顺义区 2024 年初中学业水平考试综合练习(二)

数学试卷

学校____________　班级____________　姓名____________　准考证号____________

考生须知	1. 本试卷共 8 页,共两部分,三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束,将答题卡交回。

第一部分　选择题

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1–8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

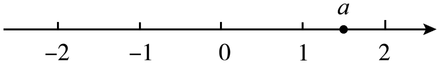
1. 2024 年 5 月 3 日,嫦娥六号探测器由长征五号遥八运载火箭在中国文昌航天发射场成功发射,将嫦娥六号探测器直接送入近地点高度约 200 公里,远地点高度约 380 000 公里的预定地月转移轨道. 将 380 000 用科学记数法表示应为

(A) 0.38×10^{6}　(B) 3.8×10^{5}　(C) 3.8×10^{6}　(D) 38×10^{4}

2. 下列几何体中,主视图是三角形的是

(A)　(B)　(C)　(D)

3. 实数 a 在数轴上对应点的位置如图所示,则实数 a 可以是

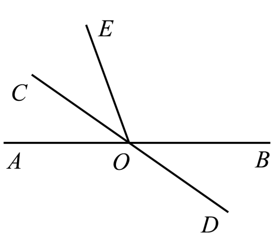


(A) $-\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{5}$　(D) π

4. 一个不透明的袋子中装有 3 个白球和 2 个黄球,它们除颜色外无其他差别,从中随机摸出一个小球,摸到黄球的概率是

(A) $\frac{2}{5}$　(B) $\frac{3}{5}$　(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{3}{4}$

5. 如图,直线 AB,CD 相交于点 O,OC 平分 $\angle AOE$,$\angle BOD=35°$,则 $\angle BOE$ 的度数为



(A) 95°　(B) 100°

(C) 110°　(D) 145°

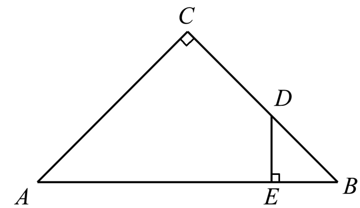
6. 若 $a<b<0$，则下列结论正确的是

(A) $-a<-b$　　(B) $a+1>b+1$　　(C) $-a+1>-b+1$　　(D) $2a>a+b$

7. 如果 $m+n=1$，那么代数式 $\left(1-\dfrac{m}{m-n}\right)\cdot\dfrac{m^2-n^2}{n}$ 的值为

(A) -1　　(B) 1　　(C) -2　　(D) 2

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=BC$，D 是 BC 边上一动点（不与 B，C 重合），$DE\perp AB$ 于点 E. 设 $CD=a$，$BD=b$，$AE=c$. 给出下面三个结论：



① $a+b>c$；

② $\sqrt{2}(a+b)>c$；

③ $2a+b=\sqrt{2}c$.

上述结论中，所有正确结论的序号是

(A)①③　　(B)②③　　(C)②　　(D)①②③

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-4}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是________.

10. 分解因式：$2x^2-4x+2=$________ .

11. 已知方程组的解为 $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$，写出一个满足条件的二元一次方程组________ .

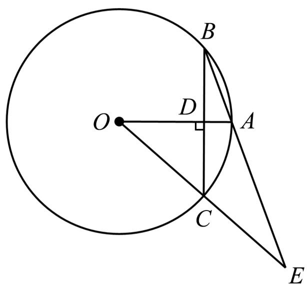
12. 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象上，当 $x_1<x_2<0$ 时，$y_1>y_2$，则 k 的取值范围是________ .

13. 有甲、乙两支舞蹈队，两队都是 5 人，队员身高数据（单位：cm）如下表所示：

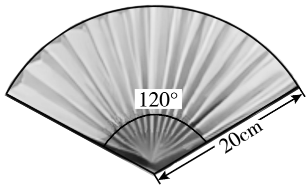
甲	167	168	168	168	169
乙	167	167	168	168	170

甲、乙两队身高数据的方差分别为 $S^2_{甲}$，$S^2_{乙}$，则 $S^2_{甲}$________ $S^2_{乙}$（填“>”“<”或“=”）.

