2024北京燕山初三二模

数　　学

2024年5月

考生须知	1．本试卷共6页，共三道大题，28道小题。满分100分。考试时间120分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。

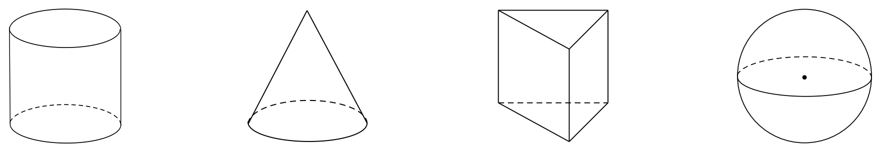
一、选择题（共16分，每题2分）

第1－8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．中国空间站作为重大创新成果入选“2023 全球十大工程成就”．中国空间站轨道高度约为 400000m，将数字400000用科学记数法表示应为

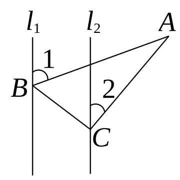
A．0.4×10^5　　B．0.4×10^6　　C．4×10^5　　D．4×10^6

2．下列几何体中，主视图为三角形的是



A.　　B.　　C.　　D.

3．如图，$l_1 \parallel l_2$，$\triangle ABC$的顶点B，C分别在l_1，l_2上，$\angle1=70°$，$\angle2=40°$，则$\angle A$的大小为



A．50°　　B．40°

C．30°　　D．20°

4．在数轴上，点A，B在原点O的两侧，分别表示数a，3，将点A向左平移1个单位长度，得到点C．若$CO=BO$，则a的值为

A．－2　　B．－1　　C．1　　D．2

5．若关于x的一元二次方程$x^2+2x-m=0$有两个不相等的实数根，则m的取值范围是

A．$m\geqslant1$　　B．$m>1$　　C．$m\geqslant-1$　　D．$m>-1$

6．已知一个多边形的内角和等于900º，则该多边形的边数为

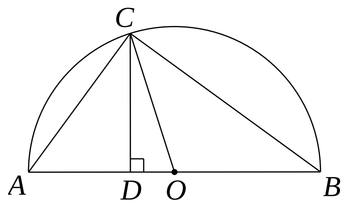
A．6　　B．7　　C．8　　D．9

7．不透明的袋子中装有 1 个红球和 2 个黄球，两种球除颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次摸出的球都是红球的概率是

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

8．如图，AB 是半圆 O 的直径，C 是半圆周上的动点(与 A，B 不重合)，$CD\perp AB$ 于点 D，连接 OC．设 $AD=a$，$BD=b$，$CD=h$，给出下面三个结论：

① $h\leqslant\frac{a+b}{2}$；② $|\frac{a-b}{2}|\leqslant h$；③ $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$．



上述结论中，所有正确结论的序号是

A．①②　　B．②③

C．①③　　D．①②③

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

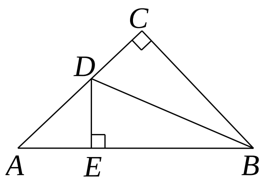
9．若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_________．

10．分解因式：$2a^3-8ab^2=$_________．

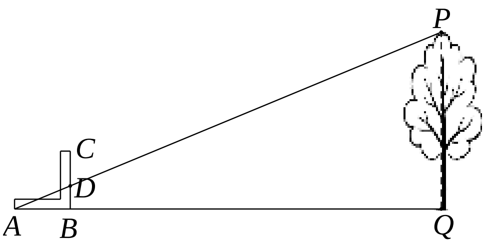
11．写出一个大于 $\sqrt{5}$ 且小于 $\sqrt{13}$ 的整数_________．

12．在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $P(1，y_1)$，$Q(4，y_2)$在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象上，则 y_1 　　 y_2（填“＞”，“＜”或“＝”）．

13．如图，在△ABC 中，$\angle C=90°$，BD 平分$\angle ABC$，$DE\perp AB$ 于点 E．若 $CD=3$，$AB=10$，则 $S_{\triangle ABD}$ ＝________．



