



2023—2024 学年度第二学期

北京市育才学校八年级数学学科期中考试试卷

一. 选择题：(每小题 2 分，共 20 分)。

1. 下列各式中，是最简二次根式的是 ()。

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

2. 以下列各组数为边长，不能构成直角三角形的是 ()。

- A. 3, 4, 5 B. 4, 5, 6 C. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ D. 1, 2, $\sqrt{3}$

3. 下列计算，正确的是 ()。

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ B. $2\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3}$ C. $\sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{7}$ D. $\sqrt{12} \div 2 = \sqrt{3}$

4. 关于四边形对角线的性质，下列描述错误的是 ()。

- A. 平行四边形的对角线互相平分
B. 矩形的对角线互相垂直
C. 菱形的每一条对角线平分一组对角
D. 正方形的对角线相等

5. 一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象一定经过下列四个点中的 ()。

- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(-\frac{1}{2}, -1)$ C. (1, 3) D. (-1, 0)

6. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 12，则以 $\triangle ABC$ 三边的中点为顶点的三角形的面积等于

()。

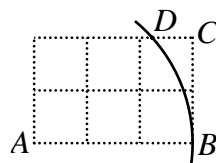
- A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

7. 一次函数 $y = kx + b$ 满足 $kb > 0$ ，且 y 随 x 的增大而减小，则此函数的图象一定不经过 ()。

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限



8. 如图，网格中每个小正方形边长均为1，点 A, B, C 都在格点上，以 A 为圆心， AB 长为半径画弧，交最上方的网格线与点 D ，则 CD 的长为 () .



- A. $\sqrt{5}$ B. 0.8 C. $\sqrt{5}-2$ D. $3-\sqrt{5}$
9. 在学校科技节活动中，聪聪用四根长度相同的木条制作了能够活动的菱形学具。他先活动学具成为图 1 所示菱形，并测得 $\angle B=120^\circ$ ，接着活动学具成为图 2 所示正方形，并测得对角线 $AC=20\text{cm}$ ，则图 1 中对角线 AC 的长为 () .

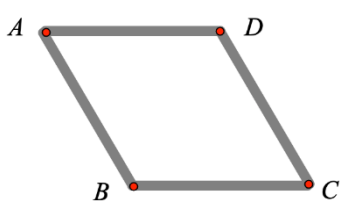


图1

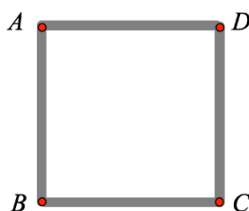


图2

- A. $10\sqrt{2}\text{cm}$ B. $20\sqrt{2}\text{cm}$ C. $10\sqrt{6}\text{cm}$ D. $5\sqrt{6}\text{cm}$
10. 如图 1，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，连接 BD ，动点 P 从点 A 出发，沿折线 $AB \rightarrow BD \rightarrow DA$ 匀速运动，回到点 A 后停止。设点 P 运动的路程为 x ，线段 AP 的长为 y ，图 2 是 y 与 x 的函数关系的大致图象，则平行四边形 $ABCD$ 的面积为 () .

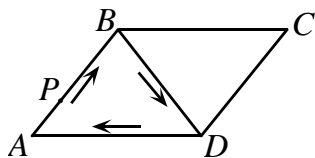


图 1

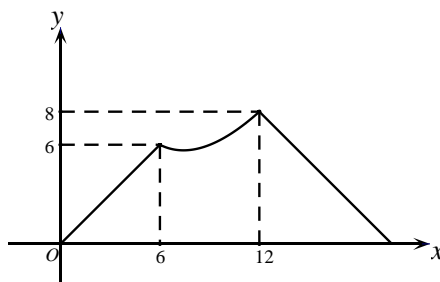


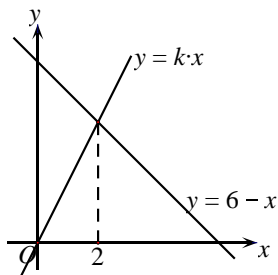
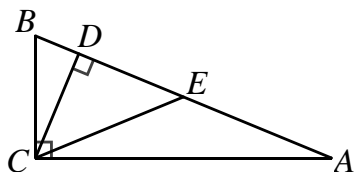
图 2

- A. $24\sqrt{5}$ B. $16\sqrt{5}$ C. $12\sqrt{5}$ D. 36

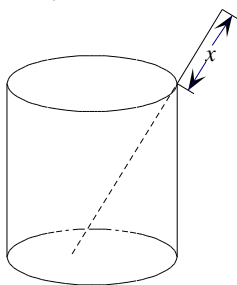


二. 填空题: (每小题 2 分, 共 16 分).

