



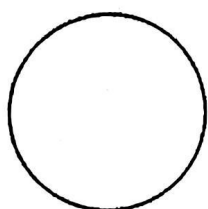
数 学 试 卷

本试卷共8页，共100分。考试时长为120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

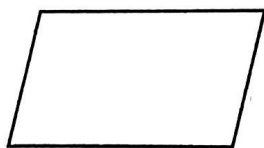
一、选择题（每小题2分，共16分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

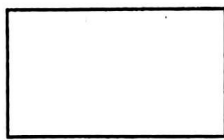
- 2024年2月5日至25日，人民网连续第23次开展全国两会调查，调查围绕10个领域设置49个候选热词。本次调查广纳民情民意，吸引约6 150 000人次参与。其中6 150 000用科学计数法可以表示为
(A) 6.15×10^5 (B) 6.15×10^6 (C) 0.615×10^6 (D) 0.615×10^7
- 下列图形中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是



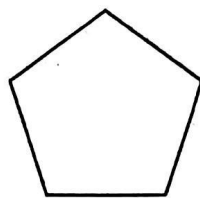
(A)



(B)

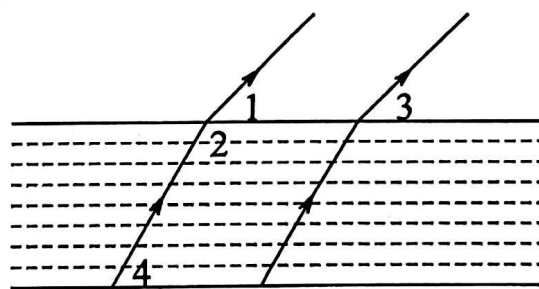


(C)



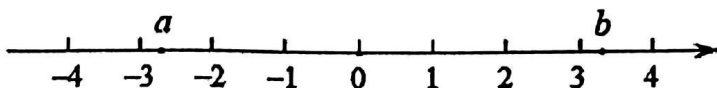
(D)

- 光线在不同介质中的传播速度是不同的，因此光线从水中射向空气时，要发生折射。由于折射率相同，所以在水中平行的光线，在空气中也是平行的。如图， $\angle 1 = 45^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，则 $\angle 3 + \angle 4 =$



3 题图

- 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论中正确的是



- 正多边形的一个外角是 60° ，那么这个正多边形是
(A) 正四边形 (B) 正六边形 (C) 正八边形 (D) 正十边形
- 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围是
(A) $m < 1$ (B) $m > 1$ (C) $m \leq 1$ (D) $m \geq 1$
- 在不透明的袋子里有三个除颜色外其它都相同的小球，两个红球，一个黄球，从中随机同时取出两个小球，其中取到一个红球一个黄球的概率为



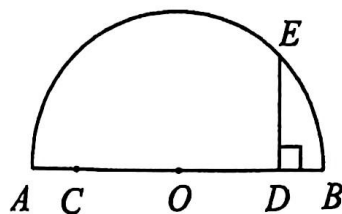
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

3. 如图, AB 为半圆 O 的直径, C, D 是直径 AB 上两点, 且 $AC = BD$, 过点 D 作 AB 的垂线交半圆于点 E , $CD = 2DE$. 设 $AD = a$, $AC = b$, $DE = c$, 给出下面三个结论:

- ① $a - b = 2c$; ② $\frac{c}{a} = \frac{b}{c}$; ③ $a + b = 2\sqrt{2}c$.

所有正确结论的序号是

- (A) ①②
(B) ①③
(C) ②③
(D) ①②③



8 题图

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

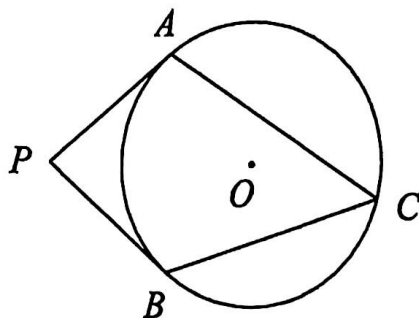
9. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $3x^2 + 6xy + 3y^2 =$ _____.

11. 分式方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-1}$ 的解是_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $(1, m)$ 和 $(4, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象上, 则 $m =$ _____.

13. 如图, 点 P 为 $\odot O$ 外一点, 过点 P 作 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 点 C 为优弧 AB 上一点, 若 $\angle P = 80^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____.