（　第　13



（　第　14

14．《周髀算经》中记载了“偃矩以望高”的方法．“矩”在古代指两条边呈直角的曲尺(即图中的 ABC)．“偃矩以望高”的意思是把“矩”仰立放，可测量物体的高度．小明同学依照此法测量学校操场边一棵树的高度，如图，点 A，B，Q 在同一水平线上，$\angle ABC=\angle AQP=90°$，$AP$ 与 BC 相交于点 D．测得 $AB=1.2$m，$BD=0.5$m，$AQ=9$m，则树高 $PQ=$ 　　m．

15．某种兰花种子的发芽率与浸泡时间有关：浸泡时间不足 4 小时，发芽率约为 40%；浸泡时间 4 到 8 小时，发芽率会逐渐上升到 65%；浸泡时间 8 到 12 小时，发芽率会逐渐上升到 90%．农科院记录了同一批次该种兰花种子的发芽情况，结果如下表：

种子数量 n	100	200	500	800	1000	2000
发芽数量 m	88	174	436	692	864	1728

发芽率 $\frac{m}{n}$	0.88	0.87	0.872	0.865	0.864	0.864

据此推测，这批兰花种子的浸泡时间是____________(填“不足 4 小时”，“4 到 8 小时”或“8 到 12 小时”).

16．2019 年 11 月 26 日，联合国教科文组织将每年的 3 月 14 日定为“国际数学日”，这个节日的昵称是“π 节”，是为了纪念中国南北朝时期杰出的数学家祖冲之而设立的节日．某校今年“π 节”举办了“数学素养”大赛，现有甲、乙、丙三位同学进入了决赛争夺冠军，决赛共分为四轮，规定：

① 每轮分别决出第一，二，三名(没有并列)，对应名次的得分都分别为 a，b，c（$a>b>c$，且 a，b，c 均为正整数）.

② 选手最后得分为各轮得分之和，得分最高者为冠军.

下表是三位选手在每轮比赛中的部分得分情况：

	第一轮	第二轮	第三轮	第四轮	最后得分
甲	a			a	17
乙		a		c	8
丙			b		7

(1) 每轮比赛第一名的得分 a 的值为____；

(2) 丙同学在第二轮比赛中，获得了第____名.

三、解答题（共 68 分，第 17—20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22—23 题，每题 5 分，第 24—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

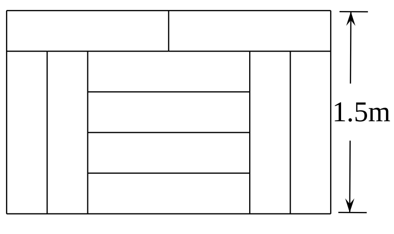
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$(\pi-2024)^0+4\sin 60^\circ+|-5|-\sqrt{12}$.

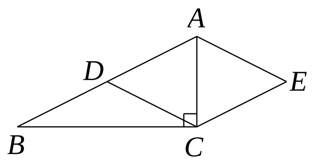
18．解不等式组：$\begin{cases}2x-1\leqslant x,\\ x+2>\dfrac{x}{3}.\end{cases}$

19．已知 $m+3n-4=0$，求代数式 $\dfrac{2m+6n}{m^2+6mn+9n^2}$ 的值.

20．如图，小雯家客厅的电视背景墙是由 10 块相同的小长方形墙砖砌成的大长方形，已知电视背景墙的高度为 1.5m，求每块小长方形墙砖的长和宽.