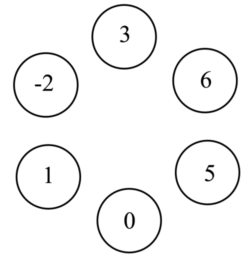
14. 如图，OA 是⊙O 的半径，BC 是⊙O 的弦，$OA\perp BC$ 于点 D，OC 的延长线与 BA 的延长线交于点 E. 若 $\angle ABC=20^\circ$，则 $\angle E=$________°.



15. 小红在手工课上制作的折扇，折扇展开是一个扇形，如图所示，已知扇形的半径是 20cm，扇形的圆心角是 120°，则扇形的面积是________ cm^2.



第 15 题图



第 16 题图

16. 某学习小组的六个人围成一个圆圈做报数游戏，游戏的步骤如下：

① 每个人心里都想好一个数；

② 把自己想好的数悄悄如实地告诉他两旁的两个人；

③ 每个人将他两旁的两个人告诉他的数的平均数报出来 .

若报出来的数如图所示，则报 5 的人心里想的数为________ .

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程 .

17. 计算：$3\tan 30° - 2^{-1} + |-1| - \sqrt{12}$.

18. 解不等式：$\dfrac{x}{2} \geqslant \dfrac{2x-1}{3}$，并求它的正整数解 .

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 4 = 0$.

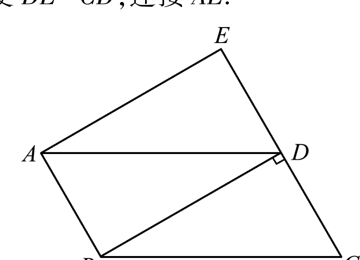
（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程的一个根是 1，求 k 的值和方程的另一个根.

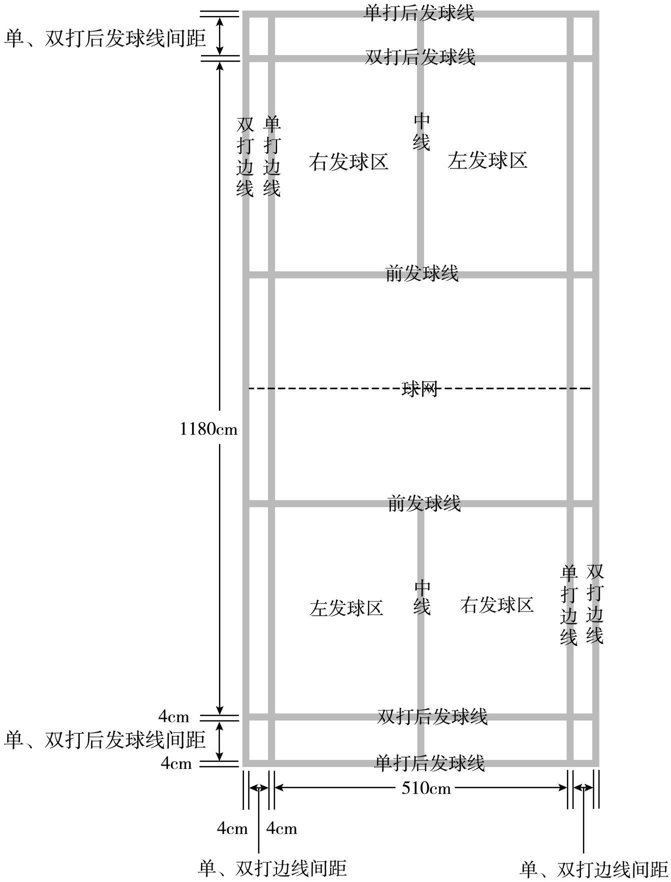
20. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$BD \perp CD$，延长 CD 到点 E，使 $DE = CD$，连接 AE.