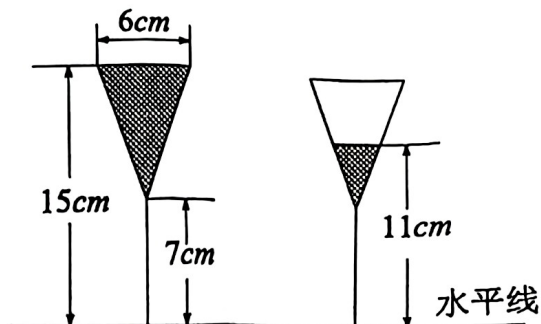
13 题图

14. 2024 年 3 月 12 日, 是我国的第 46 个植树节, 今年植树节的主题是“共同呵护地球家园, 筑造美丽未来”. 下表是某地区在植树节期间, 不同批次种植杨树的成活率的统计结果, 请你估计植树节期间, 种植杨树的成活率大约为_____ (结果保留两位小数).

	第一批次	第二批次	第三批次	第四批次	第五批次
种植数量	200	200	200	200	200
成活数量	194	193	192	196	195
成活频率	0.970	0.965	0.960	0.980	0.975



15. 图 1 是装满红酒的高脚杯示意图，装酒的杯体可看作一个三角形，液面宽度为 6cm，其它数据如图所示，喝掉一部分后的数据如图 2 所示，此时液面宽度为 _____ cm.



15 题图 1

15 题图 2

16. 某学校为丰富学生的课余生活，组织校园篮球赛，初三年级 6 个班进行单循环比赛（即每班都与其他班比赛一场），每天同时在三个场地各进行一场比赛。已知第一天（2）班与（4）班比赛，第二天（3）班与（5）班比赛，第三天（4）班与（6）班比赛，第四天（2）班与（3）班比赛，那么第三天与（3）班比赛的是 _____ 班，第五天与（1）班比赛的是 _____ 班.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\sin 45^\circ + |1 - \sqrt{2}|$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x - 8 \geq x, \\ \frac{3x - 1}{2} > x. \end{cases}$$

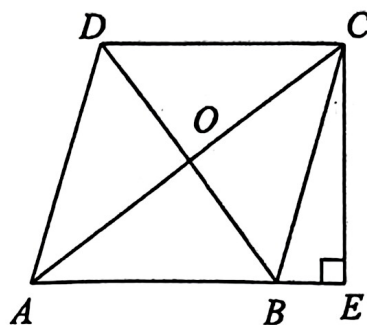
19. 已知 $x^2 + x - 2 = 0$ ，求代数式 $\left(\frac{1}{x-1} + 1\right) \div \frac{2}{x^2 - 1}$ 的值.



20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = AD$ ，对角线 AC ， BD 交于 O ， AC 平分 $\angle BAD$ 。

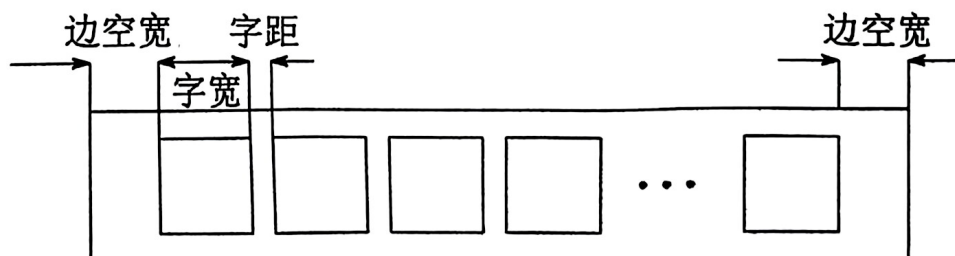
(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 过点 C 作 AB 的垂线交其延长线于点 E ，若 $BD = 6$ ， $\tan \angle OAB = \frac{3}{4}$ ，求 CE 的长。



20 题图

21. 如图，初三年级准备制作一个长 8.5m 的横幅，横幅内容定为 16 个字，对横幅的有关数据作如下规定：每个字的字宽是相同的，每两个字之间的字距均相等，边空宽：字宽：字距 = $3:4:1$ ，试求横幅字距是多少？



21 题图

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与函数 $y = 2x$ 的图象平行，且过点 $A(1, 3)$ 。

