



门头沟区 2024 年初三年级综合练习（二）

数 学

2024.5

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 个小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 某几何体的展开图是由大小形状相等的两个正方形、四个长宽不等的矩形组成，则该几何体是
A. 正方体 B. 长方体 C. 四棱锥 D. 三棱柱
2. 目前所知病毒中最小的是一级口蹄疫病毒，它属于微核糖核酸病毒科鼻病毒属，其最大颗粒直径为 23 纳米，即 0.000000023 米，将 0.000000023 化成科学计数法为
A. 2.3×10^{-7} B. 2.3×10^{-8} C. 2.3×10^{-9} D. 0.23×10^{-10}
3. 下图是手机的一些手势密码图形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



A



B

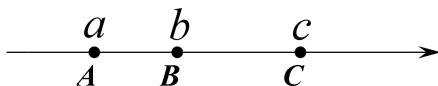


C



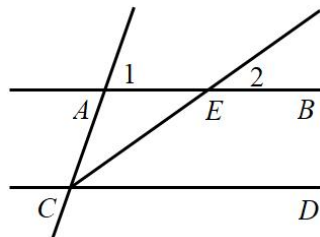
D

4. 某个正多边形的一个内角是它的外角的 2 倍，则该正多边形是
A. 正方形 B. 正五边形 C. 正六边形 D. 正七边形
5. 数轴上的三点 A、B、C 所表示的数分别为 a、b、c 且满足 $a+b < 0$ ， $b \cdot c < 0$ ，则原点在



- A. 点 A 左侧 B. 点 A 点 B 之间（不含点 A 点 B）
 - C. 点 B 点 C 之间（不含点 B 点 C） D. 点 C 右侧
6. 如图， $AB \parallel CD$ ，CE 平分 $\angle ACD$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ， $\angle 2$ 的度数为

- A. 30°
- B. 35°
- C. 45°
- D. 70°

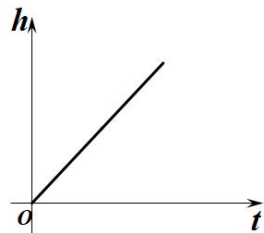




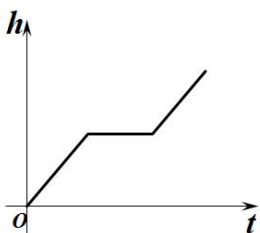
7. 小明去商场购物, 购买完后商家有一个抽奖答谢活动, 有 m 张奖券, 其中含奖项的奖券有 n 张, 每名已购物的顾客只能抽取一次, 小明抽之前有 10 名顾客已经抽过奖券, 中奖的有 3 人, 则小明中奖的概率为

- A. $\frac{n}{m}$ B. $\frac{n}{m-10}$ C. $\frac{n-3}{m-10}$ D. $\frac{n-3}{m}$

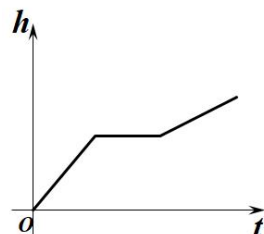
8. 如图所示, 两个体积不等的圆柱形水杯, 大小水杯口均朝上, 现往大水杯中均匀注水, 注水过程中小水杯始终在原来位置, 设水面上升高度为 h , 注水时间为 t , 下列图象能正确反应注水高度随时间变化关系的是



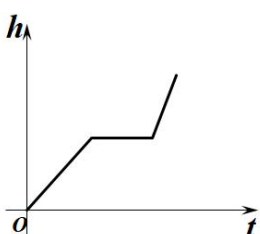
A



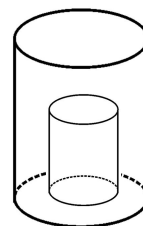
B



C



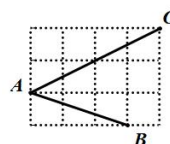
D



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

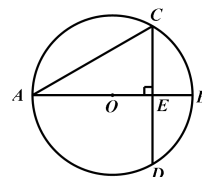
9. 如果分式 $\frac{m+1}{m-1}$ 值为零, 那么实数 m 的取值是_____.

10. 如图所示的网格是正方形网格, 点 A, B, C 是网格线交点, 则 $\sin A =$ _____.



