2024 北京广渠门中学初二（下）期中

数　学

本试卷共 4 页，100 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　　）．

A. $\sqrt{15}$　　B. $\sqrt{12}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D. $\sqrt{9}$

2. 以下列各组数为三边的三角形中不是直角三角形的是（　　）

A. 9、12、15　　B. 41、40、9　　C. 25、7、24　　D. 6、5、4

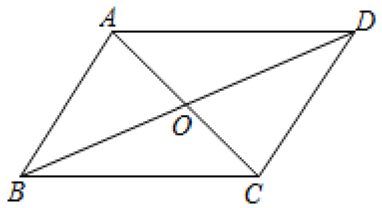
3. 下列各式中，y 是 x 的函数关系的是（　　）

A. $y=x$　　B. $y=x^2+1$　　C. $y=|x|$　　D. $y=\pm x$

4. 若一次函数 $y=(k-1)x$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大，则 k 的值可以是（　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

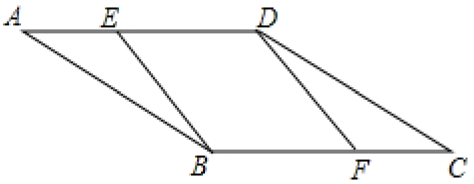
5. 如图所示，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，下列条件能判定▱$ABCD$ 为菱形的是(　).



A. $\angle ABC=90°$　　B. $AC=BD$

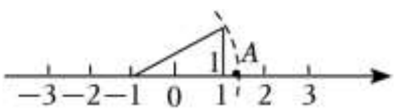
C. $AC\perp BD$　　D. $OA=OC$，$OB=OD$

6. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别为 AD，BC 边上的一点，增加下列条件，不一定能得出 $BE\,/\!/\,DF$ 的是（　　）



A. $AE=CF$　　B. $BE=DF$　　C. $\angle EBF=\angle FDE$　　D. $\angle BED=\angle BFD$

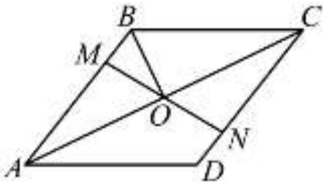
7. 如图所示：数轴上点 A 所表示的数为 a，则 a 的值是（　　）



A. $\sqrt{5}+1$　　B. $-\sqrt{5}+1$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{5}-1$

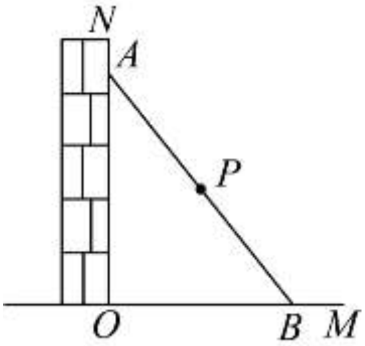
8. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，M，N 分别在 AB,CD 上，且 $AM=CN$，MN 与 AC 交于点 O，连接

BO．若 $\angle DAC=28°$，则 $\angle OBC$ 的度数为（　　）



A. $28°$　　　　B. $52°$　　　　C. $62°$　　　　D. $72°$

9. 如图，一根木棍斜靠在与地面 (OM) 垂直的墙 (ON) 上，设木棍中点为 P，若木棍 A 端沿墙下滑，且 B 端沿地面向右滑行．在此滑动过程中，点 P 到点 O 的距离（　　）



A. 变小　　　　B. 不变　　　　C. 变大　　　　D. 无法判断

10. 如图 1，已知点 E，F，G，H 是矩形 $ABCD$ 各边的中点，$AB=6$，$BC=8$，动点 M 从点 E 出发，沿 $E\to F\to G\to H\to E$ 匀速运动，设点 M 运动的路程 x，点 M 到矩形的某一个顶点的距离为 y，如果表示 y 关于 x 函数关系的图象如图 2 所示，那么这个顶点是矩形的（ ）