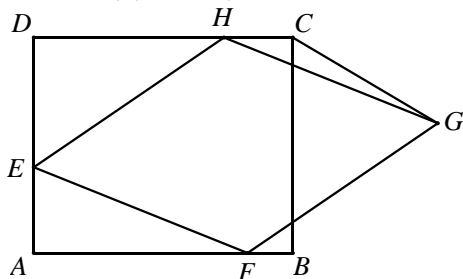
11. 若 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
12. 已知 $\sqrt{a^2} = 3$, 则 $a =$ _____.
13. 已知点 $(-2, y_1)$, $(1, y_2)$ 都在直线 $y = 2x - 3$ 上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>”, “=” 或 “<”).
14. 函数 $y = tx + t + 2$ 为正比例函数, 则 t 的值为_____.
15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , $\angle ACD = 3\angle BCD$, E 是斜边 AB 的中点, 则 $\angle DCE =$ _____ $^\circ$.



16. 函数 $y = kx$ 与 $y = 6 - x$ 的图象如图所示, 则 $k =$ _____.
17. 如图, 一支 17cm 的铅笔放在圆柱体笔筒中 (铅笔的粗细不计), 笔筒内部底面直径为 9cm, 内壁高 12cm, 那么这支铅笔露在笔筒外的部分长度 x (cm) 的范围是_____.



17 题图



18 题图

18. 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AD 上一点, $AE = 2$, $DE = 3$, $DC = 6$, 点 F 是 AB 边上的动点, 以 EF 为一边作菱形 $EFGH$, 使顶点 H 落在 CD 上, 连接 CG , 则 EF 的最小值为_____, $\triangle HCG$ 面积的最小值为_____.



三. 解答题：（共 8 小题，共 64 分）

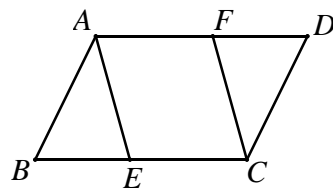
19. 计算：（共 2 小题，每小题 4 分）

(1) $\sqrt{27} \times \sqrt{2} \div \sqrt{3} - \sqrt{8}$;

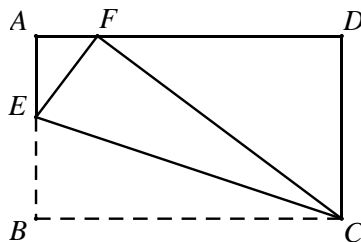
(2) $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2) + (\sqrt{2})^2$.

20. (6 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别在 BC, AD 上，且 $BE = DF$.

求证： $AE \parallel CF$.



21. (8 分) 如图，折叠矩形 $ABCD$ 的一边 BC ，使点 B 落在 AD 边上的点 F 处，折痕为 CE ，若 $AD = 5, CD = 3$ ，求 AE 的长.

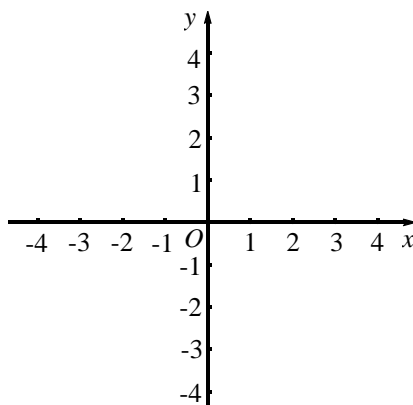


22. (8 分) 在平面直角坐标系 xOy 中， $A(-1, 4)$, $B(3, 0)$, $C(-2, 0)$.

(1) 求直线 AB 所对应的函数的解析式，并画出直线 AB ;

(2) 直接写出 $\angle OBA$ 的度数为 _____ $^\circ$;

(3) 若点 P 是直线 AB 上一点，当 $\triangle BCP$ 的面积为 5 时，求点 P 的坐标.



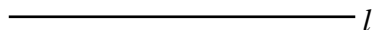


23. (6分) 尺规作图：过直线外一点作这条直线的平行线.

已知：如图，直线 l 和直线 l 外一点 A .

A .

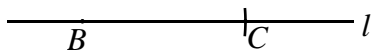
求作：直线 m ，使得 $m \parallel l$ ，且 m 经过点 A .



