



房山区 2023-2024 学年度第二学期综合练习 (二)

九年级数学

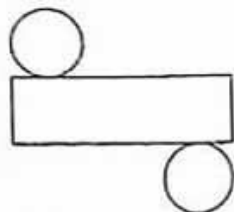
本试卷共 8 页, 满分 100 分, 考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图, 该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 长方体
(C) 圆锥 (D) 三棱柱

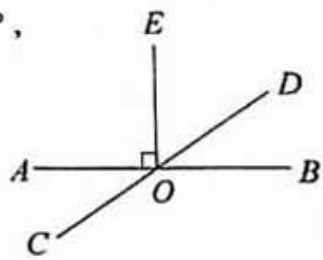


2. 2024 年 4 月 25 日 20 时 58 分 57 秒在酒泉卫星发射中心成功发射神舟十八号载人飞船, 神舟十八号载人飞船与长征二号 F 遥十八运载火箭组合体, 总重量 400 000 多千克, 总高度近 60 米. 将 400 000 用科学记数法表示应为

- (A) 40×10^4 (B) 4×10^4 (C) 4×10^5 (D) 0.4×10^6

3. 如图, 直线 AB , CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, 若 $\angle AOC = 34^\circ$, 则 $\angle DOE$ 的度数是

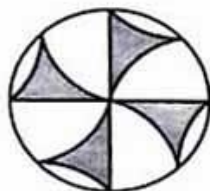
- (A) 34° (B) 56°
(C) 66° (D) 146°



4. 下面四个图形, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是



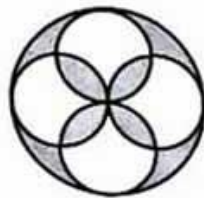
(A)



(B)



(C)



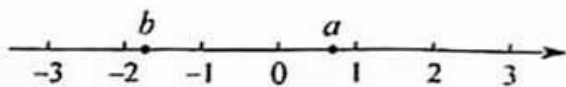
(D)

5. 正八边形的外角和为

- (A) 180° (B) 360° (C) 720° (D) 1080°



6. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是



- (A) $-b > a > 0$ (B) $b > -a > 1$
 (C) $b < -a < -1$ (D) $-a < b < -2$
7. 农科院某研究所在相同条件下做某种农作物的发芽率试验, 结果如下表所示:

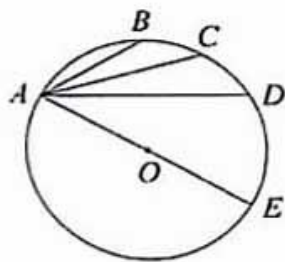
种子个数	200	500	700	800	900	1000
发芽种子个数	187	435	624	718	814	901
种子发芽率	0.935	0.870	0.891	0.898	0.904	0.901

下面有四个判断, 其中合理的是

- (A) 种子个数为 800 时, 发芽种子的个数是 718, 所以种子发芽的概率为 0.898;
 (B) 实验种子的个数最少的那次实验得到的种子发芽的频率一定是种子发芽的概率;
 (C) 实验种子的个数最多的那次实验得到的种子发芽的频率一定是种子发芽的概率;
 (D) 随着参加实验的种子数量增加, 种子发芽的频率在 0.9 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计种子发芽的概率约为 0.9 (精确到 0.1).

8. 如图, AB, AC, AD 分别是直径为 AE 的 $\odot O$ 的内接正六边形、正方形、等边三角形的一边. 若 $AB = 2$, 给出下面四个结论:

- ① $\odot O$ 的直径为 4; ② $AC = 2\sqrt{2}$; ③ $\widehat{BC} = \widehat{CD}$;
 ④ 连接 CD , 则 $\triangle ACD$ 的面积是 $\sqrt{6}$.



上述结论中, 所有正确结论的序号是

- (A) ①③ (B) ②④
 (C) ①②③ (D) ①②③④

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $3x^2 - 3y^2 =$ _____.

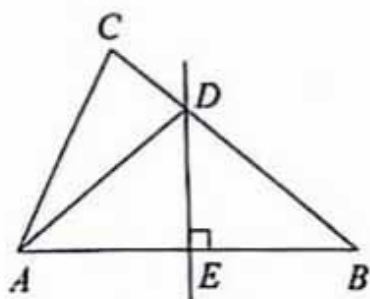


11. 方程 $\frac{2}{5x+4} = \frac{1}{3x}$ 的解为_____.