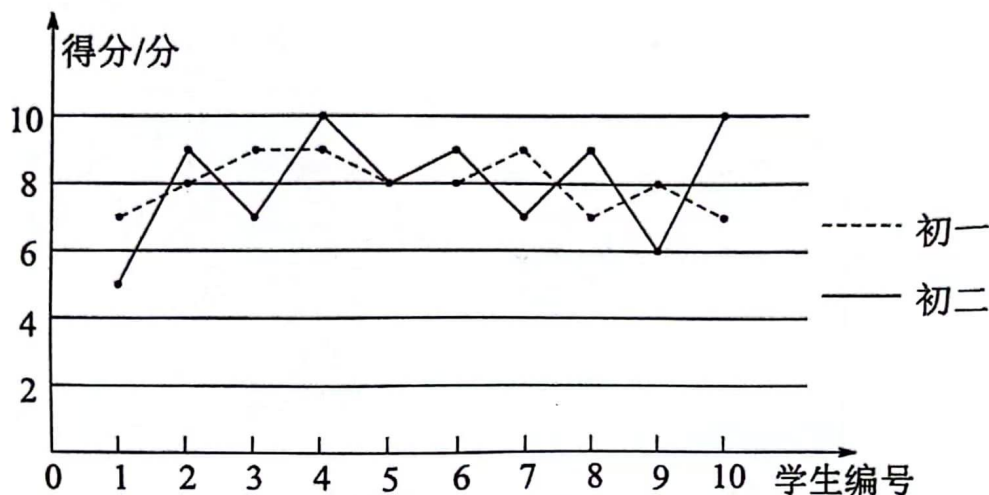
(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 当 $x > 1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值都大于函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值，直接写出 m 的取值范围。



23. 4月24日是中国航天日,某校初中部举办了“航天知识”竞赛,每个年级各随抽取10名学生.统计这部分学生的竞赛成绩,并对成绩进行了收集、整理,分析.下面给出了部分信息.

a. 初一、初二年级学生得分的折线图



b. 初三年级学生得分:

10, 9, 6, 10, 8, 7, 10, 7, 3, 10

c. 初一、初二、初三,三个年级学生得分的平均数和中位数如下

年级	初一	初二	初三
平均数	8	8	m
中位数	8	8.5	n

根据以上信息,回答下列问题:

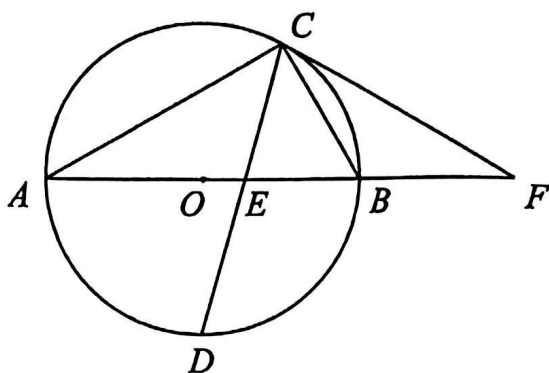
- 由折线图可知,初一、初二两个年级学生“航天知识”竞赛,成绩更稳定的是_____ (填“初一”或“初二”);
- 统计表中 $m =$ _____, $n =$ _____;
- 由于数据统计出现失误,初三年级所调查的10名学生中有一名学生被记录为6分,实际得分为9分,将数据修正后,初三年级所调查的10名学生中以下统计数据发生变化的: _____ (写出符合题意的序号).
①平均数; ②中位数; ③众数; ④方差.



24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 若弦 CD 平分 $\angle ACB$, 交 AB 于点 E , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CF , 交 AB 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\angle ECF = \angle FEC$;

(2) 连接 BD , 若 $\angle CDB = 30^\circ$, $BF = 2$, 求 $\odot O$ 半径的长.



24 题图

25. 通常把脏衣服用洗衣液清洗后会进行拧干, 但由于不可能拧净衣服上的全部污水, 所以还需要用清水进行多次漂洗, 不断降低衣服中污水的含量. 如: 把一件存留 1 斤污水的衣服用 10 斤清水漂洗后, 拧干到仍然存留 1 斤污水, 则漂洗后衣服中存有的污物是原来的 $\frac{1}{11}$.

某小组决定使用 20 斤清水, 对某件存留 1 斤污水衣服分别进行漂洗, 且每次拧干后的衣服上都存留约 1 斤的污水.

(1) 该小组设计了如下两个方案, 请你完善方案内容:

方案一: 采用一次漂洗的方式.