作法：

- ①在直线 l 上任取一点 B ，以点 B 为圆心，任意长为半径作弧，交 l 于点 C ；
- ②连接 AC ，分别以 A, C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧，两弧交于 P, Q 两点；
- ③作直线 PQ ，交 AC 于点 O ；
- ④作射线 BO ，在线段 BO 的延长线上取点 D ，使得 $DO=BO$ ；
- ⑤作直线 AD ，则 AD 即为所求作直线 m .

A .



- (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明.

证明：连接 AB, CD ,

$\because PQ$ 是线段 AC 的垂直平分线，垂足为 O ,

$\therefore AO=CO$.

又 $\because DO=BO$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 为 () (用汉字填四边形名称)

() (填推理依据).

$\therefore AD \parallel BC$ () (填推理依据).

即 $m \parallel l$.



24. (9分) 探究函数 $y=|x+1|$ 的图象与性质. 请将探究过程补充完整:

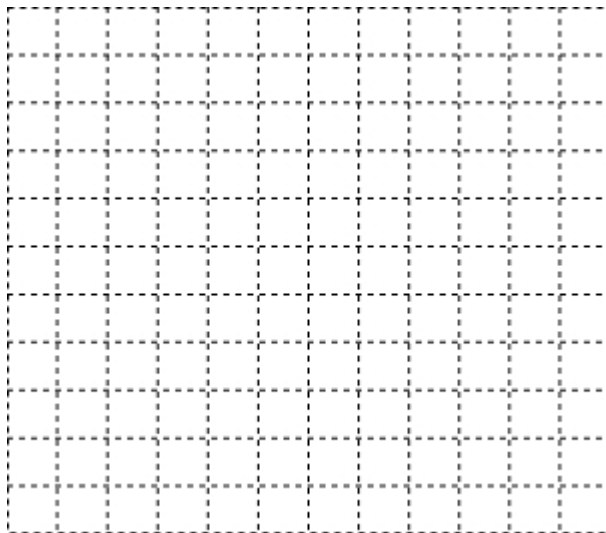
(1) 函数 $y=|x+1|$ 的自变量 x 的取值范围是_____;

(2) 下表是 x 与 y 的几组对应值:

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	4	3	2	m	0	1	2	n	4	...

$m=_____$, $n=_____$;

(3) 在如图网格中, 建立平面直角坐标系 xOy , 描出上表中各对对应值为坐标的点, 并画出该函数的图象;



(4) 函数 $y=|x-2|+1$ 的图象可以看作是由函数 $y=|x+1|$ 的图象向_____ (填“左”或“右”) 平移_____个单位长度, 再向_____ (填“上”或“下”) 平移_____个单位长度而得到;

(5) 以下关于函数 $y=|x+1|$ 的结论, 正确的是_____。(只填序号)

①函数有最小值为 0;

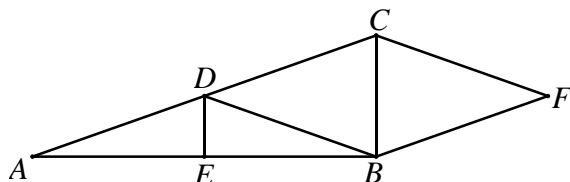
②当 $x > -1$ 时, y 随 x 的增大而减小;

③图象关于过点 $(-1, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线对称.



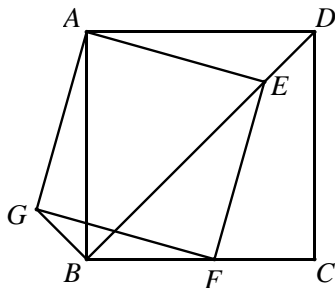
25. (9分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D, E 分别是 AC, AB 的中点, $CF\parallel DB$, $BF\parallel DC$.

- (1) 求证: 四边形 $DBFC$ 是菱形;
 (2) 若 $AD=3, DE=1$, 求四边形 $DBFC$ 的面积.



26. (10分) 如图 1, 正方形 $ABCD$, 点 E 为对角线 BD 上任意一点 (不与 B, D 重合), 连接 AE , 过点 E 作 $EF\perp AE$, 交线段 BC 于点 F , 以 AE, EF 为邻边作矩形 $AEFG$, 连接 BG .

- (1) 求证: $AE=EF$;
 (2) 猜想线段 AB, BE, BF 之间的数量关系 (用等式表示), 并证明.
 (3) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 设四边形 $AGBE$ 的周长为 m , 直接写出 m 的取值范围.