（1）求证：四边形 $ABDE$ 是矩形；

（2）连接 AC，若 $\angle BCD = 60°$，$CD = 1$，求 AC 的长 .



21. 羽毛球运动深受大众喜爱，该运动的场地是一块中间设有球网的矩形区域，它既可以进行单打比赛，也可以进行双打比赛．下图是羽毛球场地的平面示意图，已知场地上各条分界线宽均为4cm，场地的长比宽的2倍还多120cm（包含分界线宽），单、双打后发球线（球网同侧）间的距离与单、双打边线（中线同侧）间的距离之比是12∶7．根据图中所给数据，求单、双打后发球线间的距离．



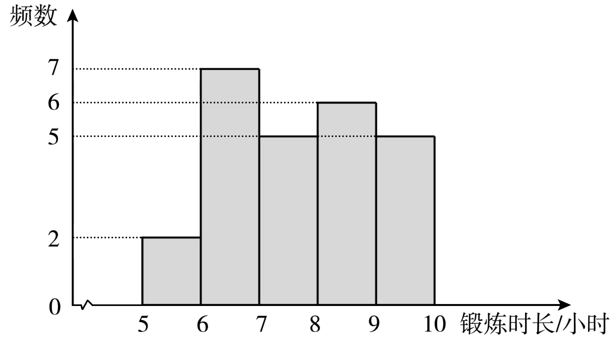
22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象 G 与函数 $y=x+b(x>0)$ 的图象 H 交于点 $A(1,3)$．

（1）求 k，b 的值；

（2）已知直线 $y=nx(n\neq0)$ 与图象 G、H 分别交于点 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，若 $y_1>y_2$，结合函数图象，直接写出 n 的取值范围．

23. 为了解某校九年级学生一周体育锻炼时长的情况，随机抽取了 25 名男生和 25 名女生，获得了他们某一周体育锻炼时长（单位：小时）的数据，并对数据进行了整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a. 抽取的 25 名男生这一周体育锻炼时长的频数分布直方图如下（数据分成 5 组：$5\leqslant x<6$，$6\leqslant x<7$，$7\leqslant x<8$，$8\leqslant x<9$，$9\leqslant x<10$）：



b. 抽取的 25 名男生这一周体育锻炼时长在 $7\leqslant x<8$ 这一组的是：

7　7.2　7.4　7.6　7.8

c. 男生、女生这一周体育锻炼时长的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
男生	7.4	m
女生	7	6.8

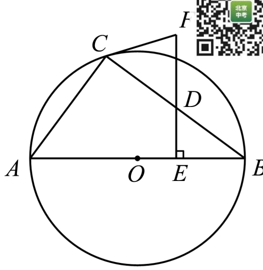
根据以上信息，回答下列问题：

(1) 写出表中 m 的值；

(2) 抽取的 25 名男生中，这一周体育锻炼时长超过平均数的人数为 p_1；抽取的 25 名女生中，这一周体育锻炼时长超过平均数的人数为 p_2．比较 p_1，p_2 的大小，并说明理由；

(3) 若该校九年级共有 225 名男生，估计该校一周体育锻炼时长不低于 8 小时的男生人数．

24. 如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径，过 BC 上一点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 ED 的延长线于点 F.