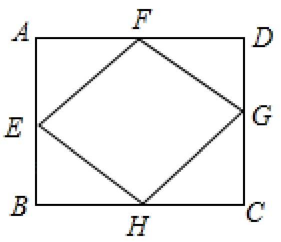


图1

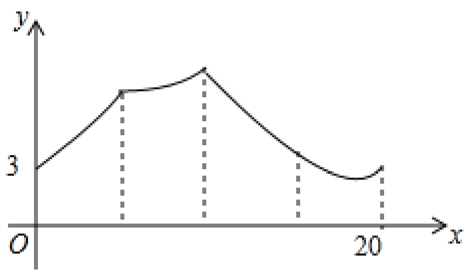


图2

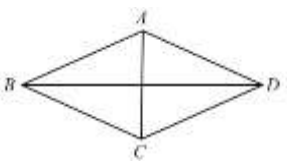
A. 点 A　　　　B. 点 B　　　　C. 点 C　　　　D. 点 D

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

11. 函数 $y=\sqrt{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是_______.

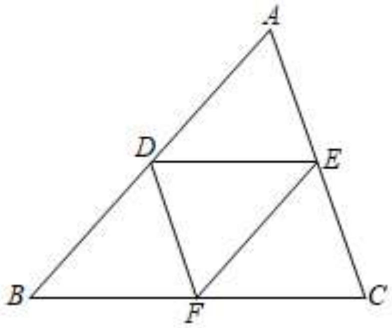
12. 比较大小：$2\sqrt{3}$______$3\sqrt{2}$

13. 如图，菱形 $ABCD$ 中，若 BD=24，AC=10，则 AB 的长等于________，该菱形的面积为____________.

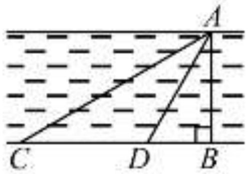


14. 已知一次函数 $y=kx+1$ 的图像是由函数 $y=-2x$ 的图像向上平移得到的，则该一次函数的解析式为__________.

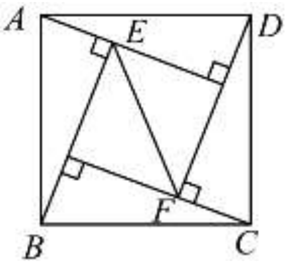
15. △*ABC* 中，*D*、*E*、*F* 分别为 *AB*、*AC*、*BC* 的中点，若△*DEF* 的周长为 6，则△*ABC* 的周长为______________.



16. 如图，为了测量河宽 *AB*(假设河的两岸平行)，测得∠*ACB*＝30°，∠*ADB*＝60°，*CD*＝60m，则河宽 *AB* 为____m(结果保留根号).



17. “赵爽弦图”巧妙地利用面积关系证明了勾股定理，是我国古代数学的骄傲．如图所示的“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形．设直角三角形较长直角边长为 *a*，较短直角边长为 *b*．若 $ab=8$，大正方形的面积为 25，则 EF 的长为______.



18. 在▱*ABCD* 中，对角线 *AC*、*BD* 相交于点 *O*，*E* 是边 *AB* 上的一个动点（不与 *A*、*B* 重合），连接 *EO* 并延长，交 *CD* 于点 *F*，连接 *AF*，*CE*，有下列四个结论：

①对于动点 *E*，四边形 *AECF* 始终是平行四边形；

②若∠*ABC*＞90°，则至少存在一个点 *E*，使得四边形 *AECF* 是矩形；

③若 *AB*＞*AD*，则至少存在一个点 *E*，使得四边形 *AECF* 是菱形；

④若∠*BAC*＝45°，则至少存在一个点 *E*，使得四边形 *AECF* 是正方形.

以上所有错误说法的序号是_____.

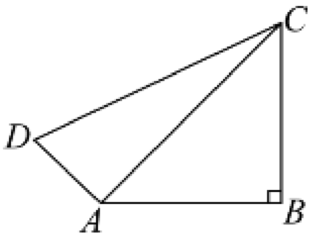
三、解答题（共 54 分，第 19 题 6 分，20−25 题各 5 分，26−28 题各 6 分）

19. 计算：

（1）$\sqrt{18}+\sqrt{3}-\sqrt{27}$

（2）$\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{6}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，$AD=1$，$CD=3$．



