出y_1与x的函数图象，请画出y_2与x的函数图象；



（2）探究活动中，当绿茶茶水的放置时间约为__________min时，其饮用口感最佳，此时普洱茶茶水的温度约为__________°C（结果保留小数点后一位）；

（3）探究活动中，当普洱茶茶水的温度为90°C时，再继续放置6min，测得其温度为m°C，则m_____________60（填“>”“＝”或“<”）．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M(2，m)$，$N(4，n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+c$ 上．

（1）若 $m=n$，求 b 的值；

（2）若点 $T(x_0，p)$ 在抛物线上，对于 $0<x_0<1$，都有 $m<p<n$，求 b 的取值范围．

27．在正方形 $ABCD$ 中，E 是边 AD 上的一动点（不与点 A，D 重合），连接 BE，点 C 关于直线 BE 的对称点为 F，连接 FA，FB．

（1）如图 1，若△ABF 是等边三角形，则 $\angle ABE=$________°；

（2）如图 2，延长 BE 交 FA 的延长线于点 M，连接 CF 交 BE 于点 H，连接 DM．

①求 $\angle MFH$ 的大小；

②用等式表示线段 MB，MD，AB 之间的数量关系，并证明．

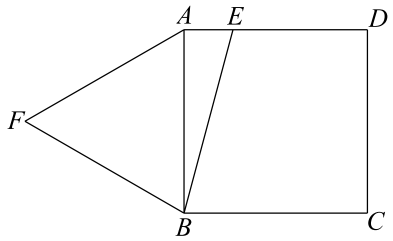


图 1

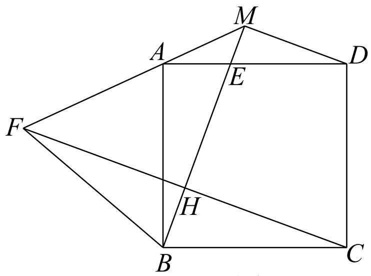


图 2

28．在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，P 为 $\odot O$ 外一点．给出如下定义：以线段 OP 为对角线作矩形 $OMPN$，若点 M 在 $\odot O$ 内或 $\odot O$ 上，点 N 在 $\odot O$ 外，则称矩形 $OMPN$ 是点 P 的"圆伴矩形"．

例如，图 1 中的矩形 $OMPN$ 是点 P 的一个"圆伴矩形"．

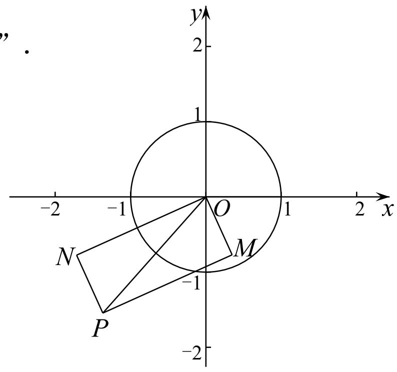


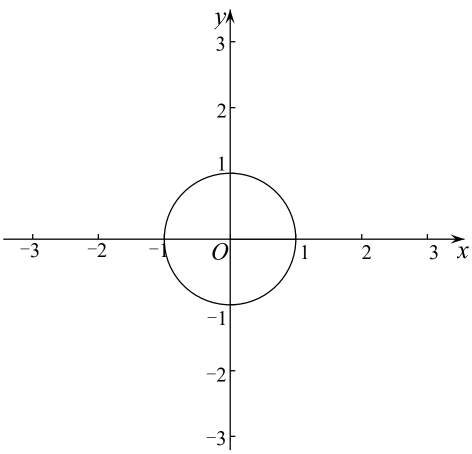
图 1

（1）已知矩形 $OMAN$ 是点 A 的"圆伴矩形"且点 N 在 $\odot O$ 外，

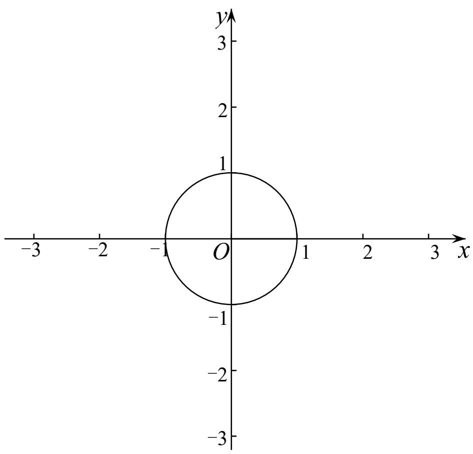
①若点 A 的坐标为$(2,1)$且点 M 在 $\odot O$ 上，则矩形 $OMAN$ 的面积是________；

