海淀区九年级第二学期期末练习



数 学

2024. 05

	学校		准考i	正号
考 生 须 知	2. 在试卷和答题卡3. 试题答案一律填4. 在答题卡上,选	共两部分,28 道题,满分 上准确填写学校名称、姓名 孫或书写在答题卡上,在证 择题、作图题用 2B 铅笔作 本试卷、答题卡和草稿纸—	名和准考证号。 《卷上作答无效。 答,其他试题用黑色字迹	
		第一部分	选择题	
一、逆	选择题(共 16 分 , 每	尋题 2 分)		
		选项,符合题意的选项只		
				了京津冀、长三角、珠三
		将 580 000 000 000 用科学		
		(B) 5.8 × 10 ¹¹		
		十,用其围成一个几何体I		能 是
v - 7,0000	A)圆柱 C)球		(B)圆锥 (D)三棱锥	
	边形的内角和为		(ロ) 二後世	
	A) 900°	(B) 720°	(C) 540°	(D) 360°
	· a > b,则下列结论)		(3)310	(D) 300
		(B) a-b>0	(C) ab 0	$(D)^a$
	M		(C) ub>0	$(D)\frac{a}{b} > 0$
		$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{ccc} B & C & D \\ & 2 & 3 \end{array}$	
(A	A)点A	(B)点B	(C)点 <i>C</i>	(D)点D
6. 如	图, $l_1 // l_2$, 点 A 在	l_1 上,以点 A 为圆心,适	当长度为半径画弧,	分别交 l ₁ , l ₂ 于点 B, C, 连
接	AC, BC. 若∠1=4	0°,则∠ABC的大小为		$-\frac{C}{l_2}$
	A) 80°		(B) 75°	
(C	C) 70°		(D) 65°	$B = I_1$

九年级(数学) 第1页(共7页)

7. 九年级(1)班羽毛球小组共有4名队员,其中两名男生,两名女生.从中随机选取两人好能组成一组混双搭档的概率是



- $(A)\frac{1}{4}$
- $(B)\frac{1}{3}$
- $(C)\frac{1}{2}$
- $(D)\frac{2}{3}$
- 8. 某种型号的纸杯如图 1 所示,若将 n 个这种型号的杯子按图 2 中的方式叠放在一起,叠在一起的杯子的总高度为 H. 则 H 与 n 满足的函数关系可能是
 - (A) H = 0.3n

$$(B)H = \frac{10}{0.3n}$$

(C) H = 10 - 0.3n

(D) H = 10 + 0.3n

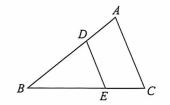


图 2

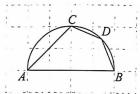
第二部分 非选择题

- 二、填空题(共16分,每题2分)
- 9. 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是 _______.
- 11. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,D, E 分别在边 AB, BC 上, $DE \parallel AC$.

若
$$AD$$
 = 2, BD = 4, 则 $\frac{DE}{AC}$ 的值为 ______.



- 12. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ 的图象上. 若 $y_1 < y_2$,则满足条件的 k 的值可以是 ______(写出一个即可).
- 13. 如图所示的网格是正方形网格,A, B, C 是网格线的交点,C 在以 AB 为直径的半圆上.若点 D 在 \widehat{BC} 上,则 $\angle BDC$ = ______。





15. 下表是 n 与 2" (其中 n 为自然数)的部分对应值表:

n	5	10	15	20	25	30	35
2"	32	1 024	32 768	1 048 576	33 554 432	1 073 741 824	34 359 738 368

根据表格提供的信息, 计算 1 024×32 768 的结果为 ...

16. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为边 AB 的中点, E 为边 AC 上一点, 连接 DE. 给出下面三个命题:

①若 AE = EC, 则 $DE = \frac{1}{2}BC$;

②若 $DE = \frac{1}{2}BC$, 则 DE //BC;

③若 DE // BC,则 AE = EC.