（1）求 $\angle DAB$ 的度数；

（2）求四边形 $ABCD$ 的面积．

21. 已知：$\triangle ABC$，CD 平分 $\angle ACB$．

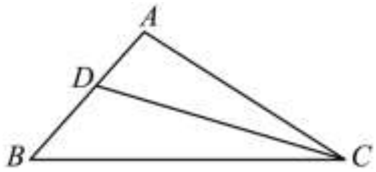
求作：菱形 $DFCE$，使点 F 在 BC 边上，点 E 在 AC 边上，下面是尺规作图过程．

作法：①分别以 C、D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}CD$ 为半径作弧，两弧分别交于点 M、N；

②作直线 MN 分别与 AC、BC 交于点 E、F；

③连接 DE、DF，DC 与 EF 的交点记为点 G；

四边形 $DFCE$ 为所求作的菱形．



（1）利用直尺和圆规依做法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：∵$DE=EC$，$DF=FC$，

∴EF 为 DC 的垂直平分线．

∵$DE=EC$，

∴$\angle EDC=\angle ECD$．

∵CD 平分 $\angle ACB$，

∴$\angle ECD=\angle DCB$．

∴$\angle EDC=\angle DCB$，

∴___$/\!/$____（　）（填推理依据）

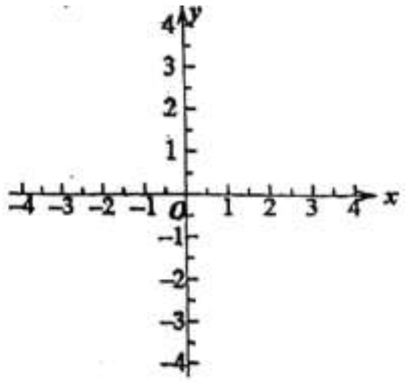
同理可证 $DF/\!/CE$，

∴四边形 $DFCE$ 为平行四边形．

又∵________，

∴四边形 $DFCE$ 为菱形．

22. 已知 y 与 x 成正比例，且当 $x=3$ 时，$y=-9$．

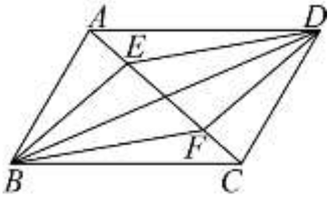


（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）画出函数图像；

23. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，E、F 是对角线 AC 上的两点，且 $AE=CF$．

求证：四边形 $EBFD$ 是平行四边形．



24. 基础代谢是维持机体生命活动最基本的能量消耗．在身高、年龄、性别相同的前提下（不考虑其他因素的影响），可以利用某基础代谢估算公式，根据体重 x（单位：kg）计算得到人体每日所需基础代谢的能量消耗 y（单位：Kcal），且 y 是 x 的函数．已知六名身高约为170cm 的 15 岁男同学的体重，以及计算得到的他们每日所需基础代谢的能量消耗，如下表所示：

学生编号	A	B	C	D	E	F
体重 $x(\text{kg})$	54	56	60	63	67	70
每日所需基础代谢的能量消耗 $y(\text{Kcal})$	1596	1631	1701	1753.5	1823.5	1876

请根据上表中的数据回答下列问题：

（1）随着体重的增加，人体每日所需基础代谢的能量消耗__________．（填“增大”、“减小”或“不变”）

（2）若一个身高约为170cm 的 15 岁男同学，通过计算得到他每日所需基础代谢的能量消耗为1792Kcal，则估计他的体重最接近于（　）

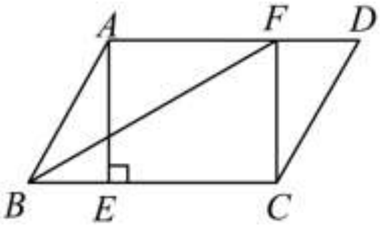
A．59kg　B．62kg　C．65kg　D．68kg

（3）当$54\le x\le 70$时，下列四个 y 与 x 的函数中，符合表中数据的函数是（　）

A．$y=x^2$　B．$y=-10.5x+1071$

C．$y=10x+1101$　D．$y=17.5x+651$

25. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 BC，AD 上，$BE=DF$，$\angle AEC=90°$．