将 20 斤清水一次用掉, 漂洗后该衣服中存有的污物是原来的 _____;

方案二: 采用两次漂洗的方式.

若第一次用 14 斤清水, 第二次用 6 斤清水, 漂洗后该衣服中存有的污物是原来的 _____; 若在第一次用 x ($0 < x < 20$) 斤清水, 第二次用 $(20 - x)$ 斤清水, 漂洗后该衣服中存有的污物是原来的 _____ (用含有 x 的代数式表示);

通过计算分析, 方案 _____ (“一” 或 “二”) 的漂洗效果更好.

(2) 若采用方案二, 第一次用 _____ 斤清水, 漂洗效果最好, 二次漂洗后该衣服中存有的污物是原来的 _____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上任意两点, 其中 $x_1 < x_2$.

(1) 若抛物线经过点 $(4, c)$,

①求抛物线的对称轴;

②当 $x_1 + x_2 > 4$ 时, 比较 y_1, y_2 的大小, 并说明理由;

(2) 设抛物线的对称轴为直线 $x = t$, 若存在实数 m , 当 $t \leq m$ 时, $x_1 = m, x_2 = m + 1$, 都有 $|y_1 - y_2| \geq 2$, 直接写出 a 的取值范围.

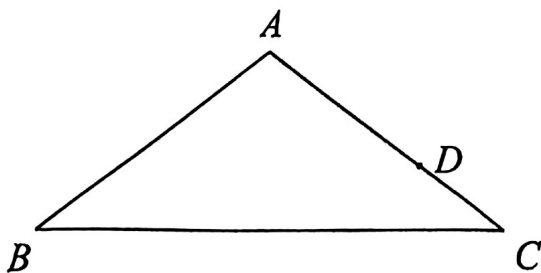
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = \alpha$, 点 D 是平面内任意一点 (不与点 A, B, C 重合), 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 2α 得到线段 AE . 连接 BE , G 为 BE 的中点, 连接 AG, CD .

(1) 如图 1, 当点 D 在 AC 边上时,

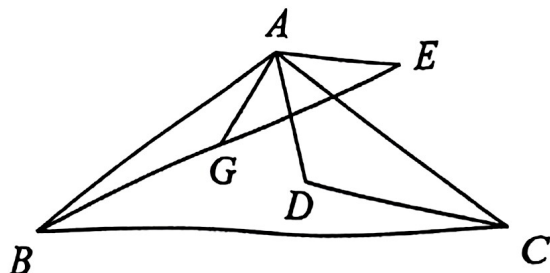
①根据题意, 补全图 1;

②直接写出: $\frac{CD}{AG} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如图 2, 当点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时, (1) 问中 $\frac{CD}{AG}$ 的比值还成立吗? 如果成立, 请证明你的结论, 如果不成立, 请说明理由.