(1) 求证：$\angle DCF = \angle CDF$；

(2) 若 D 为 BC 的中点，$\odot O$ 的半径为 5，$\cos\angle CDF = \dfrac{3}{5}$，

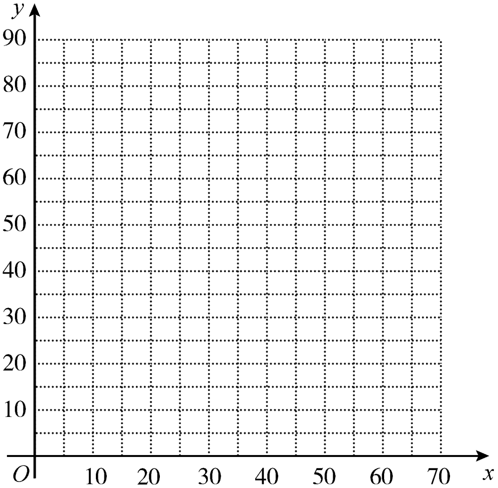
求 CF 的长.

25. "夏至"是二十四节气的第十个节气，《恪遵宪度》中解释道："日北至，日长之至，日影短至，故曰夏至. 至者，极也."夏至入节的时间为每年公历的 6 月 21 日或 6 月 22 日.

某小组通过学习、查找文献，得到了夏至日正午（中午 12 时），在北半球不同纬度的地方，100cm 高的物体的影长和纬度的相关数据. 记纬度为 x（单位：度），影长为 y（单位：cm），x 与 y的部分数据如下表：

x	0	5	15	23.5	25	35	45	55	65
y	43.5	33.4	15.0	0	2.6	20.3	39.4	61.3	88.5

(1) 通过分析上表数据，发现可以用函数刻画纬度 x 和影长 y 之间的关系. 在平面直角坐标系 xOy 中，画出此函数的图象；



(2) 北京地区位于大约北纬 40 度，在夏至日正午，100cm 高的物体的影长约为________ cm（精确到 0.1）；

(3) 小红与小明是好朋友，他们生活在北半球不同纬度的地区，在夏至日正午，他们测量了 100cm 高的物体的影长均为 40cm，那么他们生活的地区纬度差约是________度.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点$(2m,\ y_1)$，$(3-m,\ y_2)$在抛物线 $y=x^2+bx+c$ 上．

(1) 当 $m=2$ 时，$y_1=y_2$，求 b 的值；

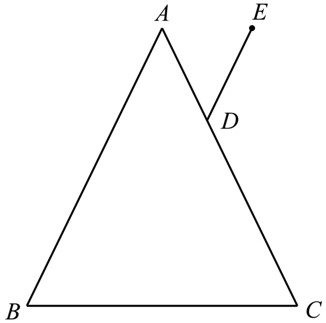
(2) 若对于大于 1 的实数 m，都有 $y_1>y_2$，求 b 的取值范围．

27. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=\alpha$，D 为 AC 上一点(不与点 A、C 重合)，将线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 α，得到线段 DE，连接 BD 并延长到点 F，使 $DF=BD$，作射线 FE，交射线 BA 于点 G.

(1) 依题意补全图形；

(2) 求证：$BG=2DE$；

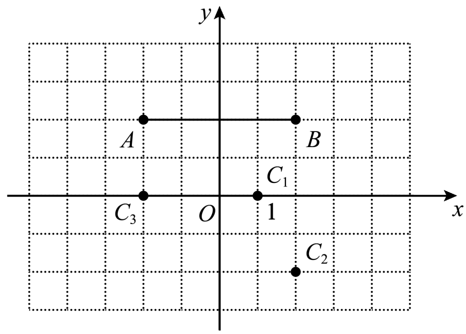
(3) 在射线 BA 上取点 H(不与点 G 重合)，使 $AH=AG$，连接 CH、CF，用等式表示线段 CH 与 CF 的数量关系，并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P 和图形 M，给出如下定义：若图形 M 上存在一点 Q 不与 O 重合，使点 P 关于直线 OQ 的对称点 P' 在图形 M 上，则称 P 为图形 M 的关

(1) 如图，点 $A\ (-2,2)$，$B\ (2,2)$. 在点 $C_1(1,0)$，$C_2(2,-2)$，$C_3(-2,0)$ 中，线段 A

联点是________；



(2) 已知点 $D(-1,0)$，$\odot D$ 的半径为 2，点 P 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，若 P 为 $\odot D$ 的关联点，求点 P 的横坐标 x_P 的取值范围；

(3) $\odot T$ 的圆心为 $(0,t)$，半径为 3，x 轴上存在 $\odot T$ 的关联点，直接写出 t 的取值范围 .