（1）求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

（2）连接 BF，若 $AB=4$，$\angle ABC=60^{\circ}$，BF 平分 $\angle ABC$，求 AD 的长．

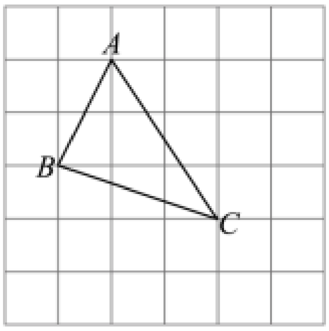
26. 阅读材料，按要求解答：

【问题背景】在 $\triangle ABC$ 中，AB、BC、AC 三边的长分别为 $\sqrt{5}$、$\sqrt{10}$、$\sqrt{13}$，求此三角形的面积．小辉同学在解答这道题时，先建立一个正方形网格(每个小正方形的边长为 1)，再在网格中画出格点 $\triangle ABC$ (即 $\triangle ABC$ 三个顶点都在小正方形的顶点处)，如图①所示．这样不需求 $\triangle ABC$ 的高，而借用网格就能计算出它的面积．

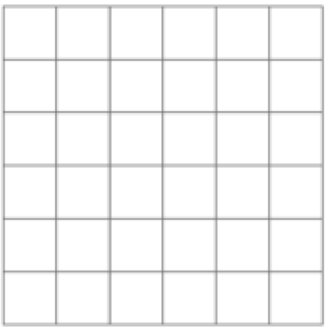
（1）请你将 $\triangle ABC$ 的面积直接填写在横线上：_____________．

【思维拓展】

（2）我们把上述求 $\triangle ABC$ 面积的方法叫做构图法．如果 $\triangle ABC$ 三边的长分别为 $\sqrt{5}a$、$2\sqrt{2}a$、$\sqrt{17}a$ $(a>0)$，请利用图②的正方形网格(每个小正方形的边长为 a)画出相应的 $\triangle ABC$，并直接写出它的面积．



图①

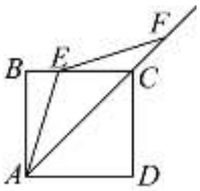


图②

【探索创新】

（3）若 $\triangle ABC$ 三边的长分别为 $\sqrt{m^2+16n^2}$、$\sqrt{9m^2+4n^2}$、$2\sqrt{m^2+n^2}$（$m>0$，$n>0$，且 $m\neq n$，请用以上方法求这三角形的面积．

27. 在正方形 $ABCD$ 中，点 E 为边 BC 上一个动点（点 E 不与点 B，C 重合），连接 AE，点 F 在对角线 AC 的延长线上，连接 EF，使得 $EF=AE$．作点 F 关于直线 BC 的对称点 G，连接 CG，EG．