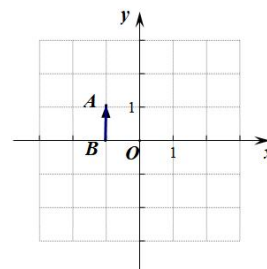
11. 在实数范围内进行因式分解: $mx^2 - 2m =$ _____.

12. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $AC = CD$, 如果 $AC = 2\sqrt{3}$ 则 $\odot O$ 的半径长为_____.



13. 某函数图象满足过点 $(0, 2)$, 且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 写出一个满足条件的表达式_____.

14. 如图, 在平面直角坐标系内, 某图象上的点 A, B 为整数点, 以点 O 为位似中心将该图像扩大为原的 2 倍, 则点 A 的坐标为_____.



15. 某校抽测了某班级的 10 名学生竞赛成绩 (均为整数), 从低到高排序如下:

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10}$$

如果 $x_4=83$, $x_7=86$, 该组数据的中位数是 85, 则 $x_5 =$ _____.



16. “谁知盘中餐，粒粒皆辛苦”知农爱农，珍惜粮食，传承美德，从校园做起。为响应此号召学校举办“减少舌尖上的浪费”宣传活动，参加活动的共 60 人，其中有校领导，教师代表，七年级学生代表，八年级学生代表和九年级学生代表。已知校领导和教师代表的总人数是七年级学生代表和八年级学生代表总人数的四分之一，校领导和七年级学生代表的总人数是教师代表和八年级学生代表总人数的七倍，则参加这次活动的九年级学生代表有_____人。

三、解答题（本题共 68 分，第 17~21 题每小题 5 分，第 22~24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

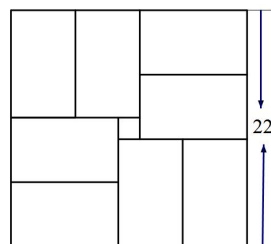
解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算： $|\sqrt{3}-2| - (\pi+2021)^0 + 2\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

18. 解分式方程： $\frac{x}{x+1} - \frac{6}{x^2-1} = 1$.

19. 已知： $x-y=0$ ，求 $\frac{x-2y}{x^2+2xy+y^2} \cdot (x+y)$ 的值.

20. 如图，小明在拼图时，发现 8 个一样的小长方形恰好可以拼成一个边长为 22 的正方形，但是中间留了个洞，恰好是边长为 2 的小正方形，求每个小长方形的长和宽.

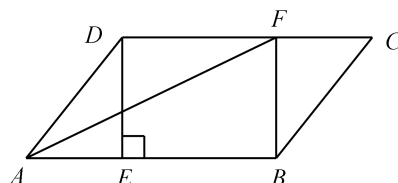


21. 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，点 F 在边 CD 上， $DF = BE$ ，连接 AF 和 BF 。

(1) 求证：四边形 $BFDE$ 是矩形；

(2) 如果 AF 平分 $\angle DAB$ ， $BF = 4$ ， $\sin C = \frac{4}{5}$ ，

求 DC 的长。





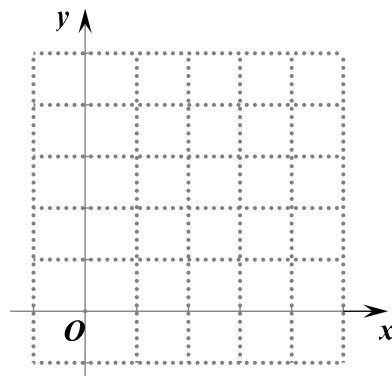
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象过点 $A(1, 1)$.

(1) 求 k 的值;

(2) 一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的图象过 $A(0, 3)$, 与 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点, 两函数图象交点之间的部分组成的封闭图形称作图象“G”, 该图象内横纵坐标均为整数的点称为“G 区域点” (不含边界);

① 当一次函数图象过 $(3, 1)$ 时, 存在 _____ 个“G 区域点”;

② 如果“G 区域点”的个数为 3 个, 画出示意图, 直接写出 a 的取值范围.