21．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，连接 CD，过点 A 作 $AE\parallel DC$，过点 C 作 $CE\parallel DA$，AE 与 CE 相交于点 E．



(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是菱形；

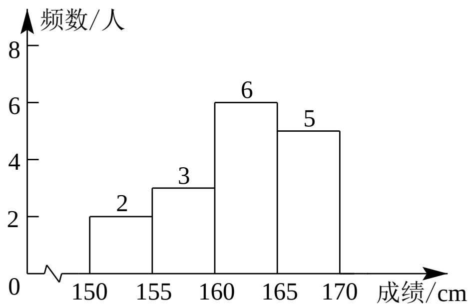
(2) 连接 BE，若 $AE=\sqrt{5}$，$BC=4$，求 BE 的长．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象经过点 $A(3,5)$，$B(0,2)$．

(1) 求该一次函数的解析式；

(2) 当 $x<3$时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx+3\,(m\neq 0)$的值大于一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的值，直接写出 m 的取值范围．

23．某跳高集训队对 16 名队员进行了一次跳高测试，对测试成绩数据(单位：cm)进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息．



a．测试成绩的频数分布直方图（数据分为四组：$150\leqslant x<155$，$155\leqslant x<160$，$160\leqslant x<165$，$165\leqslant x\leqslant 170$）：

b．测试成绩在 $160\leqslant x<165$ 这一组的是：

162 163 163 164 164 164

c．测试成绩的平均数、中位数、众数：

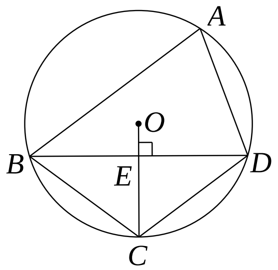
平均数	中位数	众数
162	m	164

(1) 写出表中 m 的值；

(2) 队员小锐的成绩是 163cm，他认为“163cm 高于测试成绩的平均数，所以我的成绩高于集训队一半队员的成绩”，他的说法__________(填“正确”或“不正确”)，理由是____________________；

(3) 有两名请假的队员进行了补测，成绩分别为 153cm，171cm．将这两名队员的成绩与原 16 名队员成绩并成一组新数据，记新数据的中位数为 n，方差为 s_{18}^2，原数据的方差为 s_{16}^2，则 m ____ n，s_{18}^2 ________ s_{16}^2（填“＞”，“＜”或“＝”）．

24．如图，⊙O 为四边形 $ABCD$ 的外接圆，BD 平分∠ABC，$OC\perp BD$ 于点 E．



(1) 求证：$AD=BC$；

(2) 延长 CO 交⊙O 于点 F，连接 AF，若 $AD=5$，$\sin\angle CBD=\frac{3}{5}$，求 AF 的长．

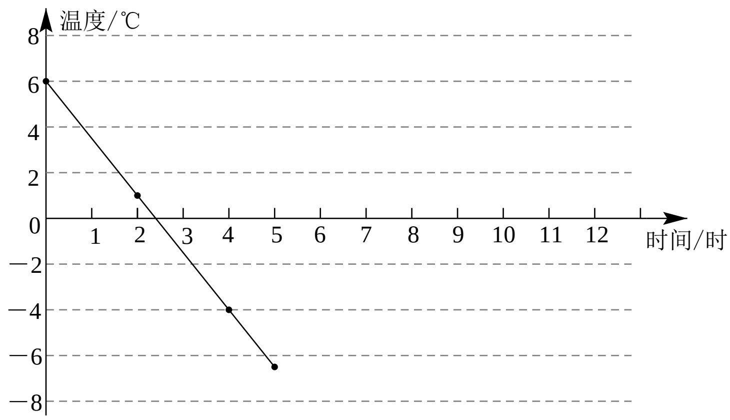
25．下表是气象台某天发布的某地区气象信息，预报了次日 0 时至 12 时气温 y(单位：℃)随着时间 t(单位：时)的变化情况．

时间 t/时	0	2	4	6	8	10	12
温度 y/℃	6	1	-4	-2	4	6	4

气象台对数据进行分析后发现，次日 0 时至 5 时，y 与 t 近似满足一次函数关系，5 时至 12 时，y 与 t 近似满足函数关系 $y=-0.5t^2+bt+c$．

根据以上信息，补充完成以下内容：

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中，补全次日 0 时至 12 时气温 y 与时间 t 的函数图象；