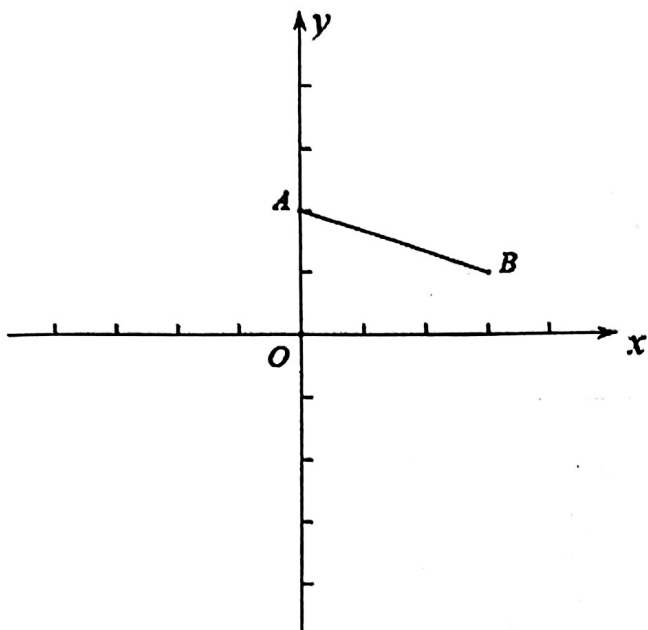
27 题图 1



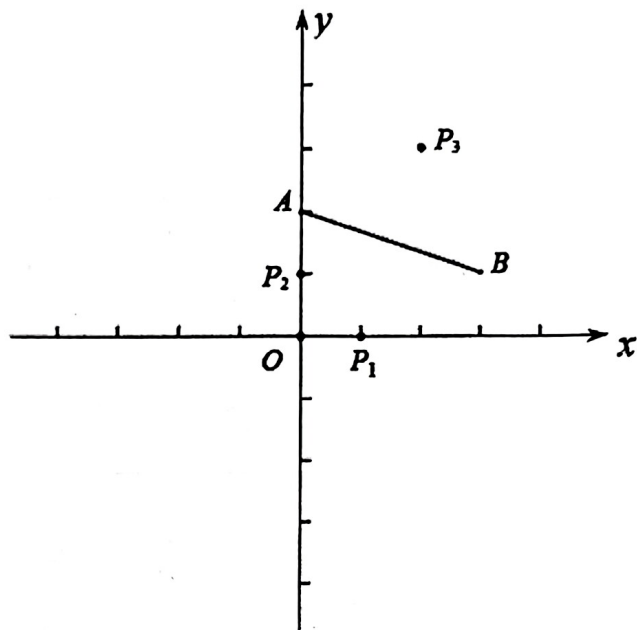
27 题图 2



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M , 给出如下定义: 将图形 M 绕 P 顺时针旋转 90° 得到图形 N , 当图形 M 与图形 N 有公共点时, 我们称点 P 是图形 M 的“关联点”. 已知 $A(0,2), B(3,1)$.



28 题



28 题图 1

- (1) 如图 1, 点 P 是线段 AB 的“关联点”, 在点 $P_1(1,0), P_2(0,1), P_3(2,3)$ 中, 则满足条件的点是_____;
- (2) 若直线 $y = -x + b$ 上存在点 P , 使点 P 为线段 AB 的“关联点”, 直接写出 b 的取值范围;
- (3) 以 $(t,0)$ 为圆心, 1 为半径的 $\odot T$, 若线段 AB 上存在点 P , 使点 P 为 $\odot T$ 的“关联点”, 直接写出 t 的取值范围.



一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	D	B	C	A	D

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 1$	$3(x+y)^2$	$x=3$	8	50	0.97	3	(1) 班; (2) 班

三、解答题（本题共 68 分，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 解: $= 2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 \dots\dots\dots 4$ 分

$= 2\sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots 5$ 分

18. 解: 解不等式①得, $x \geq 4 \dots\dots\dots 2$ 分

解不等式②得, $x > 1 \dots\dots\dots 4$ 分

所以这个不等式的解集为 $x \geq 4 \dots\dots\dots 5$ 分

19. 解: 原式 $= \frac{1+x-1}{x-1} \div \frac{2}{x^2-1} \dots\dots\dots 1$ 分

$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{2} \dots\dots\dots 2$ 分

$= \frac{x^2+x}{2} \dots\dots\dots 3$ 分

$\because x^2+x-2=0$

$\therefore x^2+x=2 \dots\dots\dots 4$ 分

\therefore 原式 $= 1 \dots\dots\dots 5$ 分

20. (1) 证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC$

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCA = \angle BAC$

$\therefore \angle DAC = \angle DCA$

$\therefore AD = CD \dots\dots\dots 1$ 分

$\because AB = AD$,

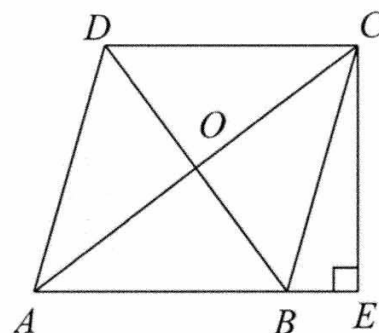
$\therefore AB = CD$,

$\because AB \parallel CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 $\dots\dots\dots 2$ 分

$\because AB = AD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形 $\dots\dots\dots 3$ 分



20 题图

(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形

$$\therefore AC \perp BD, OB = OD = \frac{1}{2}BD = 3, AO = OC = \frac{1}{2}AC.$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AOB \text{ 中, } \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore AO = 4, AB = 5. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = 8, \sin \angle OAB = \frac{3}{5}$$

\therefore 过点 C 作 AB 的垂线交其延长线于点 E

$$\therefore \angle CEA = 90^\circ$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ACE \text{ 中, } \sin \angle OAB = \frac{CE}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore CE = \frac{24}{5} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