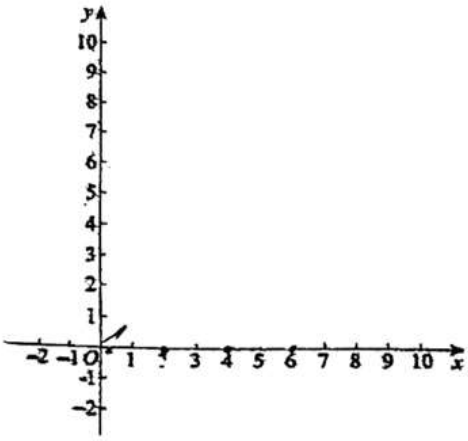
（1）依题意补全图形；

（2）求证：$\angle BAE=\angle GEC$；

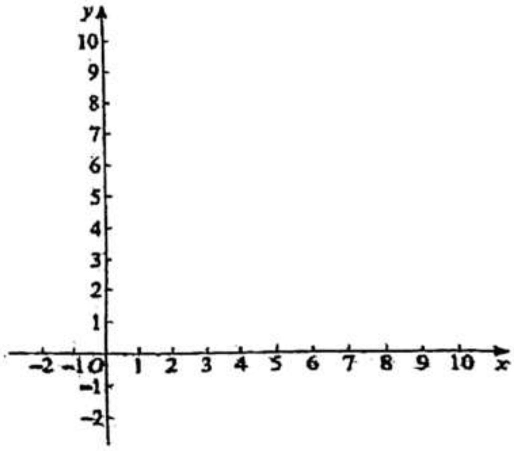
（3）用等式表示线段 AC，CE，CG 之间的数量关系，并证明．

28. 对于定点 P 和图形 W，给出如下定义：若图形 W 上存在两个不同的点 M，N，使得四边形 $PMQN$ 是平行四边形，则称点 Q 是点 P 关于图形 W 的关联点．特别地，当平行四边形 $PMQN$ 的面积最大时，称点 Q 是点 P 关于图形 W 的最佳关联点．

在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,0)$，$B(2,2)$，$C(4,0)$，$D(4,3)$，$E(6,0)$．



备用图 1



备用图 2

（1）点 C，D，E 中，点 O 关于线段 AB 的关联点是___________；

（2）将点 O 关于线段 AB 的最佳关联点记为 T，

①直接写出点 T 的坐标；

②若直线 $y=kx$ 上存在点 O 关于四边形 $ABTC$ 的关联点，求 k 的取值范围．

③画出点 O 关于四边形 $ABTC$ 的所有最佳关联点．

参考答案

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1.【答案】A

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可求解.

【详解】解：A. $\sqrt{15}$ 是最简二次根式，符合题意；

B. $\sqrt{12}=\sqrt{3\times4}=2\sqrt{3}$，故 $\sqrt{12}$ 不是最简二次根式，不合题意；

C. $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 不是最简二次根式，不合题意；

D. $\sqrt{9}=3$，故 $\sqrt{9}$ 不是最简二次根式，不合题意.

故选：A

【点睛】本题考查了最简二次根式根式的定义，熟知最简二次根式的定义是解题关键，判断二次根式是最简二次根式要符合两个条件：①被开方数不含分母；②被开方数不含开的尽方的因数或因式.

2.【答案】D

【详解】选项 A.$9^2+12^2=225=15^2$，

选项 B.$40^2+9^2=1681=41^2$，

选项 C.$7^2+24^2=625=25^2$，

选项 D.$5^2+4^2\neq6^2$，

根据勾股定理的逆定理可知，只有选项 D 不能够成直角三角形.

故选：D.

3.【答案】ABC

【分析】根据对于 x 的每一个确定的值，y 是否有唯一的值与其对应进行判断.

【详解】解：A、$y=x$，y 是 x 的函数，故此选项符合题意；

B、$y=x^2+1$，y 是 x 的函数，故此选项符合题意；

C、$y=|x|$，y 是 x 的函数，故此选项符合题意；

D、$y=\pm x$，对于 x 的每一个确定的值，y 不是有唯一的值与其对应，$\therefore y$ 不是 x 的函数，故此选项不符合题意；

故选：ABC.

【点睛】本题考查了函数的定义．解题的关键是掌握函数的定义，设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y，对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一的值与其对应，那么就说 y 是 x 的函数.

4.【答案】D

【分析】此题主要考查了正比例函数的性质，关键是掌握正比例函数图象的性质：它是经过原点的一条直线．当 $k>0$ 时，图象经过一、三象限，y 随 x 的增大而增大；当 $k<0$ 时，图象经过二、四象限，y 随 x 的增大而减小.

根据正比例函数的性质可得$k-1>0$，求解得 $k>1$，即可求解.

【详解】解：$\because$正比例函数$y=\left(k-1\right)x$的函数值y随着x的增大而增大，

$\therefore k-1>0$，

$\therefore k>1$.

$\therefore k=2$符合题意.

故选：D.

5.【答案】C

【分析】根据平行四边形的性质、菱形的判定方法即可一一判断.

【详解】解：*A*. $\angle ABC=90°$，可以判断平行四边形*ABCD*是矩形，不能判断是菱形，故该选项错误；

B. *AC*=*BD*，可以判断平行四边形*ABCD*是矩形，不能判断是菱形，故该选项错误；

C. $AC\perp BD$，可以判断平行四边形*ABCD*是菱形；

D. *OA*=*OC*，*OB*=*OD*，无法判定*ABCD*是菱形.

故选C.