(2) 求出次日 5 时至 12 时 y 与 t 满足的函数关系式，并直接写出次日 0 时至 12 时的最高气温与最低气温；

(3) 某种植物在气温 0℃以下持续时间超过 3.5 小时，即遭到霜冻灾害，需采取防霜措施，则该植物次日__________采取防霜措施(填“需要”或“不需要”)．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$的对称轴为 $x=t$．

(1) 若 $3a+2b=0$，求 t 的值；

(2) 已知点$(-1,\ y_1)$，$(2,\ y_2)$，$(3,\ y_3)$在该抛物线上．若 $a>c>0$，且 $3a+2b+c=0$，比较 y_1，y_2，y_3 的大小，并说明理由．

27．在△ABC 中，∠$ACB=90°$，∠$B=30°$，M 为 AB 的中点，D 为线段 AB 上的动点，连接 CD，将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 60°得到线段 CE，连接 AE，CM．

(1) 如图 1，点 D 在线段 AM 上，求证：$AE=MD$；

(2) 如图 2，点 D 在线段 BM 上，连接 DE，取 DE 的中点 F，连接 AF 并延长交 CD 的延长线于点 G，

若$\angle G = \angle ACE$，用等式表示线段 AE，AF，FG 的数量关系，并证明．

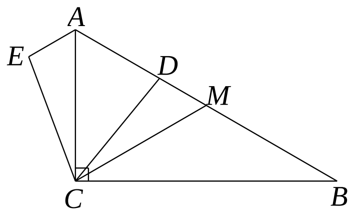


图 1

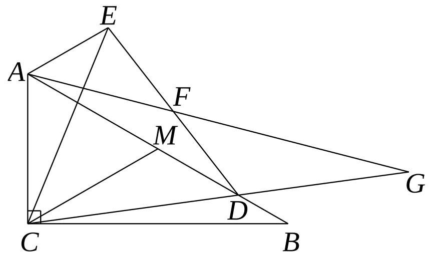
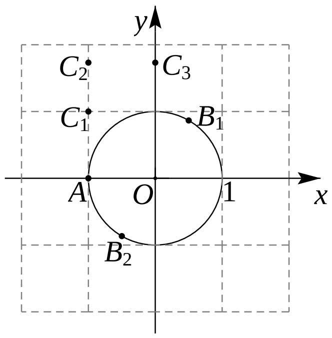


图 2

28．在平面直角坐标系xOy中，$\odot O$的半径为1．对于$\odot O$的弦AB和$\odot O$外一点C给出如下定义：若直线CA，CB都是$\odot O$的切线，则称点C是弦AB的“关联点”．

(1) 如图，点$A(-1，0)$，$B_1(\frac{1}{2}，\frac{\sqrt{3}}{2})$，$B_2(-\frac{1}{2}，-\frac{\sqrt{3}}{2})$．



① 在点$C_1(-1，1)$，$C_2(-1，\sqrt{3})$，$C_3(0，\sqrt{3})$中，弦AB_1的“关联点”是_____；

② 若点C是弦AB_2的“关联点”，直接写出AC，OC的长．

(2) 已知直线$y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$与x轴，y轴分别交于点M，N，对于线段MN上一点T，存在$\odot O$的弦PQ，使得点T是弦PQ的“关联点”，记四边形$OPTQ$的面积为S，当点T在线段MN上运动时，直接写出S的最小值和最大值，以及相应的PQ长．

参考答案

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	C	B	C	A	D	B	A	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9． $x\neq 2$； 10． $2a(a-2b)(a+2b)$； 11．2，或 3；

12．＞； 13．15； 14．3.75

15．8 到 12 小时； 16．(1)5； (2)三.