附加题: (共 2 小题, 第 1 小题 4 分, 第 2 小题 6 分, 共 10 分)

1. 已知 m, n 是两个连续的正偶数, $m < n$, $a=mn$, $q=\sqrt{a+2n}-\sqrt{a-2m}$.

- (1) 当 $m=4$ 时, $q=$ _____;
 (2) 当 m 为任意正偶数时, q 的值是定值吗? 如果是, 求出这个定值, 如果不是, 请说明理由.



2. 在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $ABCD$ 四个顶点的坐标分别是 $A(-2, 2)$ ， $B(-2, -2)$ ， $C(2, -2)$ ， $D(2, 2)$ ，点 M 为正方形 $ABCD$ 边上任意一点，点 P 为线段 OM 上一点（点 P 不与点 O 、 M 重合），且 $OM = nOP$ 。若射线 OM 上存在一点 Q ，满足 $OQ + OP = 2OM$ ，则称线段 PQ 是正方形 $ABCD$ 关于点 M 的 n 倍拓展线段。

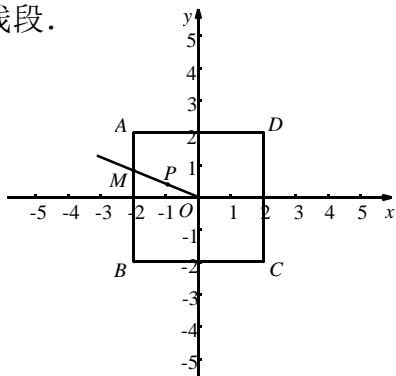


图 1

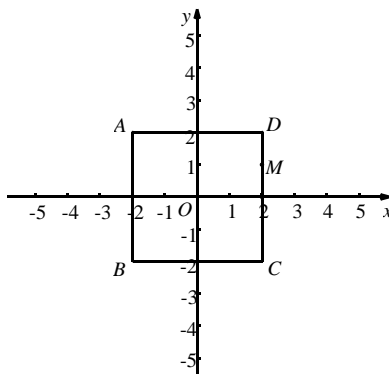


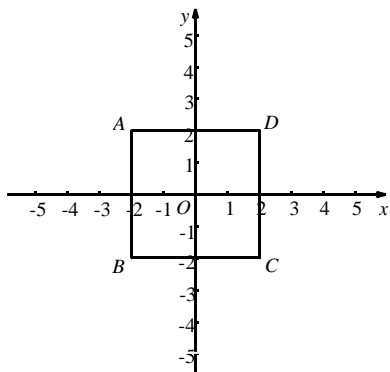
图 2

(1) 如图 2，当点 M 的坐标为 $(2, 1)$ 时，在 $E_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ， $E_2(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ ， $E_3(3, \frac{3}{2})$

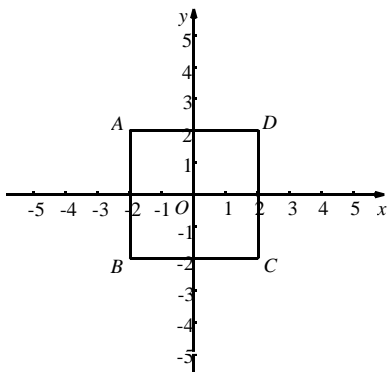
中，_____是正方形 $ABCD$ 关于点 M 的 2 倍拓展线段上的点；

(2) 若点 $H(m, 2m)$ 是正方形 $ABCD$ 关于点 M 的 2 倍拓展线段上的点，请直接写出 m 的取值范围；

(3) 已知点 $F(0, \frac{1}{2})$ ， $G(\frac{3}{2}, 0)$ ，若线段 FG 上的所有点都是正方形关于点 M 的 n 倍拓展线段上的点，请直接写出 n 的取值范围。



备用图 1



备用图 2



2023—2024 学年度第二学期

北京市育才学校八年级数学学科期中考试试卷

参考答案及评分标准

一. 选择题：（每小题 2 分，共 20 分）.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	D	B	C	C	A	D	C	B

二. 填空题：（每小题 2 分，共 16 分）

11	12	13	14	15	16	17	18
$x \geq 1$	± 3	$<$	-2	45	2	$2 \leq x \leq 5$	3; $6 - \sqrt{31}$

三. 解答题（共 8 小题，满分 64 分）

19. (1) $\sqrt{27} \times \sqrt{2} \div \sqrt{3} - \sqrt{8}$; (2) $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2) + (\sqrt{2})^2$

$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$ 3 分 $= 3 - 4 + 2$ 3 分

$= \sqrt{2}$ 4 分 $= 1$ 4 分

20. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC, AD = BC$2 分

∴ $AF \parallel EC$.