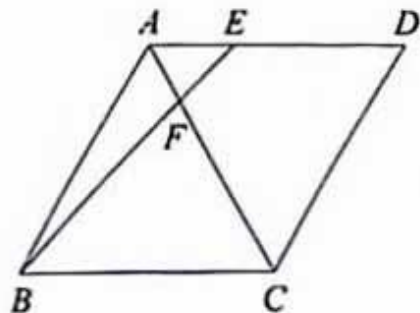
12. 甲、乙、丙、丁四名同学参加立定跳远训练，他们成绩的平均数相同，方差如下：
 $S^2_{\text{甲}} = 2.5$ ， $S^2_{\text{乙}} = 3.1$ ， $S^2_{\text{丙}} = 7$ ， $S^2_{\text{丁}} = 0.9$ ，则这四名同学成绩最稳定的是_____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(-1, 2)$ 和
 $B(4, m)$ ，则 m 的值为_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， DE 是 AB 的垂直平分线. 若 $AC = 5$ ， $BC = 7$ ，则 $\triangle ACD$ 的周长为_____.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上， BE 与 AC 交于点 F . 若 $AB = 4$ ，
 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AF = 1$ ，则 $\frac{AE}{BC}$ 的值为_____.

16. 某校文艺部招聘主持人，有甲、乙、丙三名同学参加，学校设置了五轮比赛，规定：每一轮比赛分别决出第一、二、三名（不并列），对应名次的得分分别为 x ， y ， z （ $x > y > z$ 且 x ， y ， z 均为正整数）. 三名同学最后得分为五轮比赛得分之和，得分最高者中选，下表是三名同学在五轮比赛中的部分得分情况如下：

	一轮	二轮	三轮	四轮	五轮	总分
甲					y	9
乙			x			22
丙	z					9

则 x 的值为_____，三名同学在五轮比赛中_____获得的第二名最多.



三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $(\pi-3)^0 - 4\sin 60^\circ + |-2| + \sqrt{12}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} x < \frac{x+1}{2}, \\ 8-2x > 2+x. \end{cases}$$

19. 已知 $2x^2+x-1=0$ ，求代数式 $(x+2)^2+x(x-3)$ 的值.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+1)x+m=0$.

(1) 求证：该方程总有两个实数根；

(2) 若 $m < 0$ ，且该方程的两个实数根的差为 3，求 m 的值.

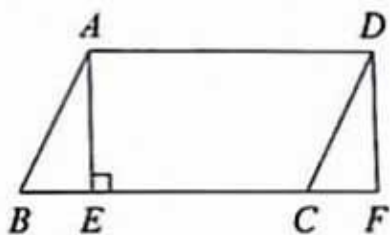
21. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ，点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF = BE$ ，

连接 DF 。

(1) 求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

(2) 连接 DE ，若 $\tan \angle ABC = 2$ ， $BE = 1$ ，

$AD = 4$ ，求 DE 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(4, 1)$ 和 $(0, -1)$.

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x > -2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值，直接写出 m 的取值范围.

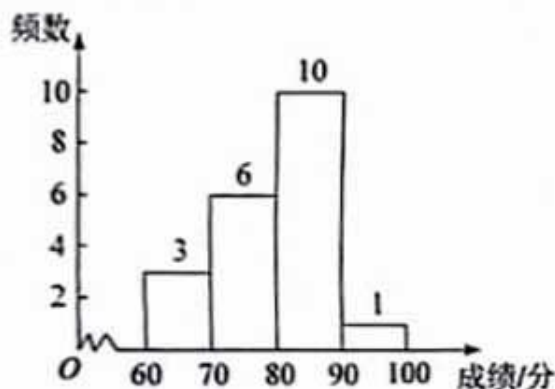


23. 3月22日是世界水日,世界水日的宗旨是唤起公众的节水意识,加强水资源保护。校为提倡节约用水、增强节约用水意识,在全校开展了节约用水知识竞赛活动。七、八、九年级各有200名学生参加了知识竞赛活动,为了解三个年级的竞赛答题情况,从三个年级各随机抽取了20名学生的成绩进行调查分析,下面给出了部分信息:

a. 七年级学生的成绩整理如下(单位:分):