三、解答题（共 68 分，第 17－20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22－23 题，每题 5 分，第 24－26 题，每题 6 分，第 27－28 题，每题 7 分）

17．(本题满分 5 分)

解： $(\pi-2024)^0+4\sin 60°+|-5|-\sqrt{12}$

$=1+4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+5-2\sqrt{3}$ ……………………………………4 分

$=6.$ ……………………………………5 分

18．(本题满分 5 分)

解：原不等式组为 $\begin{cases}2x-1\leqslant x, & ①\\ x+2>\dfrac{x}{3}. & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x\leqslant 1$， ……………………………………2 分

解不等式②，得 $x>-3$， ……………………………………4 分

∴原不等式组的解集为 $-3<x\leqslant 1$. ……………………………………5 分

19．(本题满分 5 分)

解： $\dfrac{2m+6n}{m^2+6mn+9n^2}$

$=\dfrac{2(m+3n)}{(m+3n)^2}$ ……………………………………2 分

$=\dfrac{2}{m+3n}$. ……………………………………………3 分

$\because m+3n-4=0$,

$\therefore m+3n=4$, ……………………………………………4 分

$\therefore$原式$=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………5 分

20．（本题满分 5 分）

解：设每块小长方形墙砖的长为 x m，宽为 y m．……………………………1 分

由题意得$\begin{cases}x+y=1.5,\\ x+4y=2x,\end{cases}$ ……………………………………………3 分

解得 $\begin{cases}x=1.2,\\ y=0.3.\end{cases}$ ……………………………………………4 分

答：小长方形墙砖的长为 1.2 m，宽为 0.3 m．……………………………………5 分

21．(本题满分 6 分)

(1) 证明：$\because AE /\!/ DC$，$CE /\!/ DA$，

$\therefore$四边形 $AECD$ 是平行四边形，

$\because$在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，

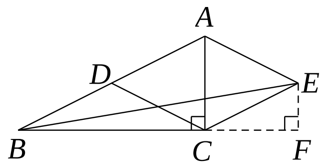
$\therefore CD=AD$，

$\therefore$四边形 $AECD$ 是菱形. ……………………………………………3 分

(2) 解：如图，作 $EF\perp BC$，交 BC 的延长线于点 F.

$\because$菱形 $ADCE$，

$\therefore AD=AE=EC=\sqrt{5}$.



$\because D$ 为 AB 的中点，

$\therefore AB=2AD=2\sqrt{5}$.

在 Rt△ACB 中，$\angle ACB=90°$，

$BC=4$，$AB=2\sqrt{5}$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=2$.

$\because CE /\!/ AB$，

$\therefore \angle ECF=\angle ABC$.

$\therefore$Rt△$ECF\backsim$Rt△ABC，

$\therefore \dfrac{EF}{EC}=\dfrac{AC}{AB}$，

$\therefore EF=1$，

$\therefore CF=\sqrt{CE^2-EF^2}=2$.

在 Rt△EFB 中，$\angle EFB=90°$，$BF=BC+CF=6$，$EF=1$，

$\therefore BE=\sqrt{BF^2+EF^2}=\sqrt{37}$. ……………………………………………6 分

22．(本题满分 5 分)

解：(1) ∵将 $A(3，5)$，$B(0，2)$的坐标代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}5=3k+b,\\2=b,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=1,\\b=2.\end{cases}$

∴该一次函数的解析式为 $y=x+2$． ……………………………………3 分

(2) $\frac{2}{3}\leqslant m\leqslant 1$． ……………………………………………………5 分

23．(本题满分 6 分)

解：(1) $m=163.5$； ……………………………………………………1 分

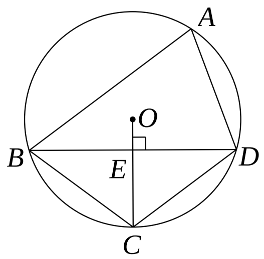
(2) 不正确，理由：答案不唯一，如

平均数不能反映一组数据中居于中间位置的数，利用中位数进行判断比较合理．由于中位数是 163.5cm，小锐的成绩是 163cm，所以他的成绩低于集训队一半队员的成绩； ……………………………………………………3 分

(3) $m=n$，$s_{18}^2>s_{16}^2$． ……………………………………………………5 分

24．(本题满分 6 分)

(1) 证明：∵BD 平分$\angle ABC$，



∴$\angle ABD=\angle CBD$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$.