21. 解: 因为边空宽: 字宽: 字距 = 3: 4: 1

所以设边空宽为 $3xm$, 字宽为 $4xm$, 字距为 xm $\dots\dots\dots 1$ 分

由题意可得: $2 \times 3x + 16 \times 4x + 15x = 8.5$ $\dots\dots\dots 3$ 分

解得 $x = 0.1$ $\dots\dots\dots 4$ 分

答: 横幅字距为 $0.1m$. $\dots\dots\dots 5$ 分

22. 解: (1) \because 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与函数 $y = 2x$ 的图象平行,

$$\therefore k = 2. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

将 $A(1, 3)$ 代入 $y = 2x + b$ 得到 $b = 1$. $\dots\dots\dots 2$ 分

$$\therefore \text{一次函数表达式为 } y = 2x + 1. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) m \geq 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

23. 解: (1) 初一; $\dots\dots\dots 2$ 分

$$(2) m = 8, n = 8.5; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(3) ①②④. (备注: 有错误选项不给分, 选的不全给 1 分) $\dots\dots\dots 2$ 分

24. (1) 证明: 连接 OD, OC .

$$\because CD \text{ 平分 } \angle ACB$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BD} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because AB \text{ 是直径, } \widehat{AD} = \widehat{BD}$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD = 90^\circ$$

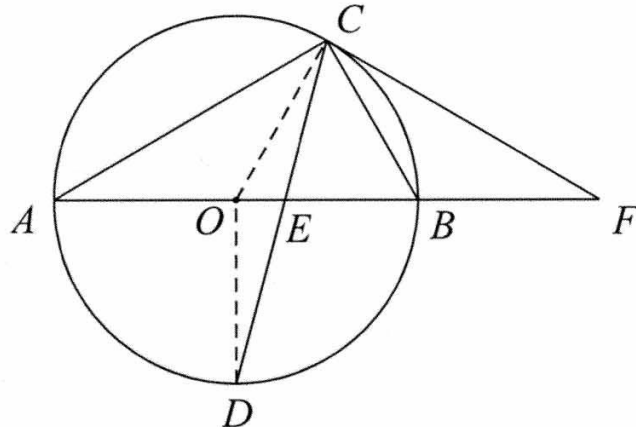
\therefore 在 $\text{Rt} \triangle EOD$ 中,

$$\angle ODE + \angle OED = 90^\circ$$

$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 切线

$$\therefore \angle OCF = \angle OCE + \angle FCE = 90^\circ \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore OD = OC$$





$$\therefore \angle ODE = \angle OCE$$

$$\therefore \angle OED = \angle FCE$$

$$\therefore \angle OED = \angle FEC$$

$$\therefore \angle FCE = \angle FEC \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because AB$ 是直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BC}$$

$$\therefore \angle CDB = \angle CAB = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ$$

$$\therefore OB = OC$$

$\therefore \triangle OBC$ 为等边三角形 $\dots\dots$

$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

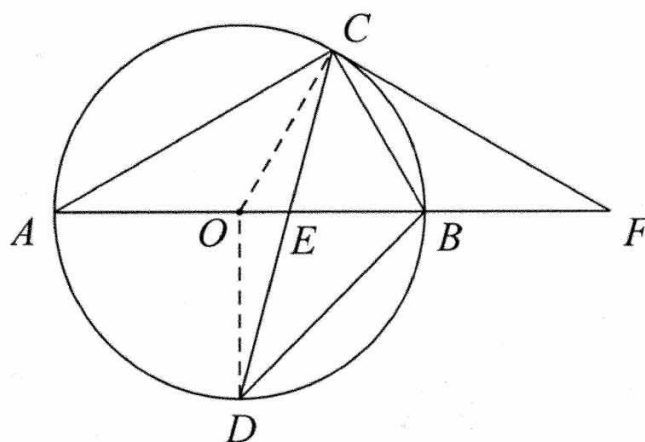
$$\therefore \angle BOC = \angle OCB = \angle ABC = 60^\circ$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle COF \text{ 中, } \cos \angle COF = \frac{OC}{OF} = \frac{1}{2}$$

设 $OC = OB = r$, 则 $OF = r + 2$

$$\therefore \frac{r}{r+2} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$r = 2 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



25. 解: (1) $\frac{1}{21}$; $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\frac{1}{105}; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\frac{1}{(x+1)(21-x)}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

二 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 10; $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\frac{1}{121} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