60 67 69 75 75 75 77 77 78 78
80 80 80 80 86 86 88 88 89 96

b. 八年级成绩的频数分布直方图如下(数据分成四组: $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$):



其中成绩在 $80 \leq x < 90$ 的数据如下(单位:分):

81 81 81 82 83 84 85 86 87 89

c. 三组样本数据的平均数、中位数、众数如下表所示:

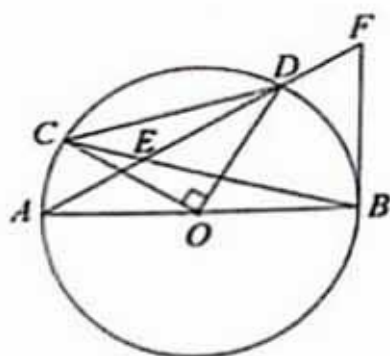
年级	平均数	中位数	众数
七年级	79.2	79	m
八年级	80.3	n	78
九年级	79.5	79	81

根据所给信息,解答下列问题:

- (1) $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 估计_____年级学生的成绩高于本年级平均分的人数更多;
- (3) 若成绩达到80分及以上为优秀,九年级抽出的20名学生中有10人优秀,估计三个年级此次竞赛成绩优秀的总人数.



24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且 $\angle COD = 90^\circ$, 连接 AD 并延长到点 F , 连接 BF , 若 $\angle F = \frac{1}{2} \angle AOD$.



(1) 求证: BF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BF = \frac{4}{3}\sqrt{3}$, $\angle BCD = 30^\circ$, 求 BC 的长.

25. 小平在学习过程中遇到一个函数 $y = \frac{1}{|x-2|} + x$.

下面是小平对其研究的过程, 请补充完整:

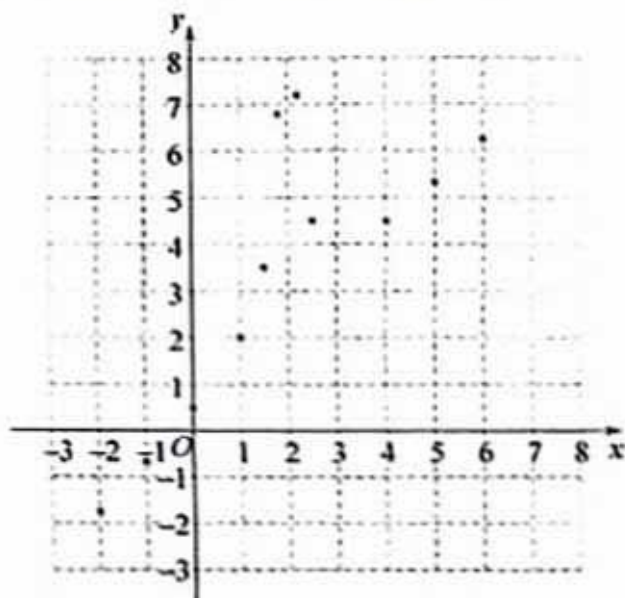
(1) 函数 $y = \frac{1}{|x-2|} + x$ 的自变量 x 的取值范围是_____;

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	-2	-1	0	1	1.5	1.8	2.2	2.5	3	4	5	6	...
y	...	-1.75	-0.67	0.5	2	3.5	6.8	7.2	4.5	m	4.5	5.33	6.25	...

其中 m 的值为_____;

(3) ①根据表格中的数据, 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出函数图象;



②过点 $(0, n)$ 作平行于 x 轴的直线 l , 结合图象解决问题: 若直线 l 与函数

$y = \frac{1}{|x-2|} + x$ 的图象有三个交点, 则 n 的取值范围是_____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(2, m)$ 和点 $(4, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

(1) 若 $m = n$ 时, 求 t 的值;

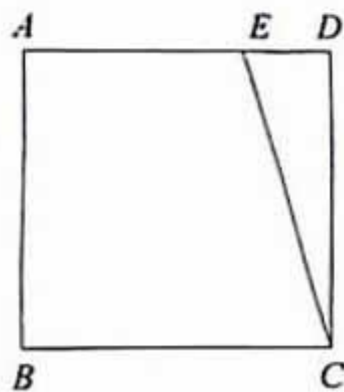
(2) 已知点 $(-1, y_1)$, $(1, y_2)$, $(3, y_3)$ 在抛物线上. 若 $mn < 0$, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小, 并说明理由.

27. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是边 AD 上的一点 (不与 A, D 重合), 连接 CE , 点 B 关于直线 CE 的对称点是点 F , 连接 CF, DF , 直线 CE 与直线 DF 交于点 P , 连接 BF 与直线 CE 交于点 Q .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求 $\angle CPF$ 的度数;

(3) 用等式表示线段 PC, PD, PF 之间的数量关系, 并证明.





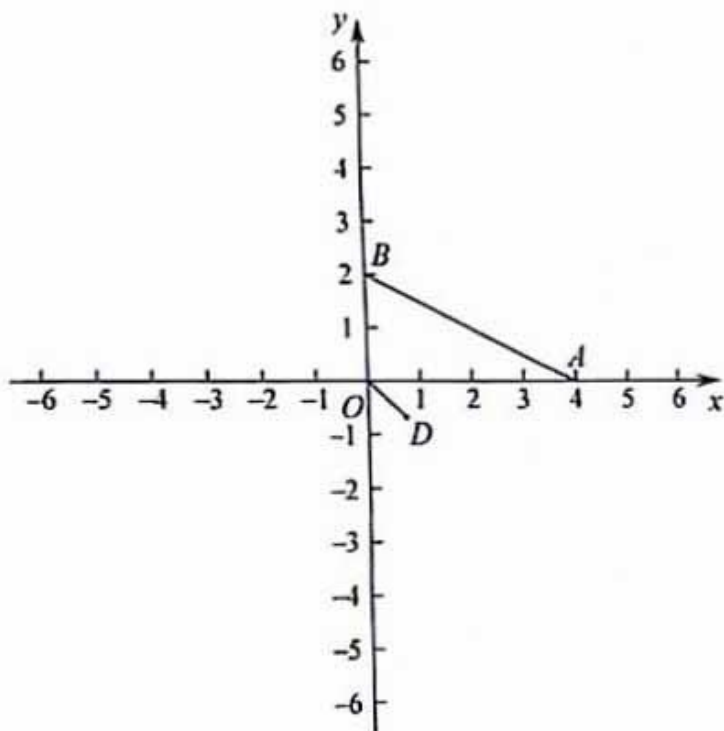
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于两点 M, N 和直线 l , 过点 M 作直线 l 的垂线, 垂足为点 P , 若点 N 关于点 P 的对称点为点 H , 则称点 H 为点 M 关于直线 l 和点 N 的“垂足对称关联点”.

已知点 $A(4, 0), B(0, 2)$.

(1) ①点 $(1, 3)$ 关于 x 轴和点 A 的“垂足对称关联点”的坐标为_____;

②点 B 为点 A 关于直线 l 和点 $(6, -2)$ 的“垂足对称关联点”, 则点 A 到直线 l 的距离为_____;

(2) 如图, 点 C 在线段 AB 上, 点 D 在 x 轴下方, 且满足 $OD=1$. 若直线 $y=x+b$ 上存在点 C 关于 x 轴和点 D 的“垂足对称关联点”, 求 b 的取值范围.





房山区 2023-2024 学年度第二学期综合练习（二）答案及评分参考

九年级数学

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	B	A	D	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geq 2$

10. $3(x+y)(x-y)$

11. $x = 4$

12. 丁

13. $-\frac{1}{2}$

14. 12

15. $\frac{1}{3}$

16. 5；甲

（注：第 16 题一空 1 分）

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解： $(\pi - 3)^0 - 4 \sin 60^\circ + |-2| + \sqrt{12}$

$= 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + 2\sqrt{3}$ 4 分

$= 3.$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} x < \frac{x+1}{2}, & \text{①} \\ 8 - 2x > 2 + x. & \text{②} \end{cases}$