上述命题中, 所有真命题的序号是 .

三、解答题(共68分,第17-19题,每题5分,第20-21题,每题6分,第22-23题,每题5分, 第24题6分,第25题5分,第26题6分,第27-28题,每题7分)

解答写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2024^{0} - 2\sin 45^{\circ} + |-3| + \sqrt{8}$.

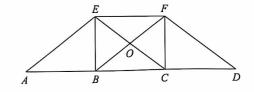
18. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{x+5}{2} < 3x, \\ 3x-4 > 2(x+1). \end{cases}$

19. 已知 $m^2 - n^2 - 3 = 0$, 求代数式 $(m+n)^2 - 2n(m+n)$ 的值.

20. 如图,点A,B,C,D在一条直线上,AB=BC=CD,AE=EC,四边形ECDF是平行四边形.

(1) 求证: 四边形 EBCF 是矩形;

(2) 若 AD = 12, $\cos A = \frac{4}{5}$, 求 BF 的长.



21. 我国古代著作《管子·地员篇》中介绍了一种用数学运算获得"宫商角徵羽"五音的方法.研究发现,当琴弦的长度比满足一定关系时,就可以弹奏出不同的乐音.例如,三根弦按长度从长到短排列分别奏出乐音"do,mi,so",需满足相邻弦长的倒数差相等.若最长弦为15个单位长,最短弦为10个单位长,求中间弦的长度.

- - (1) 求这个一次函数的解析式;
 - (2) 当 x>2 时,对于 x 的每一个值,函数 y=x+n 的值与一次函数 y=kx+b ($k\neq 0$) 的值的 差大于 1,直接写出 n 的取值范围.
- 23. 一本图鉴中的照片由 1 开始连续编号,由于装订线脱落,照片散落一地. 小云想利用统计学知识估计照片总数,于是从中随机抽取 20 张照片,将其编号作为样本,数据整理如下:
 - a. 20 张照片的编号:

4, 8, 15, 25, 34, 39, 41, 48, 68, 79, 85, 86, 89, 91, 102, 104, 110, 121, 144, 147

b. 20 张照片编号的最小值、最大值、平均数和中位数:

最小值	最大值	平均数	中位数
4	147	72	m

- (1) 写出表中 m 的值;
- (2) 设照片总数为 n, 所有照片编号分别为 1, 2, \cdots , n, 这 n 个数的平均数和中位数均为 $\frac{n+1}{2}$.

①利用样本平均数估计全体平均数,可估算出照片的总数 n_1 为 _______,

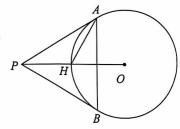
②利用样本中位数估计全体中位数,可估算出照片的总数 n_2 为 ______,

小云发现,有一个估算结果不合理,这个不合理的结果是 _____(填 " n_1 "或 " n_2 ");

(3) 小云想到还可使用样本数据的"平均间隔长度"进行估计。在下面的示意图中,用 x_1, x_2, \dots, x_{20} 表示随机抽取的 20 张照片编号从小到大排序,则从 0 到 x_{20} 的平均间隔长度为 $\frac{x_{20}}{20}$,从 0 到 n 的平均间隔长度为 $\frac{n}{21}$,直接写出此时估算出照片的总数 n_3 (结果取整数).

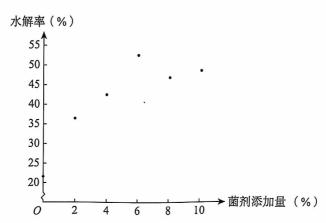


- 24. 如图, P是 $\odot O$ 外一点, PA, PB分别切 $\odot O$ 于点 A, B, PO与 $\odot O$ 交于点 H, AH=OH.
 - (1) 求证: △ABP 是等边三角形;
 - (2) 过点 A 作 PO 的平行线,与 \odot O 的另一个交点为 C,连接 CP. 若 AB=6,求 \odot O 的半径和 $\tan \angle CPB$ 的值.