23. 啦啦操是一项展现青春活力的运动项目, 北京市多所学校都选择以啦啦操为载体, 让更多的学生在训练的过程中收获了健康与快乐. 某校啦啦操学员共 16 名, 测量并获取了所有学员的身高 (单位: cm), 数据整理如下:

a. 16 名学生的身高:

153, 153, 157, 158, 159, 160, 160, 161,

164, 164, 164, 164, 167, 169, 169, 169.

b. 16 名学生的身高的平均数、中位数、众数:

平均数	中位数	众数
161.94	m	n

(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 教练将学员分组进行 PK 赛, 如果一组学员的身高的方差越小, 则认为该舞台呈现效果越好, 据此推断: 下列两组学员中, 舞台呈现效果更好的是 _____ (填“A 组”或“B 组”);

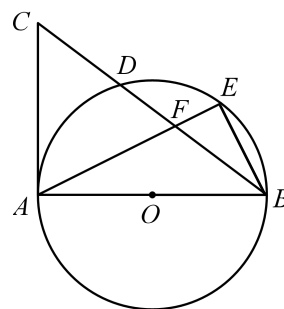
A 组学员的身高	157	158	159	160	161
B 组学员的身高	161	164	164	164	167

(3) 该啦啦操队要选五名学生, 已确定三名学员参赛, 她们的身高分别为: 160, 160, 164, 她们的身高的方差为 $\frac{32}{9}$. 在选另外两名学员时, 首先要求所选的两名学员与已确定的三名学员所组成的五名学员的身高的方差小于 $\frac{32}{9}$, 其次要求所选的两名学员与已确定的三名学员所组成的五名学员的身高的平均数尽可能的大, 则选出的另外两名学员的身高分别为 _____ 和 _____.



24.如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 BC 交 $\odot O$ 于点 D , $AC=CF$, 连接 AF 并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 AD .

- (1) 求证: $\angle EBD = \angle EAB$;
 (2) 若 $AB=4$, $CF=3$, 求 AF 的值.

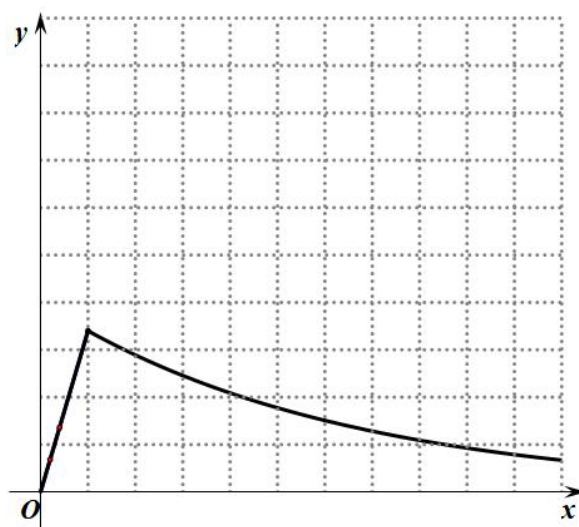


25. 医学院某药物研究所研发了甲、乙两种新药, 据监测, 如果成人按规定的剂量服用, 服药后的时间 x (小时), 服用甲种药物后每毫升血液中的含药量 y_1 (微克), 服用乙种药物后每毫升血液中的含药量 y_2 (微克), 记录部分实验数据如下:

x	0	0.20	0.40	1.00	1.53	2.26	2.52	3.38	4.53	5.44	...
y_1	0	0.68	1.36	3.40	3.21	2.77	2.65	2.31	1.92	1.65	...
y_2	0	0.18	0.36	9.00	5.03	2.26	1.70	0.66	0.19	0.07	...

对以上数据进行分析, 补充完成以下内容.

- (1) 可以用函数刻画 y_1 与 x , y_2 与 x 之间的关系, 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 已经画出 y_1 与 x 的函数图象, 请画出 y_2 与 x 的函数图象;



- (2) 如果两位病人在同一时刻分别服用这两种药物, 服药 1 小时后两位病人每毫升血液中含药量相差 _____ 微克; 两位病人大约服药后 _____ 小时每毫升血液中含药量相等; (结果保留小数点后一位)
- (3) 据测定, 每毫升血液中含药量不少于 2 微克时对治疗疾病有效, 则两种药物中 _____ 种药的药效持续时间较长, 药效大约相差 _____ 小时 (结果保留小数点后一位).