②若点 A 的坐标为$(2,0)$，则点 N 的横坐标 t 的取值范围是________；

（2）已知 $OB=2$，直线 $y=\dfrac{1}{2}x+b\,(b\neq 0)$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 C，D．若线段 CD 上存在点 N，使得矩形 $OMBN$ 是点 B 的"圆伴矩形"（点 N 在 $\odot O$ 外），直接写出 b 的取值范围．



备用图 1



备用图 2

石景山区2024年初三综合练习

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分　选择题

一、选择题（共16分，每题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	A	D	B	A	C

第二部分　非选择题

二、填空题（共16分，每题2分）

9．$x \neq -1$　　10．$y(x+3)^2$　　11．$\begin{cases} x=3, \\ y=-1 \end{cases}$　　12．-6

13．-2　　14．10　　15．1.8　　16．2400；6000

三、解答题（共68分，第17—18题，每题5分，第19—20题，每题6分，第21—23题，每题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27—28题，每题7分）

17．解：原式 $=3\sqrt{3}-6\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1+1$ ………………………… 4分

$=\sqrt{3}$． ………………………… 5分

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 3x-4<5x+2, & ① \\ 2x<\frac{9-x}{4}. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x>-3$． ………………………… 2分

解不等式②，得 $x<1$． ………………………… 4分

∴原不等式组的解集为 $-3<x<1$． ………………………… 5分

19．（1）证明：∵ $AD \parallel BC$，$\angle BCD = 90^\circ$，

∴ $\angle ADC = 90^\circ$．

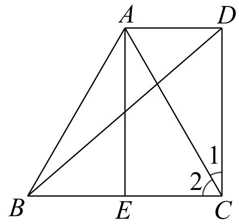
∵ $AB = AC$， AE 平分 $\angle BAC$，

∴ $\angle AEC = 90^\circ$．

∴四边形 $AECD$ 是矩形． ………………………… 3 分

（2）解：∵ $\angle BCD = 90^\circ$，$\angle 1 = 30^\circ$，

∴ $\angle 2 = 60^\circ$．



∵ $AB = AC$，

∴ $\triangle ABC$ 是等边三角形．

∴ $BC = AC = AB = 2$．

在 Rt$\triangle ADC$ 中， $\cos\angle 1 = \dfrac{CD}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

