



北京市广渠门中学 2023—2024 学年度第二学期

初三数学模拟试卷

时间 120 分钟

满分 100 分

2024.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下面四幅图分别是“故宫博物院”、“广东博物馆”、“温州博物馆”、“四川博物馆”的标志，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



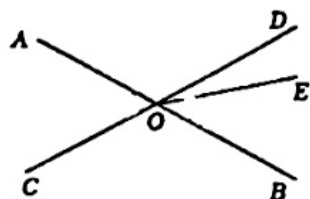
2. 位于北京怀柔科学城的“北京光源”（HEPS）是我国第一台高能同步辐射光源，在施工时严格执行“防微振动控制”的要求，控制精度级别达到纳米（nm）级。

$1 \text{ nm} = 0.000000001 \text{ m}$. 将 0.000000001 用科学记数法表示应为（ ）

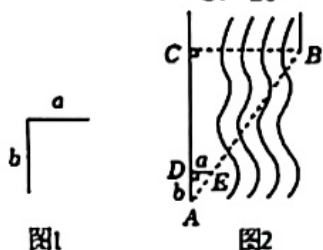
- A. 1×10^{-4}
- B. 1×10^{-9}
- C. 10×10^{-10}
- D. 0.1×10^{-4}

3. 如图，直线 AB , CD 相交于点 O , 若 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle BOE = 40^\circ$, 则 $\angle DOE$ 度数为（ ）

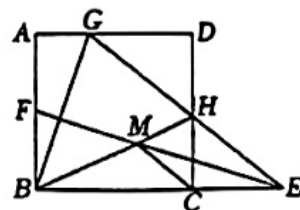
- A. 60°
- B. 40°
- C. 20°
- D. 10°



第 3 题图

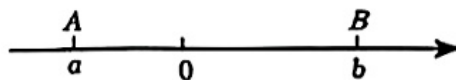


第 7 题图



第 8 题图

4. 如图，数轴上的点 A 和点 B 分别在原点的左侧和右侧，点 A 、 B 对应的实数分别是 a 、 b , 下列结论一定成立的是（ ）



- A. $a+b < 0$
- B. $b-a < 0$
- C. $2a > 2b$
- D. $a+2 < b+2$

5. 不透明的袋子中有三个小球，上面分别写着数字“1”，“2”，“3”，除数字外三个小球无其他差别。从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为 4 的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{2}$

6. 若关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 没有实数根，则 m 的值可以为（ ）

- A. -1
- B. $\frac{1}{4}$
- C. 0
- D. 1

姓名:

考号:

班别:

学校:



7. 古代的“矩”是指包含直角的作图工具，如图1，用“矩”测量远处两点间距离的方法是：把矩按图2平放在地面上，人眼从矩的一端A望点B，使视线刚好通过点E，量出AC长，即可算得BC之间的距离。若 $a=4\text{ cm}$ ， $b=5\text{ cm}$ ， $AC=20\text{ m}$ ，则 $BC=(\quad)$

- A. 15 m B. 16 m C. 18 m D. 20 m

8. 如图，在正方形ABCD中，E是BC延长线上一点，在AB上取一点F，使点B关于直线EF的对称点G落在AD上，连接EG交CD于点H，连接BH交EF于点M，连接CM. 现有下列结论：① $\angle BHG = \angle BHC$ ；② $\angle GBH = \angle BCM$ ；③ $GD = \frac{\sqrt{5}}{2}CM$ ；④若 $AG=1$ ，

$GD=2$ ，则 $BM = \sqrt{5}$ ，其中正确的是()

- A. ②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ①②④

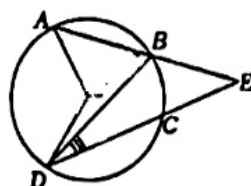
二、填空题(本题共16分，每小题2分)

9. 若 $\frac{2x}{x+1}$ 有意义，则x的取值范围是_____.

10. 分解因式： $2b^2 - 8b + 8 =$ _____.

11. 分式方程 $\frac{3}{x-3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 如图， $\odot O$ 的弦AB、DC的延长线相交于点E， $\angle AOD = 128^\circ$ ， $\angle E = 40^\circ$ ，则 $\angle BDC =$ _____.