顺义区 2024 年初中学业水平考试综合练习（二）

数学答案及评分参考

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	B	A	C	C	A	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \geq 4$ ；　10．$2(x-1)^2$ ；　11．$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$（答案不唯一）；　12．$k>0$；

13．<；　14．$30°$；　15．$\dfrac{400}{3}\pi$；　16．8.

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）

17．解：$3\tan 30^\circ - 2^{-1} + |-1| - \sqrt{12}$

$=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{1}{2}+1-2\sqrt{3}$ ……………………………………………………4 分

$=\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}$ ……………………………………………………………………5 分

18．解：

解不等式：$3x \geq 4x-2$

$-x \geq -2$

$x \leq 2$ ……………………………………………………………………4 分

正整数解是 $x=2,1$ ……………………………………………………………… 5 分

19．（1）证明：

∵$a=1$，$b=k$，$c=-4$，

∴ $\Delta = b^2-4ac=k^2+4\times4=k^2+16$

∵ $k^2 \geq 0$

∴ $\Delta = k^2+16>0$

∴方程总有两个不相等实数根 ……………………………………………..……2 分

（2） 将 x=1 代入方程，解得 k=3 ……………………………………………………3 分

将 k=3 代入方程得到 $x^2+3x-4=0$

解得 $x_1=1, x_2=-4$

所以方程的另一个根是-4.……………………………………………………...…5 分

20．（1）证明：

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，$AB // CD$.

∵$DE=CD$，

∴$AB=DE$.

又 ∵$AB /\!/ DE$，

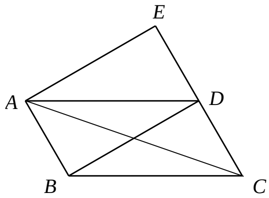
∴四边形 $ABDE$ 是平行四边形. ……………………………………………………2 分

∵$BD \perp CD$，

∴$\angle BDE = 90°$

∴四边形 $ABDE$ 是矩形 ……………………………………………………………3 分

（2）解：连接 AC



∵$DE=CD$，$CD=1$，

∴$DE=CD=1$

∴$CE=2$

∵$BD \perp CD$，

∴$\angle BDC = 90°$，

∵$\angle BCD = 60°$，

在 Rt△BDC 中，$\angle BDC = 90°$，

∵$CD=1$，$\tan\angle BCD = \sqrt{3}$.

∴$BD = \sqrt{3}$，

∵四边形 $ABDE$ 是矩形

∴$AE=BD=\sqrt{3}$，$\angle E = 90°$，

在 Rt△AEC 中，$\angle E = 90°$，

∴$AC=\sqrt{7}$. ………………………………………………………………………6 分

21.解：设球网同侧的单、双打后发球线间的距离是 $12x$ cm，则中线同侧的单、双打边线间的距离是 $7x$ cm. ……………………………………………………………………1 分

由题意可得 $1180 + 24x + 4\times4 = 2(510 + 14x + 4\times4) + 120$ ……………………………4 分

解得 $x = 6$ …………………………………………………………………………….5 分

$12x = 72$ ……………………………………………………………………………6 分

答：球网同侧的单、双打后发球线间的距离是 72 cm.