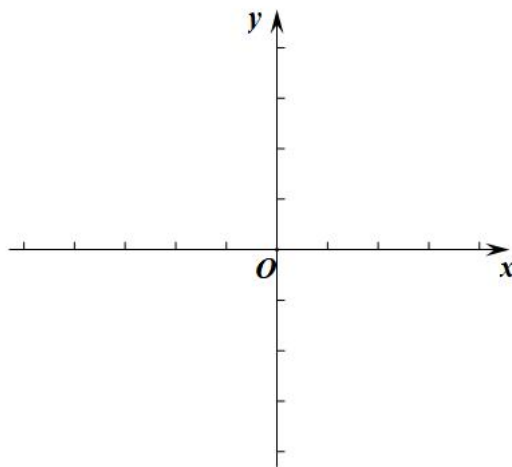


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的经过点 $A\left(0, \frac{1}{a}\right)$, 将点 A 向左平移 4 个单位长度,

得到点 B , 点 B 在抛物线上.

- (1) 求抛物线的对称轴;
- (2) 点 B 的纵坐标为 -3 时, 求 a 的值;
- (3) 已知点 $M\left(-1, \frac{1}{a}\right)$, $N(-4, -3)$. 若抛物线与线段 MN

恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=45^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , 点 E, F 分别在 AC, BC 上, 且 $\angle CEF = \frac{1}{2} \angle BAC$

EF, CD 交于点 N .

(1) 如图 1, 当点 E 与点 A 重合时, $\frac{EN}{CF} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如图 2, 当点 E 在 AC 边上时,

- ① 依题意补全图 2;
- ② $\frac{EN}{CF}$ 的值是否发生变化, 请说明理由.

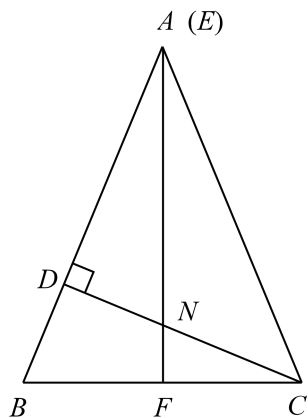


图 1

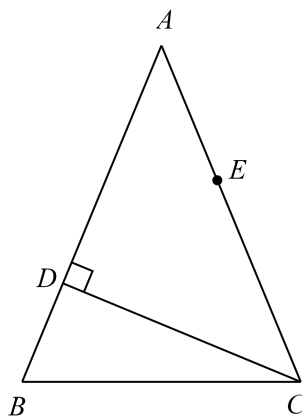


图 2



28. 对于关于 x 的一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，我们称函数 $y\{n\} = \begin{cases} kx + b & (x < n), \\ -kx - b & (x \geq n). \end{cases}$ 为一次函数 $y = kx + b$

($k \neq 0$) 的 n 级衍生函数 (其中 n 为常数)。

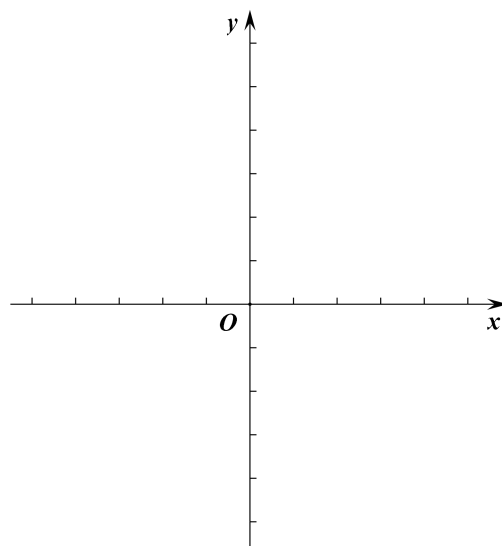
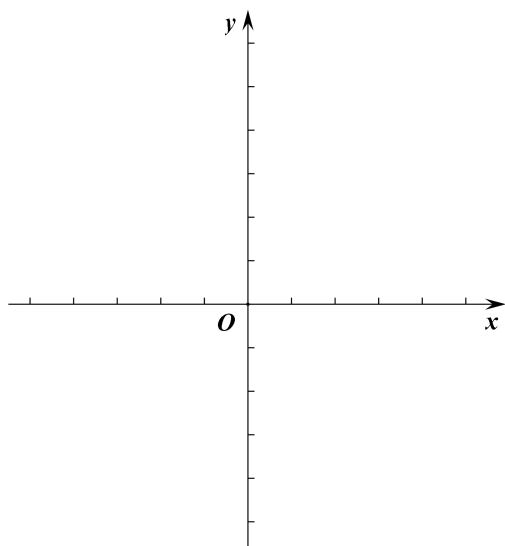
例如, $y = -4x + 1$ 的 3 级衍生函数为: 当 $x < 3$ 时, $y\{3\} = -4x + 1$; 当 $x \geq 3$ 时, $y\{3\} = 4x - 1$ 。