- 25. 生活垃圾水解法是一种科学处理生活垃圾的技术. 有研究表明,在生活垃圾水解过程中添加一些微生物菌剂能够加快原料的水解. 某小组为研究微生物菌剂添加量对某类生活垃圾水解率的影响,设置了六组不同的菌剂添加量,分别为0%,2%,4%,6%,8%,10%,每隔12 h 测定一次水解率,部分实验结果如下:
 - a. 不同菌剂添加量的生活垃圾, 在水解 48 h 时, 测得的实验数据如下图所示:



为提高这类生活垃圾在水解 48 h 时的水解率,在这六组不同的菌剂添加量中,最佳添加量为 %;

b. 当菌剂添加量为 p% 时, 生活垃圾水解率随时间变化的部分实验数据记录如下:

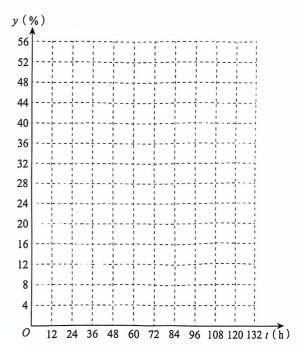
时间 t (h)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
水解率 y (%)	0	28.0	35.1	39.4	42.5	44.9	46.8	48.5	50.0	51.2	52.3

通过分析表格中的数据,发现当菌剂添加量为p%时,可以用函数刻画生活垃圾水解率y和时间t之间的关系,在平面直角坐标系中画出此函数的图象.

结合实验数据,利用所画的函数图象可以推断,当水解 132 h 时,生活垃圾水解率_____超过 54%(填"能"或"不能").

根据以上实验数据和结果,解决下列问题:

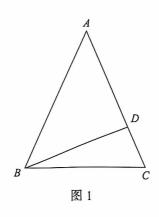
- (1)直接写出p的值;
- (2) 当菌剂添加量为 6% 时,生活垃圾水解率达到 50% 所需的时间为 t₀ 小时,当菌剂添加量为 p% 时,生活垃圾水解(t₀+48) 小时的水解率 ______ 50%(填"大于""小于"或"等于").

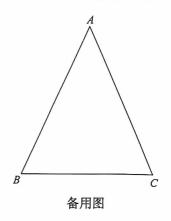




- 26. 在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a > 0) 的对称轴为 x = t,点 $A(\frac{1}{2}t, m)$, B(2t, n), $C(x_0, y_0)$ 在抛物线上.
 - (1) 当 t=2 时,直接写出 m 与 n 的大小关系;
 - (2) 若对于 $6 < x_0 < 7$, 都有 $m < y_0 < n$, 求 t 的取值范围.

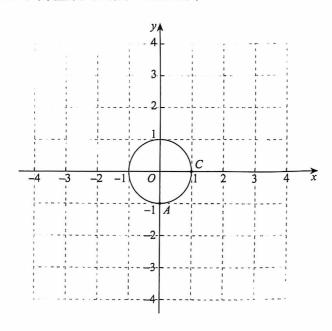
- 27. 在 $\triangle ABC$ 中,AB=AC, $\triangle A<60^\circ$,点 D 在边 AC 上 (不与点 A , C 重合),连接 BD,平移线段 BD,使点 B 移到点 C,得到线段 CE,连接 DE.
 - (1) 在图 1 中补全图形, 若 $\angle BAC = 2 \angle E$, 求证: $\angle CBD$ 与 $\angle CDE$ 互余;
 - (2) 连接 AE, 若 AC 平分 $\angle BAE$, 用等式表示 $\angle CBD$ 与 $\angle BAE$ 之间的数量关系, 并证明.