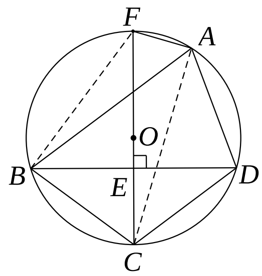
∵半径 $OC\perp BD$，

∴点 C 为$\overset{\frown}{BD}$的中点，即$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AD}$，

∴$BC=AD$. ……………………………………………………3 分

(2) 解：如图，连接 AC，BF，



∵CF 是⊙O 的直径，

∴$\angle CBF=\angle CAF=90°$ ．

∵半径 $OC\perp BD$，

∴$BD=2BE$.

在 Rt△BEC 中，$\angle BEC=90°$ ，

$BC=AD=5$，$\sin\angle CBE=\frac{CE}{BC}=\frac{3}{5}$，

∴$CE=3$，

∴$BE=4$，

∴$BD=8$.

$\because \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，

$\therefore AC=BD=8$.

$\because$ 在 Rt$\triangle BEC$ 和 Rt$\triangle FBC$ 中，

$\angle BEC=\angle FBC=90°$ ，$\angle ECB=\angle FCB$，

$\therefore \triangle BEC \backsim \triangle FBC$，

$\therefore \dfrac{CE}{BC}=\dfrac{BC}{CF}$，

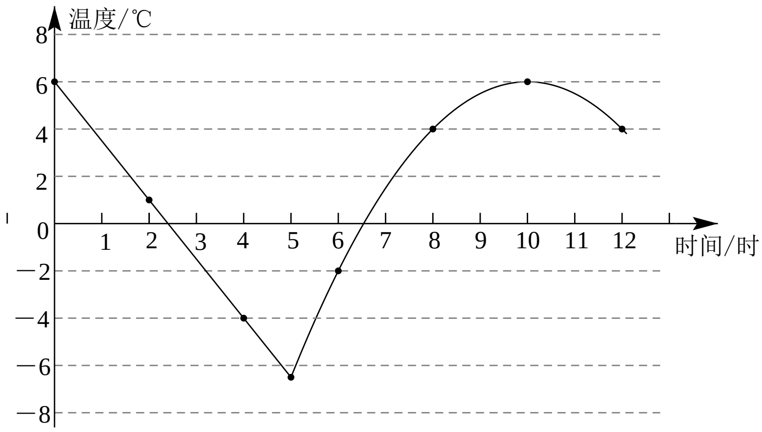
$\therefore CF=\dfrac{BC^2}{CE}=\dfrac{25}{3}$.

在 Rt$\triangle CAF$ 中，$\angle CAF=90°$ ，$CF=\dfrac{25}{3}$，$AC=8$，

$\therefore AF=\sqrt{CF^2-AC^2}=\dfrac{7}{3}$. ……………………………………………6 分

25. （本题满分 6 分）

解：(1) 补全次日 0 时至 12 时气温 y 与时间 t 的函数图象，如图；



……………………………………………1 分

(2) 由题意，抛物线 $y=-0.5t^2+bt+c$ 的顶点坐标为(10，6)，

$\therefore y=-0.5(t-10)^2+6=-0.5t^2+10t-44$，

即次日 5 时至 12 时，y 与 t 满足函数关系 $y=-0.5t^2+10t-44$ $(5\leqslant t\leqslant 12)$.