解不等式①, 得 $x < 1$2 分

解不等式②, 得 $x < 2$4 分

\therefore 原不等式组的解集为 $x < 1$5 分

19. 解: $(x+2)^2 + x(x-3)$

$= x^2 + 4x + 4 + x^2 - 3x$ 2 分

$= 2x^2 + x + 4$3 分

$\because 2x^2 + x - 1 = 0$,

$\therefore 2x^2 + x = 1$4 分

\therefore 原式 $= 2x^2 + x + 4 = 5$5 分

20. (1) 证明: $\because \Delta = b^2 - 4ac$ 1 分

$$= [-(m+1)]^2 - 4m$$

$$= m^2 - 2m + 1$$

$$= (m-1)^2,$$

$$\because (m-1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta \geq 0$$

\therefore 该方程总有两个实数根.2 分

(2) 解: \because 原方程可化为 $(x-m)(x-1) = 0$,

$\therefore x_1 = m, x_2 = 1$. (也可用求根公式求出两根)4 分

$$\because m < 0$$

$$\therefore 1 > m.$$

\because 该方程的两个实数根的差为 3,

$$\therefore 1 - m = 3.$$

$$\therefore m = -2. \text{5 分}$$

21. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC.$$

$$\because CF = BE,$$



$\therefore CF + EC = BE + EC.$

即 $BC = EF.$

$\therefore AD = EF$ 且 $AD \parallel EF.$

\therefore 四边形 $AEDF$ 是平行四边形.1 分

$\therefore AE \perp BC,$

$\therefore \angle AEF = 90^\circ.$ 2 分

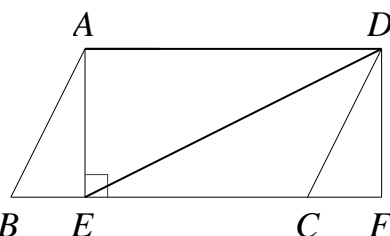
\therefore 四边形 $AEDF$ 是矩形.3 分

(2) 解: 在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, $\angle AEB = 90^\circ, BE = 1,$

$\therefore \tan \angle ABE = \frac{AE}{BE} = 2,$

$\therefore AE = 2BE = 2.$

在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中, $\angle DAE = 90^\circ, AD = 4,$



$\therefore DE = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$ 6 分

22. 解: (1) \therefore 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(4, 1)$ 和 $(0, -1).$

$\therefore \begin{cases} 4k + b = 1, \\ b = -1. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ b = -1. \end{cases}$ 2 分

\therefore 函数 $y = kx + b$ 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 1.$ 3 分

(2) $\frac{1}{2} \leq m \leq 1.$ 5 分

23. (1) 80, 81;2 分

(2) 八;4 分

(3) 解: $200 \times \frac{10}{20} + 200 \times \frac{11}{20} + 200 \times \frac{10}{20} = 310$ (名).

答: 估计三个年级此次测试成绩优秀的总人数为 310 名.5 分

24. (1) 证明: 连接 $BD,$



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$1 分

$\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ$

$\because AD = AD$,

$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle AOD$.

$\because \angle F = \frac{1}{2} \angle AOD$,

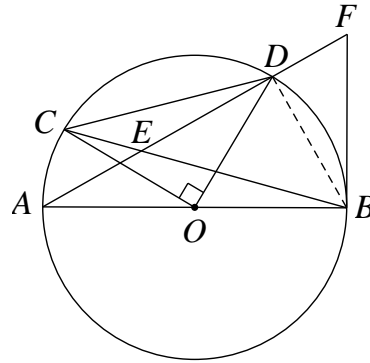
$\therefore \angle F = \angle ABD$.

$\therefore \angle F + \angle A = 90^\circ$.

$\therefore \angle ABF = 90^\circ$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线.



.....2 分

(2) 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于点 G .

$\therefore \angle CGD = \angle BGD = 90^\circ$.

$\because CD = CD$, $\angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD = 45^\circ$.

$\because BD = BD$, $\angle BCD = 30^\circ$.

$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 30^\circ$.