∴ $CD = \sqrt{3}$．

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{7}$． ………………………… 6 分

20．解：设引进新设备前工程队每天改造道路 x 米．根据题意，得 …………… 1 分

$$\frac{210}{x} + \frac{750-210}{(1+20\%)x} = 22.$$ ………………………… 3 分

解这个方程，得 $x = 30$． ………………………… 4 分

经检验，$x = 30$ 是所列方程的解，并且符合实际问题的意义． …………… 5 分

答：引进新设备前工程队每天改造道路 30 米． ………………………… 6 分

21．（1）证明：依题意，得 $\Delta = (-6m)^2 - 4(9m^2 - 1)$

$= 36m^2 - 36m^2 + 4$

$= 4 > 0$．

∴此方程有两个不相等的实数根． ………………………… 2 分

（2）解：∵ $x = \dfrac{6m \pm \sqrt{4}}{2}$， $x_1 < x_2$，

∴ $x_1 = 3m - 1$，$x_2 = 3m + 1$．

∵ $x_2 = 2x_1 - 3$，

∴ $3m + 1 = 2(3m - 1) - 3$．

∴ $m = 2$． ………………………… 5 分

22．解：（1）∵一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=-2x$ 的图象平移得到，

∴ $k=-2$．

∵一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(1,-3)$，

∴ $-2+b=-3$．

∴ $b=-1$．

∴该函数的解析式为 $y=-2x-1$． ………………………… 2 分

∵函数 $y=-2x-1$ 的图象与过点 $(0,3)$ 且平行于 x 轴的直线交于点 B，

∴点 B 的纵坐标为 3．

令 $y=3$，得 $x=-2$．

∴点 B 的坐标为 $(-2,3)$． ………………………… 3 分

（2）$1\leqslant n\leqslant 3$． ………………………… 5 分

23．解：（1）m 的值为 90，n 的值为 92； ………………………… 2 分

（2）七年级； ………………………… 4 分

（3）50． ………………………… 5 分

24．（1）证明：连接 OB，如图 1．

∵ PA，PB 是⊙O 的切线，OA，OB 是⊙O 的半径，

∴ $PA=PB$，$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$．

∴ $\angle D+\angle C=90^\circ$，$\angle 1+\angle 2=90^\circ$．

∵ $OB=OC$，

∴ $\angle C=\angle 2$．

∴ $\angle 1=\angle D$．

∴ $PD=PB$．

又∵ $PA=PB$，

∴ $PD=PA$． ………………………… 3 分

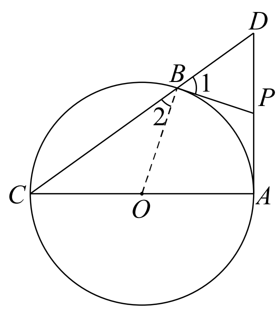


图 1

（2）解：连接 OB， AB，如图2.

在 Rt△PAE 中， $\sin E=\dfrac{PA}{PE}=\dfrac{1}{3}$，

设 $PA=x$，$PE=3x$.

则 $PD=PB=PA=x$， $AE=2\sqrt{2}x$.

在 Rt△OBE 中， $\sin E=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{1}{3}$，

即 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}x}=\dfrac{1}{3}$.

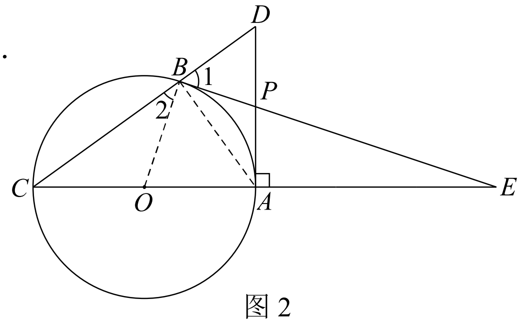


图 2

解得 $x=1$.

∴ $AD=2$， $CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=2\sqrt{3}$.

∵ AC 是⊙O 的直径，

∴ $\angle CBA=90^\circ$.

∵ $\angle CBA=\angle CAD=90^\circ$， $\angle C=\angle C$，

∴ $\triangle CBA\backsim\triangle CAD$.

∴ $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{AC}{DC}$.

∴ $BC=\dfrac{2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 6 分

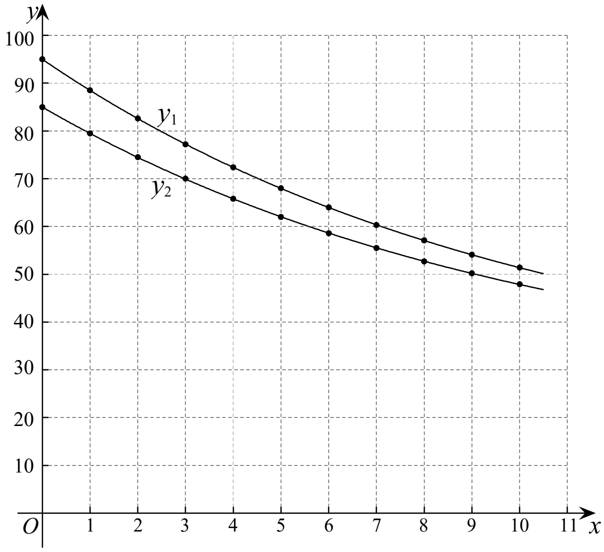
25．解：（1）如图； ……… 2 分

（2）答案不唯一，

如5.5， 66.0；

……… 4 分

（3）>. ……… 5 分



26．解：（1）由题意，抛物线的对称轴为 $x=-\frac{-2b}{2}=b$.