次日 0 时至 12 时的最高气温为 <u>6℃</u>，最低气温为 <u>−6.5℃</u>；

……………………………………………5 分

(3) 需要. ……………………………………………6 分

26. （本题满分 6 分）

解：(1) $\because 3a+2b=0$，

$\therefore b=-\dfrac{3a}{2}$，

$\therefore t=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{4}$，

即 $t=\frac{3}{4}$. ………………………………………………2 分

(2) ∵$3a+2b+c=0$，

∴$b=-\frac{3a+c}{2}$，

∴$t=-\frac{b}{2a}=\frac{3a+c}{4a}=\frac{3}{4}+\frac{c}{4a}$.

∵$a>c>0$，

∴$0<\frac{c}{4a}<\frac{1}{4}$，

∴$\frac{3}{4}<t<1$.

∵点$(-1,\ y_1)$关于直线 $x=t$ 的对称点的坐标是$(2t+1,\ y_1)$，

∴$\frac{5}{2}<2t+1<3$.

∴$t<2<2t+1<3$.

∵$a>0$，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上，

∴当 $x\geqslant t$ 时，y 随 x 增大而增大，

∴ $y_2<y_1<y_3$. ………………………………………………6 分

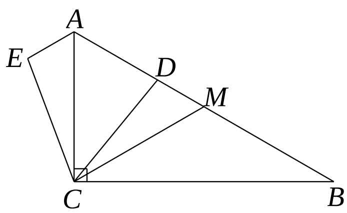
27．（本题满分 7 分）

(1) 证明：∵将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 60°得到线段 CE，

∴$CD=CE$，$\angle ECD=60°$.

∵△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，

∴$\angle BAC=60°$，$AC=\frac{1}{2}AB$.



∵M 为 AB 的中点，

∴$AM=\frac{1}{2}AB$，

∴$AC=AM$，

∴△ACM 为等边三角形，

∴$\angle ACM=60°$，$CA=CM$.

∵$\angle ECA=\angle ECD-\angle ACD=60°-\angle ACD$，

$\angle DCM=\angle ACM-\angle ACD=60°-\angle ACD$，

∴$\angle ECA=\angle DCM$.

在△CEA 和△CDM 中，

$CE=CD$，$\angle ECA=\angle DCM$，$CA=CM$，

∴△CEA≌△CDM，

∴$AE=MD$.　　　　　　　　………………………………………………3 分

(2) $FG=AE+AF$.　　　　　　　　………………………………………………4 分

证明：如图，在 FG 上截取 $FH=AF$，连接 DH.

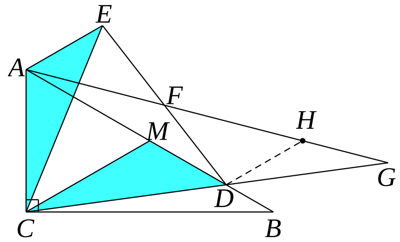
在△EAF 和△DHF 中，

$AF=HF$，$\angle AFE=\angle HFD$，$EF=DF$，

∴△EAF≌△DHF，

∴$AE=DH$，$\angle EAF=\angle FHD$，

∴$AE/\!/DH$.



∵△ACM 为等边三角形，

∴$\angle AMC=\angle ACM=60°$，

∴$\angle CMD=120°$.

∵△CAE≌△CMD，

∴$\angle CAE=\angle CMD=120°$，$\angle ACE=\angle MCD$，

∴$\angle CAE+\angle ACM=180°$，

∴$AE/\!/CM$，

∴$CM/\!/DH$，

∴$\angle MCD=\angle HDG$.

又∵$\angle G=\angle ACE$，

∴$\angle G=\angle HDG$，

∴$GH=DH=AE$，

∴$FG=GH+FH=AE+AF$.　　………………………………………………7 分

28．(本题满分 7 分)

解：(1) ① C_2；　　　　　　………………………………………………1 分

② $AC=\frac{\sqrt{3}}{3}$　$OC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$；　　………………………………………………3 分

(2) S 的最小值为 $\sqrt{2}$，$PQ=\frac{2\sqrt{6}}{3}$；

S 的最大值为 $\sqrt{11}$，$PQ=\frac{\sqrt{33}}{3}$.　………………………………………………7 分