第12题图

13. 4月23日是世界读书日，这天某校为了解学生课外阅读情况，随机收集了30名学生每周课外阅读的时间，统计如下：

阅读时间(x小时)	$x \leq 3.5$	$3.5 < x \leq 5$	$5 < x \leq 6.5$	$x > 6.5$
人数	12	8	6	4

若该校共有1200名学生，试估计全校每周课外阅读时间在5小时以上的学生人数为_____.

14. 在平面直角坐标系xOy中，点 $A(-1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上.

且 $y_1 > y_2$ ，请你写出一个符合要求的k的值_____.

15. 已知 9° 的圆周角所对的弧长是 $\frac{\pi}{5}\text{ cm}$ ，则此弧所在圆的半径是_____.

16. 高速公路某收费站出城方向有编号为A, B, C, D, E的五个小客车收费出口，假定各收费出口每20分钟通过小客车的数量是不变的. 同时开放其中的某两个收费出口，这两个出口20分钟一共通过的小客车数量记录如下：

收费出口编号	A, B	B, C	C, D	D, E	E, A
通过小客车数量(辆)	260	330	300	360	240

在A, B, C, D, E五个收费出口中，每20分钟通过小客车数量最多的一个收费出口的编号是_____.



姓名: _____
 考号: _____
 班别: _____

三、解答题 (本题共 54 分)

17. 计算: $2\cos 30^\circ - \sqrt{12} + (\frac{1}{2})^{-1} + |-\sqrt{3}|$.

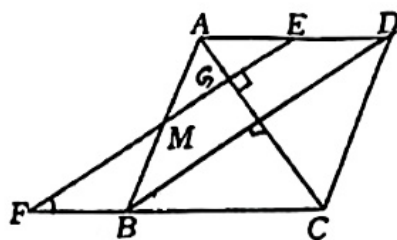
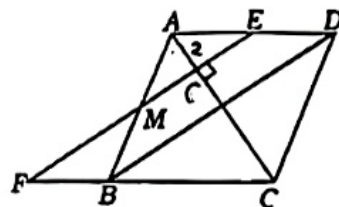
18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+1 > 4x+7 \\ \frac{5x-4}{3} \leq x \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$, 求 $(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x}) + \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x + 1}$ 的值.

20. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, 点 E 为边 AD 中点, 过点 E 作 AC 的垂线交 AB 于点 M , 交 CB 延长线于点 F .

(1) 连接 BD , 求证: 四边形 $BDEF$ 是平行四边形;

(2) 若 $FB = 5$, $\sin F = \frac{3}{5}$, 求 AC 的长.





学校: _____ 班别: _____ 考号: _____ 姓名: _____

三、解答题 (本题共 54 分)

17. 计算: $2\cos 30^\circ - \sqrt{12} + (\frac{1}{2})^{-1} + |-\sqrt{3}|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+1 > 4x+7 \\ \frac{5x-4}{3} \leq x \end{cases}$$

19. 已知 $x^2 - x - 1 = 0$, 求 $(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x}) + \frac{x^2 - x}{x^2 + 2x + 1}$ 的值.

21. 京雄高速北京段于 2023 年 12 月 31 日全线贯通. 通车后、由西南五环至雄安新区可实现 1 小时通达, 比原来节省了 30 分钟. 小东爸爸发现通车后从西南五环去雄安新区出差比通车前少走 27.5 千米, 如果平均车速比原来每小时多走 17 千米, 正好和设计相符, 通车前小东爸爸驾车去雄安新区出差的平均时速是多少?

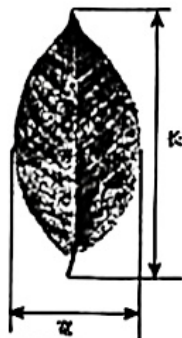
22. 在平面直角坐标系中, 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(0, -1)$ 和点 $B(1, 0)$.