$\because$ 点 $M(2，m)$，$N(4，n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+c$ 上，且 $m=n$ ，

$\therefore 4-b=b-2$.

$\therefore b=3$. ………………………… 2 分

（2）$\because$ 点 $M(2，m)$，$N(4，n)$，$T(x_0，p)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+c$ 上，

$\therefore m=4-4b+c$， $n=16-8b+c$， $p=x_0^2-2bx_0+c$.

$\because m<p$ ，

$\therefore p-m>0$.

即 $(x_0^2-2bx_0+c)-(4-4b+c)>0$.

$(x_0-2)(x_0+2-2b)>0$.

$\because 0<x_0<1$，

$\therefore x_0-2<0$.

$\therefore x_0+2-2b<0$.

$x_0<2b-2$.

$\therefore 2b-2\geqslant 1$.

$\therefore b\geqslant \frac{3}{2}$.

$\because p<n$ ，

$\therefore p-n<0$.

即 $(x_0^2-2bx_0+c)-(16-8b+c)<0$.

$(x_0-4)(x_0+4-2b)<0$.

$\because 0<x_0<1$，

$\therefore x_0-4<0$.

$\therefore x_0+4-2b>0$.

$x_0>2b-4$.

$\therefore 2b-4\leqslant 0$.

$\therefore b\leqslant 2$.

综上所述，b 的取值范围是 $\frac{3}{2}\leqslant b\leqslant 2$. ………………………… 6 分

27．（1）15； ………………………… 1 分

（2）①解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle ABC=90^\circ$， $BA=BC$.

∵点 F 与点 C 关于直线 BE 对称，

∴ $BF=BC$ ， $\angle MHF=90^\circ$.

∴ $BF=BA$.

设 $\angle 1=\alpha$.

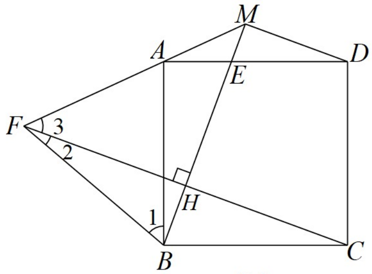


图 1

在 $\triangle BFC$ 中， $BF=BC$ ，可得 $\angle 2=\dfrac{180^\circ-(90^\circ+\alpha)}{2}=45^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$.

在 $\triangle BFA$ 中， $BF=BA$ ，可得 $\angle BFA=\dfrac{180^\circ-\angle 1}{2}=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}$.

∴ $\angle 3=\angle BFA-\angle 2=(90^\circ-\dfrac{\alpha}{2})-(45^\circ-\dfrac{\alpha}{2})=45^\circ$. …………… 3 分

②数量关系： $MB^2+MD^2=2AB^2$.

证明：过点 A 作 $AN\perp AM$ 交 BM 于点 N，连接 BD，如图 2.

在 Rt$\triangle FHM$ 中， $\angle 3=45^\circ$，可得 $\angle HMF=45^\circ$.

∴ $\angle ANM=\angle AMN=45^\circ$， $\angle ANB=135^\circ$.

∴ $AM=AN$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle BAD=90^\circ$， $AD=AB$，

$BD=\sqrt{2}AB$.

∴ $\angle 4=\angle 5$.

∴ $\triangle AMD\cong\triangle ANB$.

∴ $\angle AMD=\angle ANB=135^\circ$.

∴ $\angle BMD=\angle AMD-\angle AMN=90^\circ$.

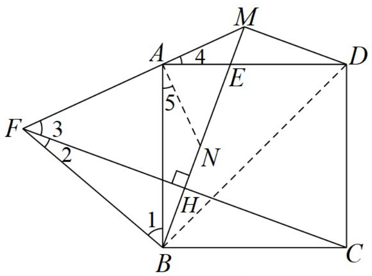


图 2

在 Rt$\triangle BMD$ 中，由勾股定理，得 $MB^2+MD^2=BD^2$，

即 $MB^2+MD^2=2AB^2$. ………………………… 7 分

28．解：（1）① 2； ………………………… 1 分

② $\dfrac{3}{2}\leqslant t<2$； ………………………… 3 分

（2）$-\sqrt{5}<b\leqslant-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqslant b<\sqrt{5}$. ………………………… 7 分