【点睛】此题主要考查了菱形的判定，关键是掌握菱形的判定方法：①菱形定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形（平行四边形+一组邻边相等=菱形）；②四条边都相等的四边形是菱形．③对角线互相垂直的平行四边形是菱形（或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”）.

6.【答案】B

【分析】由四边形ABCD是平行四边形，可得AD//BC，AD=BC，然后由AE=CF，∠EBF=∠FDE，∠BED=∠BFD均可判定四边形BFDE是平行四边形，则可证得BE//DF，利用排除法即可求得答案.

【详解】∵四边形ABCD是平行四边形，

∴AD//BC，AD=BC，

A、∵AE=CF，

∴DE=BF，

∴四边形BFDE是平行四边形，

∴BE//DF，故本选项能判定BE//DF；

B、∵BE=DF，DE//BF，

∴四边形BFDE可能是平行四边形也可能是等腰梯形，

∴本选项不一定能判定BE//DF；

C、∵AD//BC，

∴∠BED+∠EBF=180°，∠EDF+∠BFD=180°，

∵∠EBF=∠FDE，

∴∠BED=∠BFD，

∴四边形BFDE是平行四边形，

∴BE//DF，

故本选项能判定BE//DF；

D、∵AD//BC，

∴∠BED+∠EBF=180°，∠EDF+∠BFD=180°，

∵∠BED=∠BFD，

∴∠EBF=∠FDE，

∴四边形 BFDE 是平行四边形，

∴BE//DF，故本选项能判定 BE//DF.

故选 B.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，注意根据题意证得四边形 BFDE 是平行四边形是关键.

7.【答案】D

【分析】本题考查的是勾股定理及两点间的距离公式，解答此题时要注意，确定点 A 的符号后，点 A 所表示的数是距离原点的距离．先根据勾股定理求出三角形的斜边长，再根据两点间的距离公式即可求出 A 点的坐标.

【详解】解：图中直角三角形的两直角边为1，2，

$\therefore$斜边长为$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

那么-1和 A 之间的距离为$\sqrt{5}$，

那么a的值是：$\sqrt{5}-1$，

故选：D.

8.【答案】C

【分析】根据菱形的性质以及$AM=CN$，利用 ASA 可得$\triangle AMO\cong\triangle CNO$，可得$AO=CO$，然后可得$BO\perp AC$，继而可求得$\angle OBC$的度数.

【详解】解：∵四边形$ABCD$为菱形，

$\therefore AB\parallel CD, AB=BC$，

$\therefore \angle MAO=\angle NCO, \angle AMO=\angle CNO$，

在$\triangle AMO$和$\triangle CNO$中，

$$\because \begin{cases}\angle MAO=\angle NCO\\ AM=CN\\ \angle AMO=\angle CNO\end{cases},$$

$\therefore \triangle AMO\cong\triangle CNO(\text{ASA})$，

$\therefore AO=CO$，

$\because AB=BC$，

$\therefore BO\perp AC$，

$\therefore \angle BOC=90^\circ$，

$\because \angle DAC=28^\circ$，

$\therefore \angle BCA=\angle DAC=28^\circ$，

$\therefore \angle OBC = 90° - 28° = 62°$.

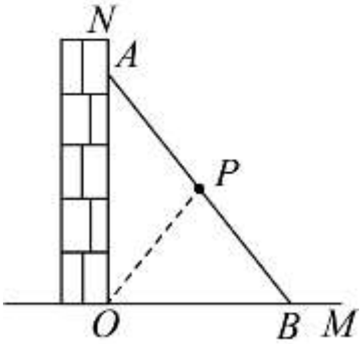
故选：C.

【点睛】本题考查菱形的性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握菱形的性质，证明三角形全等，是解题的关键.

9.【答案】B

【分析】根据直角三角形斜边上中线等于斜边的一半得出 $OP=\frac{1}{2}AB=a$，即可得出答案.

【详解】解：在木棍滑动的过程中，点 P 到点 O 的距离不发生变化，



理由是：连接 OP，设 $AB=2a$

$\because \angle AOB=90°$，P 为 AB 中点，$AB=2a$，

$\therefore OP=\frac{1}{2}AB=a$，

即在木棍滑动的过程中，点 P 到点 O 的距离不发生变化，永远是 a；

故选：B.