(1) 求 k 、 b 的值;

(2) 当 $x > -1$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx + 3 (m > 0)$ 的值大于函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范



23. 【问题情境】大自然中的植物千姿百态，如果细心观察，就会发现：不同植物的叶子通常有着不同的特征，如果我们用数学的眼光来观察，会有什么发现呢？“数智”小组的四位同学开展了“利用树叶的特征对树木进行分类”的项目化学习活动。



【实践发现】同学们从收集的杨树叶、柳树叶中各随机选取 10 片，通过测量得到这些树叶的长和宽（单位：cm）的数据后，分别计算长宽比，整理数据如下：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
杨树叶的长宽比	2	2.4	2.1	2.4	2.8	1.8	2.4	2.2	2.1	1.7
柳树叶的长宽比	1.5	1.6	1.5	1.4	1.5	1.4	1.7	1.5	1.6	1.4

【实践探究】

分析数据如下：

	平均数	中位数	众数	方差
杨树叶的长宽比	2.19	m	2.4	0.0949
柳树叶的长宽比	1.51	1.5	n	0.0089

【问题解决】

(1) 上述表格中： $m = 2.15$ ， $n = \underline{\quad}$ ；

(2) ①这两种树叶从长宽比的方差来看， 树叶的形状差别较小；

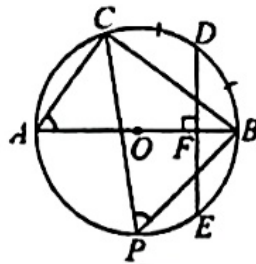
②该小组收集的树叶中有一片长为 11.5 cm，宽为 5 cm 的树叶，这片树叶来自于 树的可能性大；

(3) 该小组准备从四位成员中随机选取两名同学进行成果汇报，请用列表或画树状图的方法求成员小颖和小娜同时被选中的概率。

24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C 是圆上一点， D 是 BC 的中点，弦 $DE \perp AB$ ，垂足为点 F 。

(1) 求证： $BC = DE$ ；

(2) P 是 \widehat{AE} 上一点， $AC = 6$ ， $\tan \angle BPC = \frac{4}{3}$ ，求 BF 的长度。





姓名: _____
考号: _____
班别: _____
学校: _____

25. “城市轨道交通是现代大城市交通的发展方向, 发展轨道交通是解决大城市病的有效途径。”如图 1, 北京地铁 (Beijing Subway) 是中华人民共和国北京市的城市轨道交通系统, 规划于 1953 年, 始建于 1965 年, 运营于 1969 年, 是中国第一个地铁系统。

小东了解到列车从磁器口站开往广渠门内站时, 在距离停车线 256 米处开始减速。他想知道列车从减速开始, 经过多少秒停下来, 以及最后一秒滑行的距离。为了解决这个问题, 小东通过建立函数模型来描述列车离停车线的距离 s (米) 与滑行时间 t (秒) 的函数关系, 再应用该函数解决相应的问题。



图 1

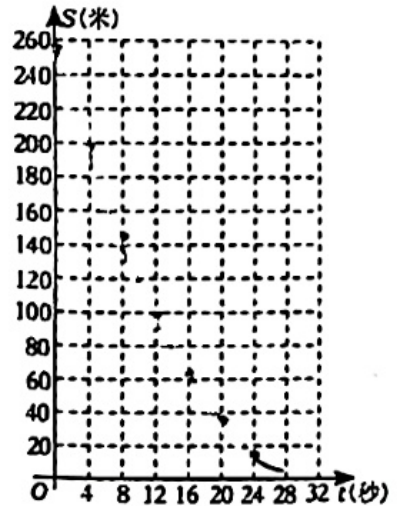


图 2

(1) 建立模型

①收集数据

t (秒)	0	4	8	12	16	20	24		...
s (米)	256	196	144	100	64	36	16		...