22．解：（1）将 A（1，3）分别代入 $y = \dfrac{k}{x}$， $y = x + b$

解得 $k = 3, b = 2$ ……………………………………………………………...3 分

（2）$n > 3$. ………………………………………………………………………5 分

23.解：（1） $m = 7.6$ ……………………………………………………………………1 分

（3） $p_1 > p_2$ ……………………………………………………………………………2 分

理由：男生这一周体育锻炼时长平均数是 7.4，中位数是 7.6，$7.6 > 7.4$，则 $p_1 = 5 + 6 + 2 = 13$；女生这一周体育锻炼时长平均数是 7，中位数是 6.8，说明有超过一半的女生体育锻炼时长低于平均数，即 $p_2 < 13$，所以$p_1 > p_2$. ……………………………………………………3 分

（3）$225\times\frac{11}{25}=99$人 ……………………………………………………………………5 分

答：估计该校所有男生中一周体育锻炼时间不低于 8 小时的有 99 人．

24．（1）证明：连接 OC．

∵CF 是⊙O 的切线，

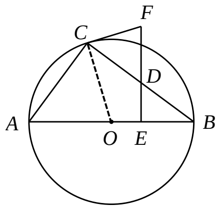
∴$\angle OCF=\angle OCB+\angle DCF=90^\circ$，

∴$\angle DCF=90^\circ-\angle OCB$.

∵$EF\perp AB$ 于 E,

∴$\angle FEB=90^\circ$，

在 Rt△EBD 中，



∴$\angle EBD+\angle EDB=90^\circ$，

∴$\angle EDB=90^\circ-\angle EBD$.

又∵BC、EF 交于点 D,

∴$\angle CDF=\angle EDB$,

∴$\angle CDF=90^\circ-\angle EBD$.

∵OC=OB，

∴$\angle EBD=\angle OCB$,

∴$\angle DCF=\angle CDF$…………………………………………………………..3 分

（2）∵AB 是⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=\angle ACO+\angle OCB=90^\circ$，

又∵$\angle OCF=\angle DCF+\angle OCB=90^\circ$，

∴$\angle ACO=\angle DCF$.

∵OA=OC，$\angle DCF=\angle CDF$，

∴$\angle ACO=\angle OAC=\angle DCF=\angle CDF$，

∴$\triangle FCD\backsim\triangle OCA$

∵ $\cos\angle CDF=\frac{3}{5}$，$\angle OAC=\angle DCF=\angle CDF$,

∴ $\cos\angle OAC=\frac{3}{5}$.

∵半径是 5，

∴AB=10.

在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，

∴ $\cos\angle OAC=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$，

∴AC=6，BC=8.

∵D 为 BC 中点,

∴$CD=BD=4$,

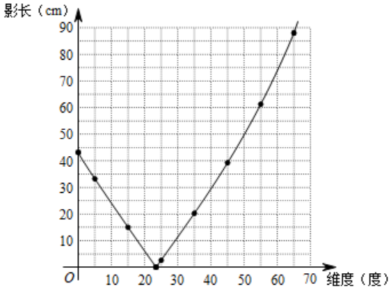
∵$\triangle FCD \backsim \triangle OCA$.

∴ $\dfrac{CD}{CA}=\dfrac{CF}{CO}$

即 $\dfrac{4}{6}=\dfrac{CF}{5}$

∴ $CF=\dfrac{10}{3}$ …………………………………………………………..……6 分

25.（1）



………………………………………………………………………………2 分

（2）30.0（不唯一）； ………………………………………………………………………3 分

（3）44（不唯一）. ……………………………………………………………………… 5 分

26．解：（1）∵当 m=2 时，2m=4，3-m=1，$y_1=y_2$.

∴抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过（4，y_1）和（1，y_2），

∴抛物线对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2}=\dfrac{5}{2}$. ……………………………………………1 分

∴ $b=-5$ ……………………………………………………………………………2 分

（2）依题意，点 $(2m,y_1)$，$(3-m,y_2)$ 在抛物线 $y=x^2+bx+c$ 上.

∵ $m>1$

∴ $3-m<2m$.

∵ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2}$，

∴ 当 $x\le-\dfrac{b}{2}$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x\ge-\dfrac{b}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，

当 $-\dfrac{b}{2}\le 3-m$ 时，都有 $y_1>y_2$.