- 28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1,AB 是 $\odot O$ 的一条弦,以 AB 为边作平行四边形 ABCD. 对于平行四边形 ABCD 和弦 AB,给出如下定义:若边 CD 所在直线是 $\odot O$ 的切线,则称四边形 ABCD 是弦 AB 的"弦切四边形".
 - (1) 若点 A (0, -1), C (1,0), 四边形 ABCD 是弦 AB 的"弦切四边形", 在图中画出"弦切四边形" ABCD, 并直接写出点 D 的坐标;



- (2) 若弦 AB 的"弦切四边形"为正方形,求 AB 的长;
- (3)已知图形 M 和图形 N 是弦 AB 的两个全等的"弦切四边形",且均为菱形,图形 M 与 N 不重合. P , Q 分别为两个"弦切四边形"对角线的交点,记 PQ 的长为 t ,直接写出 t 的取值范围.



海淀区九年级第二学期期末练习

数学试卷参考答案

第一部分 选择题

一、选择题 (共16分,每题2分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	В	A	С	В	C	C	D	D

第二部分 非选择题

二、填空题(共16分,每题2分)

9. $x \neq 2$

10. 2

11. $\frac{2}{3}$

12. 答案不唯一, k < 0即可

13. 135

14. <

15. 33 554 432

16. (1)(3)

三、解答题(共68分,第17-19题,每题5分,第20-21题,每题6分,第22-23题,每题5分,第24题6分,第25题5分,第26题6分,第27-28题,每题7分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解: 原式 =
$$1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 + 2\sqrt{2}$$

= $1 - \sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}$
= $4 + \sqrt{2}$.

18. 解: 原不等式组为 $\begin{cases} x+5 < 6x, & ① \\ 3x-4 > 2x+2. & ② \end{cases}$

解不等式①,得x > 1.

解不等式②,得x > 6.

: 原不等式组的解集为x > 6.



$$m^2 - n^2 - 3 = 0$$
,

$$m^2 - n^2 = 3$$
.

- 20. (1) 证明: : 四边形 ECDF 为平行四边形,
 - $\therefore EF // CD$, EF = CD.
 - :B, C, D 在一条直线上, BC = CD,
 - \therefore EF // BC, EF=BC.
 - :.四边形 EBCF 为平行四边形.
 - AE = EC, AB = BC,
 - $\therefore EB \perp AC$.
 - $\therefore \angle EBC = 90^{\circ}$.
 - ∴四边形 EBCF 为矩形.
 - (2) 解: ::A, B, C, D 在一条直线上, AB = BC = CD, AD = 12,
 - $\therefore AB = 4$.
 - $: EB \perp AC$.
 - $\therefore \angle EBA = 90^{\circ}$.
 - $\because \cos A = \frac{4}{5}.$
 - $\therefore AE = \frac{AB}{\cos A} = 5.$
 - AE = EC,
 - $\therefore EC = 5$.
 - ::四边形 EBCF 为矩形,
 - $\therefore BF = EC = 5$.
 - ∴ BF 的长为 5.
- 21. 解:设中间弦的长度为 x 个单位长.

由题意可得
$$\frac{1}{x} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{x}$$
.

解得 x = 12.

经检验, x=12是原方程的解且符合题意.

答:中间弦的长度为12个单位长.



22. 解: (1) : 一次函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象平移得到,

$$: k = \frac{1}{2}.$$

$$:$$
一次函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象经过点 (2,4),

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 + b = 4.$$

$$\therefore b = 3$$
.

∴该一次函数的解析式为
$$y = \frac{1}{2}x + 3$$
.

- $(2) n \ge 3.$
- 23. 解: (1) 82;
 - (2) 143, 163, n_1 ;
 - (3) 154.
- 24. (1) 证明: 连接 OA, 如图.

$$AH = OH$$
, $AH = OH$,

$$\therefore OA = OH = AH$$
.

∴△ AOH 为等边三角形.

$$\therefore \angle AOH = 60^{\circ}$$
.