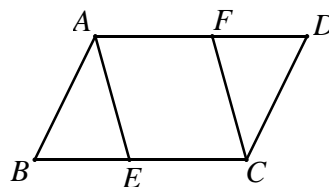
∵ $BE = DF$,

∴ $AD - DF = BC - BE$,

即 $AF = EC$, 4 分

∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形. 5 分

∴ $AE \parallel CF$6 分





21.解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD=BC=5, CD=AB=3,$$

$$\angle A=\angle D=90^\circ.$$

\because 沿 CE 折叠,

$$\therefore CF=CB=5, BE=EF,$$

\therefore 在 $Rt\triangle CDF$ 中,

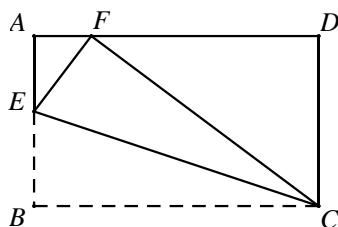
$$DF=\sqrt{CF^2-CD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4, \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore AF=AD-DF=5-4=1. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

设 $AE=x$, 则 $BE=EF=3-x$.

在 $Rt\triangle EAF$ 中, 由 $AE^2+AF^2=EF^2$ 得: $x^2+1^2=(3-x)^2$, $\dots\dots 7 \text{ 分}$

$$\text{解得: } x=\frac{4}{3}. \quad \text{即 } AE \text{ 的长为 } \frac{4}{3}. \quad \dots\dots 8 \text{ 分}$$



$\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\dots\dots 4 \text{ 分}$

22.解: (1) l_{AB} 如图所示 $\dots\dots 1 \text{ 分}$

设 $l_{AB}: y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$)

$$\text{由 } \begin{cases} -k+b=4 \\ 3k+b=0 \end{cases}, \quad \dots\dots 3 \text{ 分} \quad \text{解得 } \begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}.$$

所以 $l_{AB}: y=-x+3$; $\dots\dots 5 \text{ 分}$

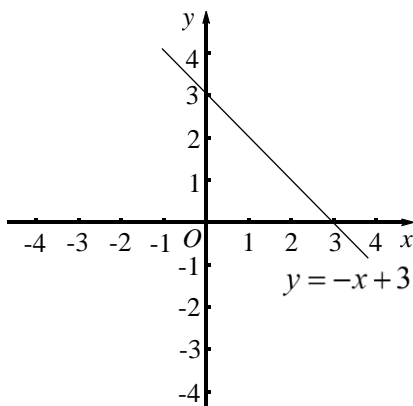
(2) 45 $\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3) 依题意: $S_{\triangle BCP}=\frac{1}{2}BC \cdot |y_p|=5$, 且 $BC=5$, 所以 $y_p=\pm 2$.

当 $y_p=2$ 时, 由 $2=-x+3$ 得: $x=1$, 所以 $P(1,2)$;

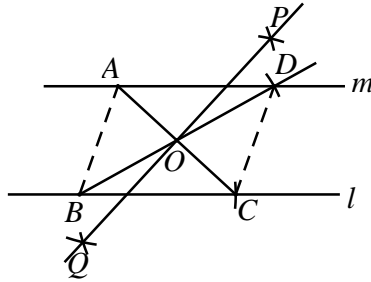
当 $y_p=-2$ 时, 由 $-2=-x+3$ 得: $x=5$, 所以 $(5,-2)$, $\dots\dots 8 \text{ 分}$

综上所述, $P(1,2)$ 或 $(5,-2)$.





23. (1) 如图所示:



.....3 分

(2) 平行四边形;

.....4 分

对角线互相平分的四边形是平行四边形;

.....5 分

平行四边形的对边平行.