②建立平面直角坐标系

为了观察 s (米) 与 t (秒) 的关系, 建立如图 2 所示的平面直角坐标系。

③描点连线

请在平面直角坐标系中将表中未描出的点补充完整, 并用平滑的曲线依次连接。

④选择函数模型

观察这条曲线的形状, 它可能是 _____ 函数的图象。

⑤求函数解析式

解: 设 $s = at^2 + bt + c (a \neq 0)$, 因为 $t = 0$ 时, $s = 256$, 所以 $c = 256$, 则 $s = at^2 + bt + 256$ 。

请根据表格中的数据, 求 a , b 的值。

验证: 把 a , b 的值代入 $s = at^2 + bt + 256$ 中, 并将其余几对值代入求出的解析式, 发现它们都满足该函数解析式。

(2) 应用模型

列车从减速开始经过 _____ 秒, 列车停止; 最后一秒钟, 列车滑行的距离为 _____ 米。



26. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 当 $t = 2$ 时,

① 写出 b 与 a 满足的等量关系:

② 当函数图象经过点 $(1, 3)$, (x_1, y_1) , $(x_1 + 2, y_2)$ 时, 求 $y_1 + y_2$ 的最小值:

(2) 已知点 $A(-1, m)$, $B(3, n)$, $C(x_0, p)$ 在该抛物线上, 若对于 $3 < x_0 < 4$, 都有 $m > p > n$, 求 t 的取值范围.



学校：_____ 班别：_____ 考号：_____ 姓名：_____

27. 如图1, $\angle OPQ = \alpha$, 点 A 在 PQ 上, 过点 A 作 PO 的平行线, 与 $\angle OPQ$ 的平分线交于点 B , M 为 PB 的中点, 点 C 在 PM 上, (不与点 P, M 重合), 连接 AC , 将线段 AC 绕点 A 顺时针旋转 $180^\circ - \alpha$, 得到线段 AD , 连接 BD .

(1) ①直接写出线段 AP 与 AB 之间的数量关系;

②用等式表示线段 BD, BM, MC 之间的数量关系, 并证明;

(2) 连接 DC 并延长, 分别交 AB, PO 于点 E, F , 过点 M 作 OP 的垂线, 交 DC 于点 N . 依题意补全图形, 用等式表示线段 CF, CN, NE 之间的数量关系.

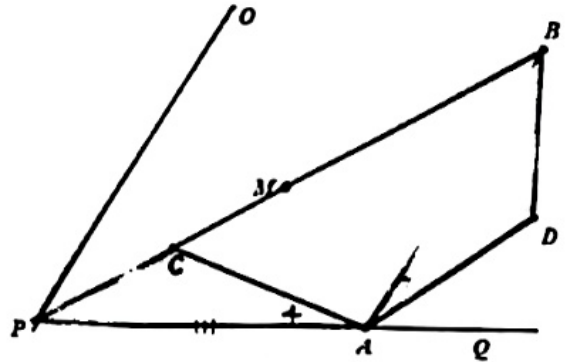
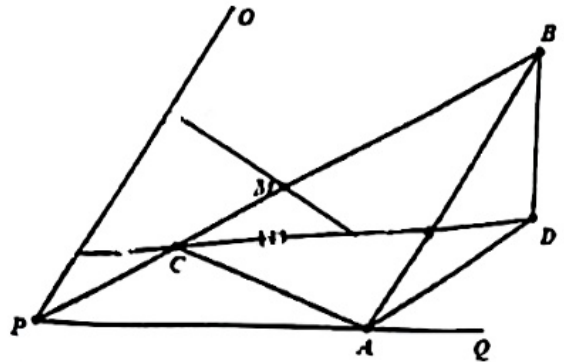


图1



备用图



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, M 为 $\odot O$ 上一点, 点 $N(0, -2)$.

对于点 P 给出如下定义: 将点 P 绕点 M 顺时针旋转 90° , 得到点 P' , 点 P' 关于点 N 的对称点为 Q , 称点 Q 为点 P 关于点 M, N 的“中旋点”.

(1) 如图 1, 已知点 $P(4, 0)$, 点 Q 为点 P 关于点 M, N 的“中旋点”.

①若点 $M(0, 1)$, 在图中画出点 Q , 并直接写出 OQ 的长度为 _____;

②当点 M 在 $\odot O$ 上运动时, 直线 $y = x + b$ 上存在点 P 关于点 M, N 的“中旋点” Q , 求 b 的取值范围:

(2) 点 $P(r, 0)$, 当点 M 在 $\odot O$ 上运动时, 若 $\odot O$ 上存在点 P 关于点 M, N 的“中旋点” Q , 直接写出 r 的取值范围.