- *::PA* 切 ⊙*O* 于点 *A*,
- $\therefore PA \perp AO$.

$$\therefore \angle PAO = 90^{\circ}$$
.

$$\therefore \angle APO = 30^{\circ}$$
.

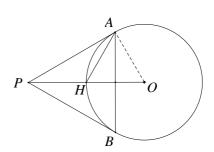
:: PA, PB 分别切⊙O 于点 A, B,

$$\therefore PA = PB$$
, $\angle APO = \angle BPO = 30^{\circ}$.

- $\therefore \angle APB = 60^{\circ}$.
- ∴△ABP 为等边三角形.
- (2) 解:如图,连接 BC.
 - $:: \triangle ABP$ 为等边三角形, AB = 6,

$$\therefore PA = PB = AB = 6$$
.

由(1)得,在Rt $\triangle PAO$ 中, $\angle PAO$ =90°, $\angle APO$ =30°.



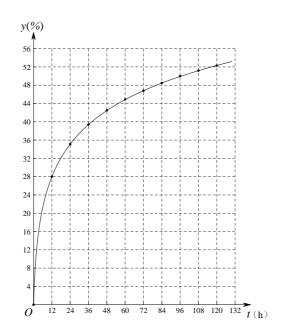


$$\therefore OA = PA \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$$

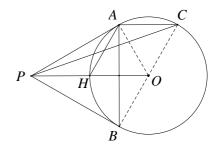
- ∴ ⊙O 的半径为 $2\sqrt{3}$.
- ∵△AOH 为等边三角形.
- $\therefore \angle HAO = \angle HOA = 60^{\circ}$.
- 由(1)得PA = PB, $\angle APO = \angle BPO$,
- $\therefore PO \perp AB$.
- AC // PO,
- $\therefore AC \perp AB$.
- $\therefore \angle BAC = 90^{\circ}$.
- ∴BC 是 ⊙O 的直径.
- $\therefore BC = 4\sqrt{3}$.
- *∵PB* 切 ⊙ *O* 于点 *B*,
- $\therefore PB \perp BC$.
- $\therefore \angle PBC = 90^{\circ}$.
- $\therefore \tan \angle CPB = \frac{BC}{PB} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$



b. 图象如下图.



不能.





- (1) 4;
- (2) 小于.

26. 解: (1) <;

- (2) : a > 0, 抛物线的对称轴为x = t,
 - ∴ 当 $x \ge t$ 时,y随x的增大而增大,当 $x \le t$ 时,y随x的增大而减小.

点 B(2t, n) 关于抛物线对称轴 x = t 的对称点为 B'(0, n),

此时点 A, B', C 均在抛物线对称轴左侧.

:对于 $6 < x_0 < 7$,都有 $m < y_0 < n$,

$$\therefore \begin{cases} 0 \le 6, \\ \frac{1}{2}t \ge 7. \end{cases}$$

解得 $t \ge 14$.

② 当6 < t < 7时,

取 $x_0 = t$,此时 y_0 为最小值,与 $m < y_0$ 矛盾,不符合题意.

点 $A(\frac{1}{2}t,m)$ 关于抛物线对称轴 x=t 的对称点为 $A'(\frac{3}{2}t,m)$,

此时点 A', B, C 均在抛物线对称轴右侧.

::对于 $6 < x_0 < 7$,都有 $m < y_0 < n$,

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{2}t \le 6, \\ 2t \ge 7. \end{cases}$$

解得 $\frac{7}{2} \le t \le 4$.

④ 当
$$t = 0$$
时, $2t = t = \frac{1}{2}t$, $m = n$,不符合题意.

⑤ 当
$$t < 0$$
时, $2t < t < \frac{1}{2}t$.

点 B(2t, n) 关于抛物线对称轴 x = t 的对称点为 B'(0, n),

此时点B', C 在抛物线对称轴右侧.

$$\therefore x_{R_1} < 6 < x_0$$
, $\therefore n < y_0$, 不符合题意.