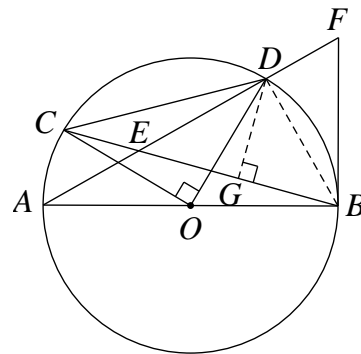
$\because BF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ABF = 90^\circ$.

$\therefore \angle F = 60^\circ$.

$\because \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDF = 90^\circ$.



.....3 分



在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中, $\angle BDF = 90^\circ$, $\angle F = 60^\circ$, $BF = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore BD = BF \cdot \sin 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.$$

在 $\text{Rt}\triangle BGD$ 中, $\angle BGD = 90^\circ$, $\angle GBD = 45^\circ$, $BD = 2$,

$$\therefore BG = DG = \sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle CGD$ 中, $\angle CGD = 90^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$, $DG = \sqrt{2}$,

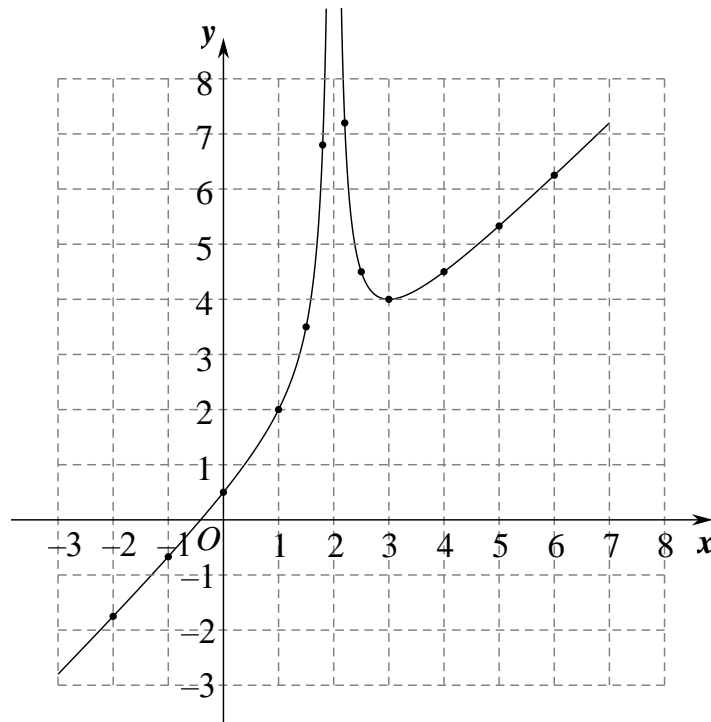
$$\therefore CG = \frac{DG}{\tan 30^\circ} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = CG + BG = \sqrt{6} + \sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

25. (1) $x \neq 2$;1 分

(2) 4;2 分

(3) ①画出函数图象, 如图;



.....4 分

② $n > 4$5 分

26. 解: (1) \because 点 $(2, m)$ 和点 $(4, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上, 且 $m = n$,

$$\therefore 4 - t = t - 2.$$



$\therefore t = 3.$ 2分

(2) 解: $y_2 < y_3 < y_1$. 理由如下:3分

由题意, 抛物线过点 $(2, m)$, $(4, n)$.

$\therefore m = 4a + 2b, n = 16a + 4b.$

$\therefore mn < 0, a > 0,$

$\therefore (4a + 2b)(16a + 4b) < 0.$

$\therefore \begin{cases} 4a + 2b > 0, \\ 16a + 4b < 0. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 4a + 2b < 0, \\ 16a + 4b > 0. \end{cases}$

$\therefore 1 < -\frac{b}{2a} < 2,$ 即 $1 < t < 2.$ 4分

设点 $(3, y_3)$ 关于抛物线的对称轴 $x = t$ 的对称点为 (x_0, y_3) .

\therefore 点 $(3, y_3)$ 在抛物线上,

\therefore 点 (x_0, y_3) 也在抛物线上.