(1) 如果 $y = x + 1$ 的 4 级衍生函数为 $y\{4\}$,

① 当 $x = 3$ 时, $y\{4\} = \underline{\hspace{2cm}}$; ② 当 $y\{4\} = -\frac{1}{2}$ 时, $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 如果 $y = 2x + 1$ 的 -2 级衍生函数为 $y\{-2\}$, 求双曲线 $y = -\frac{3}{x}$ 与 $y\{-2\}$ 的图象的交点坐标;

(3) 如果以点 $A(0, t)$ 为圆心, 2 为半径的 $\odot A$ 与 $y = -x + 2$ 的 -1 级衍生函数 $y\{-1\}$ 的图象有交点, 直接写出 t 的取值范围。



以下为草稿纸





门头沟区 2024 年初三年级综合练习（二）

数学答案及评分参考

2024.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	D	C	C	B	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$m = -1$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$m(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$	2	不唯一	$(-2, 2)$ 或 $(2, -2)$	84、85	20

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）

17.（本小题满分 5 分）

解： $|\sqrt{3} - 2| - (\pi + 2021)^0 + 2\sin 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
 $= 2 - \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 4 \dots\dots\dots 4$ 分
 $= 5. \dots\dots\dots 5$ 分

18.（本小题满分 5 分）

解： $\frac{x}{x+1} - \frac{6}{x^2-1} = 1$
 去分母得， $x(x-1) - 6 = x^2 - 1 \dots\dots\dots 1$ 分
 $x^2 - x - 6 = x^2 - 1 \dots\dots\dots 2$ 分
 $x^2 - x - 6 = x^2 - 1$
 $-x = 5$
 $x = -5 \dots\dots\dots 4$ 分
 经检验，当 $x = -5$ 时， $(x+1)(x-1) \neq 0$ ，
 \therefore 此方程的解为 $x = -5 \dots\dots\dots 5$ 分

19.（本小题满分 5 分）

解： $\frac{x-2y}{x^2+2xy+y^2} \cdot (x+y)$
 $= \frac{x-2y}{(x+y)^2} \cdot (x+y) \dots\dots\dots 1$ 分
 $= \frac{x-2y}{x+y} \dots\dots\dots 2$ 分
 $\therefore x - y = 0,$



$\therefore x = y$ 3分

\therefore 原式 = $\frac{x-2x}{x+x} = -\frac{1}{2}$5分

20. (本小题满分5分)

解: 设小矩形的长为 x , 宽为 y , 根据题意可得.....1分

$$\begin{cases} x+2y=22 \\ 2y-x=2 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

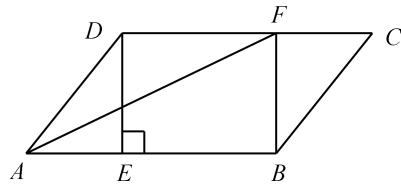
解得: $\begin{cases} x=10 \\ y=6 \end{cases}$ 4分

\therefore 每个小长方形的长为10, 宽为6.5分

21. (本小题满分5分)

(1) 证明: (1) 在 $\square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 即 $DF \parallel BE$.