【点睛】此题考查了解直角三角形，掌握在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键.

10.【答案】B

【分析】由图 2 得出始点 E 到顶点的距离为 3，只有顶点 A，B 满足，又由开始时先增大，得出只有顶点 B 满足.

【详解】解：由图 2 得出始点 E 到顶点的距离为 3，

$\because AB=6$，

$\therefore$ 只有顶点 A，B 满足，

又 $\because$ 沿 $E \to F \to G \to H \to E$ 匀速运动开始时先增大，

$\therefore$ 只有顶点 B 满足，

故选：B.

【点睛】本题考查动点问题的函数图象，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

11.【答案】$x \geq 3$

【分析】求函数自变量的取值范围，就是求函数解析式有意义的条件，二次根式有意义的条件是：被开方数为非负数.

【详解】依题意，得 x-3≥0，

解得：$x\geq3$．

【点睛】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数．

12.【答案】<

【分析】根据无理数的大小比较方法解答

【详解】$\because 2\sqrt{3}=\sqrt{12}$，$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$，

$\sqrt{12}<\sqrt{18}$，

$\therefore 2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$．

故答案为：<．

【点睛】本题考查了无理数的大小比较，掌握无理数的大小比较方法是解题的关键．

13.【答案】 ①. 13 ②. 120

【分析】根据菱形的性质得出 BO 和 AO 的长度，根据勾股定理求出 AB 的长度；根据菱形的面积等于对角线乘积的一半得出答案．

【详解】解：设 AB 与 BD 交于点 O， ∴$BO=12$，$AO=5$，$\angle AOB=90°$，

$\therefore AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$，$S=\frac{1}{2}BD\bullet AC=\frac{1}{2}\times24\times10=120$．

故答案为：13；120

【点睛】本题主要考查的是菱形对角线的性质，属于基础题型．理解菱形的性质是解决这个问题的关键．

14.【答案】$y=-2x+1$

【分析】本题考查一次函数图象的平移，掌握一次函数图象平移不影响 k 的值是关键．

根据平移之后 k 值不变，故可得出该一次函数解析式．

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+1$ 的图像是由函数 $y=-2x$ 的图像向上平移得到的

$\therefore k=-2$

∴该一次函数的解析式为 $y=-2x+1$

故答案为： $y=-2x+1$．

15.【答案】12

【分析】根据三角形中位线的性质得出 DE、EF、DF 与 BC、AB、AC 之间的关系，从而得出答案．

【详解】∵D、E、F 为三边的中点， ∴AB=2EF，BC=2DE，AC=2DF，

∴AB+BC+AC=2(EF+DE+DF)=2×6=12．

【点睛】本题主要考查的是三角形中位线的性质，属于基础题型．理解“三角形的中位线平行且等于第三边的一半”是解决这个问题的关键．

16.【答案】$30\sqrt{3}$

【详解】解：∵$\angle ACB=30°$，$\angle ADB=60°$，

∴$\angle CAD=\angle ADB-\angle ACB=30°$，

∴$AD=CD=60$m，

在 Rt△ABD 中，

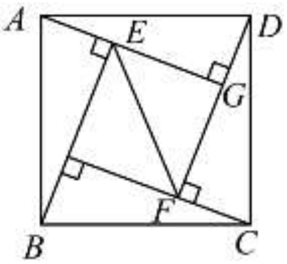
$AB=AD\bullet\sin\angle ADB=60\times\frac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}$ (m).

故答案是：$30\sqrt{3}$.

17.【答案】$3\sqrt{2}$

【分析】由题意可知：中间小正方形的边长为：$a-b$，根据勾股定理以及题目给出的已知数据即可求出小正方形的边长.

【详解】由题意可知：中间小正方形的边长为：$a-b$，



∵大正方形的面积为25

∴$a^2+b^2=25$，

又∵$ab=8$，

∴$\left(a-b\right)^2=a^2+b^2-2ab=25-2\times8=9$，

∴$a-b=3$，即$EG=FG=3$

∴$EF=\sqrt{EG^2+FG^2}=3\sqrt{2}$

故答案为$3\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了勾股定理的证明，熟练掌握该知识点是本题解题的关键.