由 $t - 3 = x_0 - t,$ 得 $x_0 = 2t - 3.$

$\therefore -1 < x_0 < 1.$ 5分

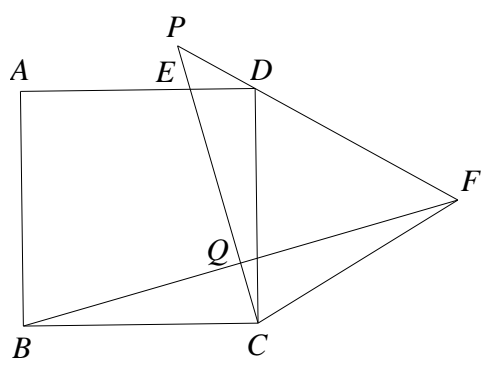
当 $x < t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

\therefore 点 $(-1, y_1), (x_0, y_3), (1, y_2)$ 在抛物线上,

且 $-1 < x_0 < 1 < t,$

$\therefore y_2 < y_3 < y_1.$ 6分

27. (1) 依题意补全图形, 如图.



.....2分



(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore BC = CD, \angle BCD = 90^\circ.$$

\because 点 B, F 是关于直线 CP 对称,

$$\therefore \angle CBF = \angle CFB, CP \perp BF, BC = CF.$$

$$\therefore \angle BCQ + \angle QBC = \angle BCQ + \angle PCD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle QBC = \angle PCD.$$

$$\because BC = CF = CD,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle CDF.$$

$$\because \angle CFD = \angle CFQ + \angle QFD = \angle CDF = \angle PCD + \angle CPD,$$

$$\therefore \angle QFD = \angle CPD.$$

$$\therefore \angle CPD = 45^\circ, \text{ 即 } \angle CPF = 45^\circ. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(3) PF + PD = \sqrt{2}PC. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

证明: 过点 C 作 $CH \perp PC$ 交 PF 延长线于点 H .

$$\therefore \angle PCH = 90^\circ.$$

$$\because \angle CPF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle H = \angle CPF = 45^\circ.$$

$$\therefore PC = CH.$$

$$\because CD = CF,$$

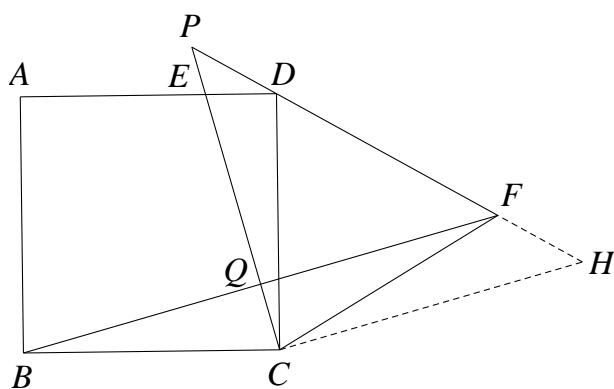
$$\therefore \angle CDF = \angle CFD.$$

$$\therefore \angle CDP = \angle CFH.$$

$$\therefore \triangle CPD \cong \triangle CHF \text{ (AAS)}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore PD = HF.$$

在 $\text{Rt} \triangle PCH$ 中, $PH = \sqrt{2}PC.$





$\therefore PF + PD = \sqrt{2}PC.$ 7分

28. (1) ①(-2, 0);2分

②1;4分

(2) 解: \because 点 D 在 x 轴下方, 且满足 $OD = 1$,

\therefore 点 D 的轨迹是以 O 为圆心, 1为半径在 x 轴下方的半圆
(不包含与 x 轴的交点).

\because 点 C 在线段 AB 上,

\therefore 过 C 点向 x 轴作垂线, 垂足在 x 轴上, 垂足的横坐标的取值范围是: $0 \leq x \leq 4$.

\therefore 点 C 关于 x 轴和点 D 的垂足对称关联点的轨迹如图所示.

\because 直线 $y = x + b$ 上存在点 C 关于 x 轴和点 D 的垂足对称关联点,

\therefore ①当直线 $y = x + b$ 与 $\odot O$ 相切时, 半径 $r = 1$, 则直线 $y = x + b$ 与 y 轴交于 $(0, \sqrt{2})$, 可得: $b = \sqrt{2}$5分

②当直线 $y = x + b$ 过 $(9, 0)$ 时, 可得: $b = -9$6分

$\therefore -9 < b \leq \sqrt{2}$7分