- $\therefore DF = BE$,
- \therefore 四边形 $BFDE$ 为平行四边形.1分
- $\therefore DE \perp AB$, $\therefore \angle DEB = 90^\circ$.
- \therefore 四边形 $BFDE$ 为矩形.2分



(2) 由(1)可得, $\angle BFC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle BFC$ 中, $BF = 4$, $\sin C = \frac{4}{5}$

- $\therefore BC = 5$
- 由勾股定理得 $FC = 3$3分
- \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
- $\therefore AD = BC = 5$4分
- $\therefore AF$ 平分 $\angle DAB$, $\therefore \angle DAF = \angle FAB$.
- 又 $\therefore AB \parallel CD$, $\therefore \angle DFA = \angle FAB$.
- $\therefore DF = AD = 5$.
- $\therefore DC = DF + FC = 8$5分

22. (本小题满分6分)

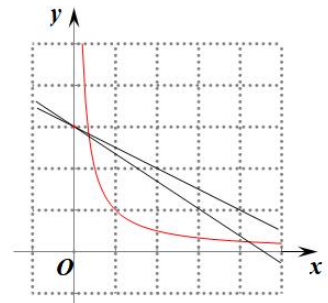
解: (1) \therefore 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(1,1)$.

$\therefore 1 = \frac{k}{1}$, 解得 $k = 1$ 2分

(2) ① 当一次函数图象过 $(3,1)$ 时, 存在 2 个 “G 区域点”;3分

② 示意图正确4分

$-\frac{2}{3} < a \leq -\frac{1}{2}$ 6分





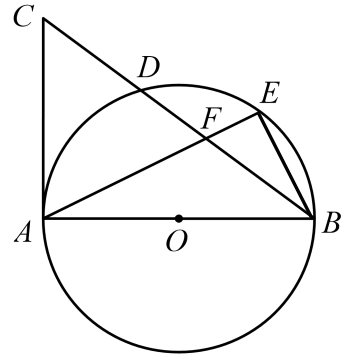
23. (本小题满分 6 分)

- 解: (1) $m=162.5$, $n=164$ 2 分
 (2) A 组4 分
 (3) 161,1646 分

24. (本小题满分 6 分)

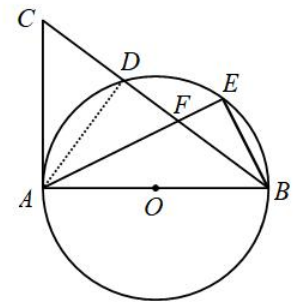
证明: (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

- $\therefore \angle AEB=90^\circ$1 分
 $\therefore \angle EBD+\angle EFB=90^\circ$,
 $\because AC$ 切 $\odot O$ 于点 A ,
 $\therefore \angle BAC=90^\circ$.
 $\therefore \angle CAF+\angle EAB=90^\circ$
 $\because AC=CF$,
 $\therefore \angle CAF=\angle CFA$.
 $\therefore \angle EFB=\angle CFA$.
 $\therefore \angle EBD=\angle EAB$3 分



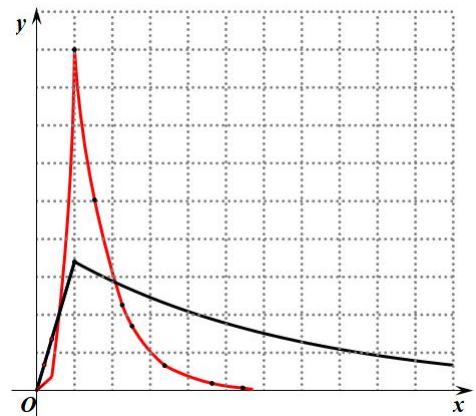
(2) 解: 连接 AD

- $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB=90^\circ$.
 \because 由 (1) 可得 $\angle CAB=90^\circ$.
 $\therefore S_{\triangle CAB} = \frac{1}{2}CA \cdot AB = \frac{1}{2}CB \cdot AD$
 $\therefore CA \cdot AB = CB \cdot AD$
 $\because AB=4$, $AC=3$, 由勾股定理可得 $BC=5$4 分
 $\therefore AD = \frac{12}{5}$
 由 $\triangle CAD \sim \triangle CAB$ 可得 $\frac{CD}{CA} = \frac{AC}{BC}$
 $\therefore CD = \frac{9}{5}$ 5 分
 $\therefore DF = \frac{6}{5}$
 在 $\triangle ADF$ 中, 由勾股定理可得 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$6 分



25. (本小题满分 5 分)