26. 解: (1) ① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与 y 轴的交点为 $(0, c)$, 且抛物线经过点 $(4, c)$

$\therefore (0, c)$ 与 $(4, c)$ 关于对称轴对称

$$\therefore \text{对称轴 } x = \frac{0+4}{2} = 2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

② $y_1 < y_2$ $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = 2$$

$$\therefore b = -4a$$



∴ 抛物线为 $y = ax^2 - 4ax + c$

把 M, N 代入抛物线

得: $y_1 = ax_1^2 - 4ax_1 + c, y_2 = ax_2^2 - 4ax_2 + c$

$$\begin{aligned} \therefore y_1 - y_2 &= ax_1^2 - 4ax_1 - ax_2^2 + 4ax_2 \\ &= a(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) - 4a(x_1 - x_2) \\ &= a(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 4) \end{aligned}$$

∵ $x_1 < x_2$ 且 $x_1 + x_2 > 4$

∴ $x_1 - x_2 < 0, x_1 + x_2 - 4 > 0$

∴ $a > 0$

∴ $y_1 - y_2 < 0$

∴ $y_1 < y_2$ 5 分

(2) $a \geq 2$ 6 分

27. 解: (1) ①补图 2 分

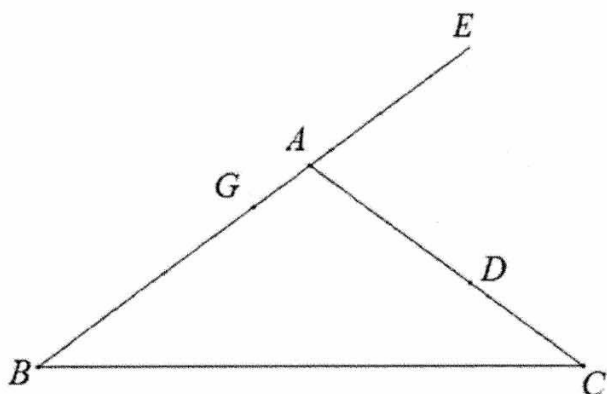


图 1

② $\frac{CD}{AG} = 2$; 4 分

(2) 仍成立. 5 分

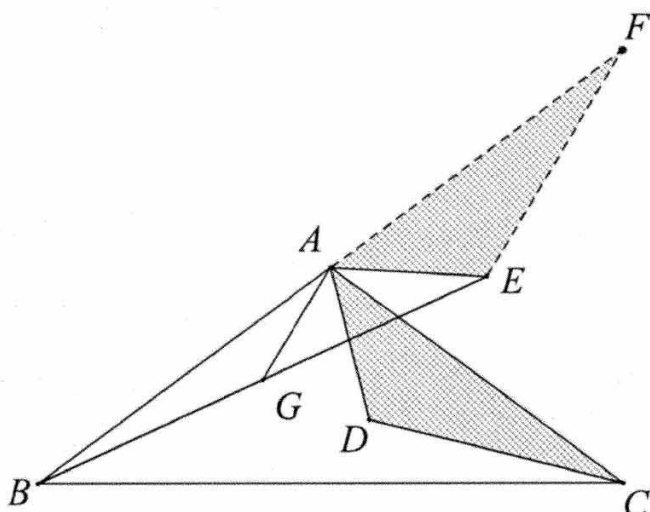


图 2

证明: 延长 BA 使 $AF = AB$, 连接 EF .

∴ A 为 BF 中点

∵ G 为 BE 中点



$\therefore AG$ 为 $\triangle BEF$ 中位线
 $\therefore EF = 2AG$
 \therefore 线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 2α 得到线段 AE ,
 $\therefore \angle DAE = 2\alpha, AD = AE$.
 $\therefore \angle B = \angle C = \alpha$,
 $\therefore \angle CAF = 2\alpha, AB = AC$
 $\therefore \angle DAE = \angle CAF = 2\alpha$
 $\therefore \angle DAC = \angle EAF$
 $\therefore AB = AF, AB = AC$,
 $\therefore AC = AF$
 $\therefore AD = AE$
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEF$
 $\therefore CD = EF$
 $\therefore EF = 2AG$
 $\therefore \frac{CD}{AG} = 2$ 7 分

28. (1) P_1, P_3 2 分
 (2) $1 \leq b \leq 5$ 5 分
 (3) $6 - 2\sqrt{5} \leq t \leq 4$ 7 分