.....6 分

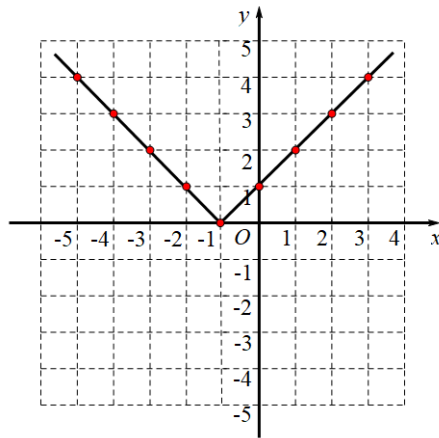
24. (1) 全体实数;

.....1 分

(2) $m=1, n=3$;

.....3 分

(3) 如图所示



.....5 分

(4) 右, 3; 上, 1

.....7 分

(5) ①③

.....9 分



25. (1) 证明:

$\because CF \parallel DB, BF \parallel DC,$

\therefore 四边形 $DBFC$ 是平行四边形.2 分

\because Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 是 AC 的中点,

$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}AC.$ 3 分

\therefore 平行四边形 $DBFC$ 是菱形.4 分

(2) 解:

$\because D, E$ 分别是 AC, AB 的中点,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\because AD=3, DE=1,$

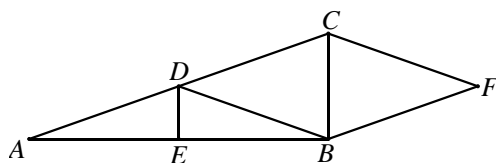
$\therefore AC=2AD=6, BC=2DE=2,$ 6 分

$\therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}.$ 7 分

\because 四边形 $DBFC$ 是菱形,

$\therefore S_{\text{四边形 } DBFC}=2S_{\triangle DBC}=S_{\triangle ABC}$ 8 分

$=\frac{1}{2}AB \cdot BC=\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2=4\sqrt{2}$ 9 分



26. (1) 连接 EC ,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

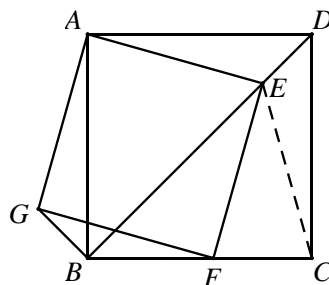
$\therefore AB=BC, \angle ABC=90^\circ,$ 1 分

$\therefore \angle ABE=\angle EBC=45^\circ.$

$\because BE=BE,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE$ (SAS),2 分

$\therefore AE=EC, \angle BAE=\angle BCE.$





$\because AE \perp EF, \angle ABC = 90^\circ,$
 $\therefore \angle BAE + \angle BFE = 180^\circ.$ 3分

$\because \angle EFC + \angle BFE = 180^\circ,$
 $\therefore \angle BAE = \angle EFC,$
 $\therefore \angle EFC = \angle ECF,$
 $\therefore EF = EC,$ 4分

$\therefore AE = EF.$
 (2) $AB + BF = \sqrt{2}BE$ 5分

过点 E 作 $EH \perp BC$ 于 H ,

$\because \angle EBC = 45^\circ$
 $\therefore BE = \sqrt{2}BH,$ 6分

$\therefore FH = BH - BF = \frac{\sqrt{2}}{2}BE - BF$
 $\because EF = EC, EH \perp BC,$
 $\therefore FH = HC = \frac{1}{2}FC,$ 7分

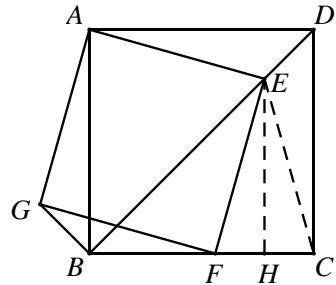
$\therefore FC = 2FH = \sqrt{2}BE - 2BF,$ 8分

$\therefore FC + BF = \sqrt{2}BE - BF$

即 $AB = \sqrt{2}BE - BF$

$\therefore AB + BF = \sqrt{2}BE$

(3) $4\sqrt{2} \leq m < 4 + 2\sqrt{2}$ 10分





附加题：

1. (1) 21 分

(2) 是定值2 分

证明：将 $n=m+2$, $a=mn$ 代入 $q = \sqrt{a+2n} - \sqrt{a-2m}$, 得：

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{mn+2n} - \sqrt{mn-2m} \\ &= \sqrt{(m+2)n} - \sqrt{m(n-2)} \end{aligned} \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{n^2} - \sqrt{m^2} \\ &= n - m = 2 \end{aligned} \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

2. (1) E_2, E_3 ;2 分

(2) $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$ 或 $-\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2}$;4 分

(3) $n \geq \frac{16}{3}$6 分