- 解: (1) 作图正确1 分
 (2) 5.6; 2.1 (1.8-2.5 之间均可)3 分
 (3) 甲, 1.5—2.0 之间均可5 分





26. (本小题满分 6 分)

解: (1) 点 B 是坐标是 $\left(-4, \frac{1}{a}\right)$

\therefore 点 A 点 B 在抛物线上

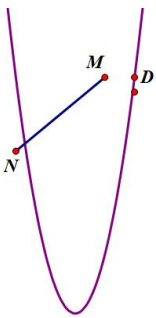
$$\therefore c = \frac{1}{a}, 16a - 4b + \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore b = 4a$$

对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -2$ 2 分

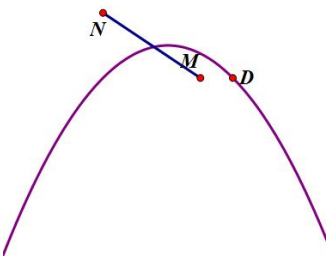
(2) $\frac{1}{a} = -3$, 即 $a = -\frac{1}{3}$ 3 分

(3) ① $a > 0$ 时, 则 $\frac{1}{a} > 0$, 由图象可知点 $M\left(-1, \frac{1}{a}\right)$ 在对称轴右侧, 抛物线上方, 点 $N(-4, -3)$ 在对称轴左侧, 抛物线下方, 此时线段 MN 与抛物线恰有一个公共点;4 分



② $a < 0$ 时, $\frac{1}{a} < 0$ 由图象可知点 $M\left(-1, \frac{1}{a}\right)$ 在对称轴右侧, 抛物线下方, 点 $N(-4, -3)$ 在对称轴左侧, 抛物线上方时, 线段 MN 与抛物线恰有一个公共点, 此时

$$\frac{1}{a} \leq -3, \text{ 即 } a \geq -\frac{1}{3} \text{5 分}$$



综上所述, 当 $a \geq -\frac{1}{3}$ 且 $a \neq 0$ 时, 线段 MN 与抛物线恰有一个公共点.6 分



27. (本小题满分 7 分)

解 (1) ②;1 分

(2) ①略;2 分

② $\frac{EN}{CF}$ 的值不发生变化.3 分

证明: 过点 E 作 $EM \parallel AB$ 交 CD, CB 分别于点 G, M ,4 分

$\therefore \angle CEM = \angle BAC = 45^\circ, \angle EGC = \angle ADC, \angle EMC = \angle B.$

$\because CD \perp AB$ 于点 $D,$

$\therefore \angle EGC = \angle ADC = 90^\circ, \angle CEM = \angle ECG = 45^\circ.$

$\therefore GE = GC.$

$\because AB = AC,$

$\therefore \angle B = \angle ACB.$

$\therefore \angle EMC = \angle ACB.$

$\therefore EM = EC.$ 5 分

$\because \angle CEF = \frac{1}{2} \angle BAC,$

$\therefore \angle CEF = \frac{1}{2} \angle CEM.$

$\therefore EF \perp CM, 2CF = 2MF = CM.$

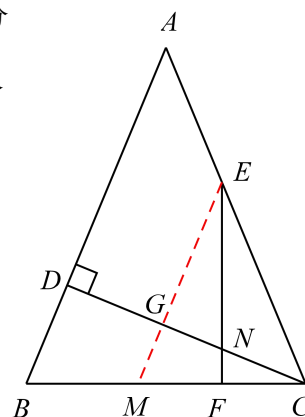
$\because \angle GEN + \angle GMC = \angle GCM + \angle GMC = 90^\circ,$

$\therefore \angle GEN = \angle GCM.$ 6 分

$\therefore \triangle GEN \cong \triangle GCM.$

$\therefore EN = CM = 2CF.$

$\therefore \frac{EN}{CF} = 2.$ 7 分



28. (本小题满分 7 分)

解: (1) ①4;1 分

② $-\frac{3}{2}.$ 2 分

(2) (1, -3).3 分

(2) $-3 - \sqrt{3} \leq t \leq 2\sqrt{2} - 2$ 或 $3 - \sqrt{3} \leq t \leq 2\sqrt{2} + 2.$ 7 分

说明:

若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分。