综上所述,t的取值范围是 $\frac{7}{2} \le t \le 4$ 或 $t \ge 14$.

27. (1) 补全图形如图 1:

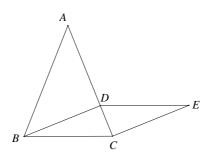


图 1

证明: 设 $\angle E = \alpha$,则 $\angle BAC = 2\angle E = 2\alpha$.

$$AB = AC$$
,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^{\circ} - \angle BAC}{2} = 90^{\circ} - \alpha.$$

由平移可知, BC // DE, BC = DE.

:.四边形 BCED 为平行四边形.

$$\therefore \angle CBD = \angle E = \alpha$$
.

:BC // DE,

$$\therefore \angle CDE = \angle ACB = 90^{\circ} - \alpha$$
.

$$\therefore \angle CBD + \angle CDE = 90^{\circ}$$
.

∴ ∠CBD 与 ∠CDE 互余.

(2) $\angle CBD$ 与 $\angle BAE$ 之间的数量关系为 $\angle CBD = \frac{1}{2} \angle BAE$.

解:如图 2,连接 BE,交 AC 于点 O,延长 AC 至 F,使 OF = OA,连接 EF.

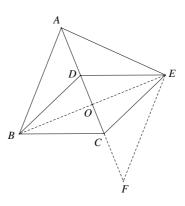
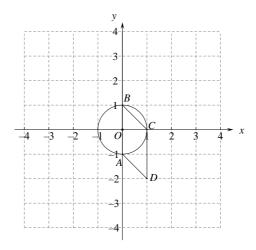


图 2

由(1)可得,四边形 BCED 为平行四边形.



- $\therefore OB = OE$.
- $\therefore OA = OF$, $\angle BOA = \angle EOF$,
- ∴ $\triangle BOA \cong \triangle EOF$.
- $\therefore AB = FE, \quad \angle BAO = \angle EFO.$
- ∵ AC 平分 ∠BAE,
- $\therefore \angle BAO = \angle EAO = \frac{1}{2} \angle BAE$.
- $\therefore \angle EFO = \angle EAO$.
- $\therefore AE = FE$.
- $\therefore AB = AE$.
- $\therefore OB = OE$,
- $\therefore AC \perp BE$.
- ∴四边形 BCED 为菱形.
- $\therefore BD = BC$.
- $\therefore \angle BDC = \angle BCD$.
- ∴在△BCD中, $\angle CBD + 2\angle BCD = 180^{\circ}$.
- ∴在△ABC中, $\angle BAC + 2\angle BCD = 180^{\circ}$.
- $\therefore \angle BAC = \angle CBD$.
- $\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle BAE$.
- 28. (1) 如图, 四边形 ABCD 即为所求.



点 D 的坐标为 D(1,-2).



- (2) 如图,弦 AB 的弦切四边形为正方形 ABCD,设正方形 ABCD 的边长为 a , CD 与 $\odot O$ 的切点为 E ,连接 EO 并延长交 AB 于点 E
 - : CD 与 ⊙O 的切点为 E, EF 经过圆心 O,
 - $\therefore EF \perp CD$.
 - ::四边形 ABCD 为正方形,
 - AB // CD, AB = BC = a.
 - $\therefore EF \perp AB$.
 - $\therefore AF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a, \quad EF = BC = a.$
 - : OE = 1,
 - $\therefore OF = a 1$.

在 Rt $\triangle OAF$ 中,由勾股定理得, $OA^2 = OF^2 + AF^2$.

$$1^{2} = (a-1)^{2} + (\frac{1}{2}a)^{2}.$$

解得
$$a = \frac{8}{5}$$
.

- $\therefore AB$ 的长为 $\frac{8}{5}$.
- (3) $0 < t \le \frac{4\sqrt{5}}{5}$ $\vec{\boxtimes} t = 2$.