若 $y_1 = y_2$ 时，$-\dfrac{b}{2} = \dfrac{3-m+2m}{2}$.

当 $3-m < -\dfrac{b}{2} < \dfrac{m+3}{2}$ 时，都有 $y_1 > y_2$.

$\therefore -\dfrac{b}{2} < \dfrac{m+3}{2}$ 时，都有 $y_1 > y_2$.

$\therefore b > -m-3$，

$\because m > 1$，$\therefore -m-3 < -4$

$\therefore$ 当 $b \geq -4$ 时，对于 $m > 1$ 都有 $y_1 > y_2$.

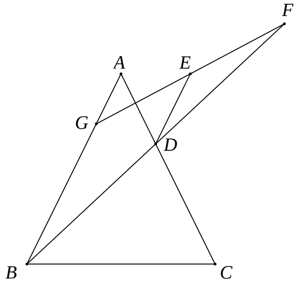
当 $\dfrac{m+3}{2} \leq -\dfrac{b}{2} \leq 2m$ 时，$y_1 < y_2$，不合题意，舍去.

当 $-\dfrac{b}{2} > 2m$ 时，$y_1 < y_2$，不合题意，舍去.

综上所述，b 的取值范围是 $b \geq -4$. ……………………………………………6 分

27. 解：

（1）



……………………………………………1 分

（2）证明：∵线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 α，得到线段 DE

$\therefore \angle ADE=\alpha$

$\because \angle BAC=\alpha$

$\therefore \angle BAC=\angle ADE$

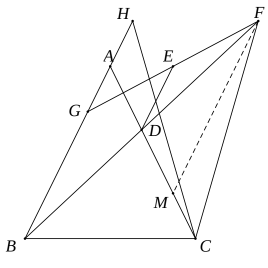
$\therefore DE /\!/ AB$

$\therefore \dfrac{FE}{GE}=\dfrac{DF}{BD}$

$\because DF=BD$

$\therefore EF=GE$

$\therefore BG=2DE$………………………………4 分



（3）$CH=CF$

证明：过点 F 作 $FM /\!/ AB$，交 AC 于点 M

$\therefore \angle BAM=\angle FMA$，

$\because \angle ADB=\angle FDM$，$DF=BD$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle MDF$

$\therefore AB=MF$，$AD=MD$

$\because AB=AC$

$\therefore AC= MF$

∵$BG=2DE$，$AM=2AD$，且 $AD=DE$

∴$BG=AM$

∴$AB-AG=AC-AM$

即 $AG=CM$

∵$AH=AG$

∴$AH=CM$

∵$FM\parallel AB$

∴$\angle HAC=\angle FMC$

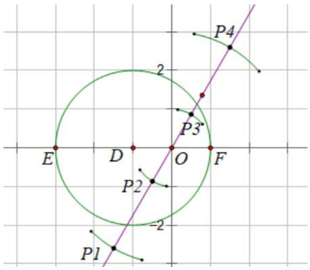
∴$\triangle HAC\cong\triangle CMF$

∴$CH=CF$…………………………………………7 分

28. （1）C_2，C_3……………………………………………………………………2 分

（2）∵$D(-1,0)$，$\odot D$ 的半径为 2， P 为$\odot D$ 的关联点

∴$OE=3$，$OF=1$，



点 P 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，当 $OP=OE=3$ 时，

∴点 P_1 的横坐标是 $-\frac{3}{2}$，P_4 的横坐标是 $\frac{3}{2}$，

点 P 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，当 $OP=OF=1$ 时，

∴点 P_2 的横坐标是 $-\frac{1}{2}$，P_3 的横坐标是 $\frac{1}{2}$，

∴点 P 的横坐标的取值范围是 $-\frac{3}{2}\le x_p\le-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\le x_p\le\frac{3}{2}$ ………………………5 分

（3）$-6\leqslant t\leqslant 6$……………………………………………7 分