18.【答案】②④.

【分析】由于EF经过平行四边形ABCD的中心O，故四边形AECF一定也是平行四边形，这可以通过证明BE与CF相等来说明．然后只要让平行四边形AECF再满足适当的特殊条件就可以变成对应的特殊平行四边形.

【详解】解：①如图1，

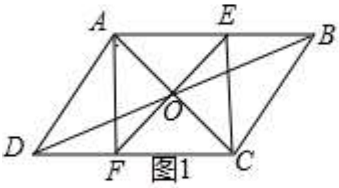


图1

∵四边形$ABCD$为平行四边形，对角线AC与BD交于点O，

∴$AB // DC$，$AB=DC$，$OA=OC$，$OB=OD$，

∴$\angle OAE=\angle OCF$，

∵$\angle AOE=\angle COF$，

∴$\triangle AOE\cong\triangle COF$（$ASA$），

∴$AE=CF$，

又∵$AE\parallel CF$，

∴四边形$AECF$为平行四边形，

即E在AB上任意位置（不与A、B重合）时，四边形$AECF$恒为平行四边形，

故选项①正确；

②如图2，

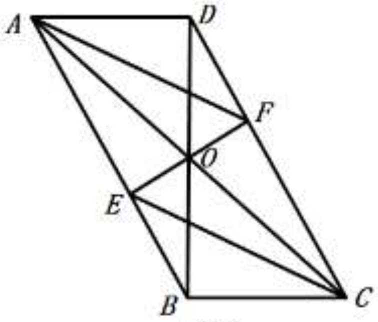


图2

四边形$AECF$不是矩形，故选项②错误．

③如图3，

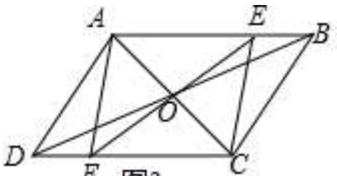


图3

当$EF\perp AC$时，四边形$AECF$为菱形，故选项③正确．

④如 图4，

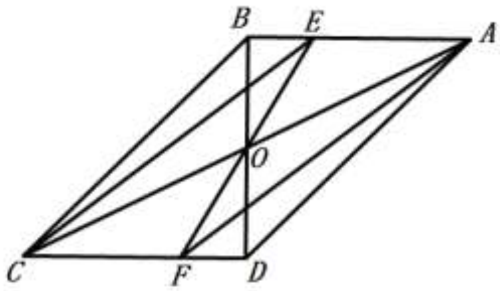


图4

如果$AB<AD$，就不存在点E在边AB上，使得四边形$AECF$为正方形，故选项④错误．

故答案为：②④．

【点睛】本题主要考查平行四边形以及几种特殊平行四边形的判定．熟悉平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定方法是解答此题的关键．

三、解答题（共54分，第19题6分，20−25题各5分，26−28题各6分）

19.【答案】(1) $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

（2）$4\sqrt{3}+\sqrt{2}$

【分析】本题主要考查了二次根式的加减计算，二次根式的混合计算：

（1）根据二次根式的加减计算法则求解即可；

（2）根据二次根式的混合计法则求解即可.

【小问 1 详解】

解：$\sqrt{18}+\sqrt{3}-\sqrt{27}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

【小问 2 详解】

解：$\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{6}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{48}+\sqrt{18}-\sqrt{8}$

$=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{3}+\sqrt{2}$

20.【答案】（1）$135°$；

（2）$2+\sqrt{2}$.

【分析】（1）由$\angle B=90°$，$AB=BC=2$，可得$\angle BAC=\angle BCA=45°$，$AC=2\sqrt{2}$，进而由勾股定理的逆定理可得$\triangle ACD$为直角三角形，利用角的和差关系即可求出；

（2）由四边形$ABCD$的面积$=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}$，计算即可求解；

本题考查了勾股定理及其逆定理，等腰直角三角形的性质，四边形的面积，利用勾股定理的逆定理得出是解题的关键.

【小问 1 详解】

解：$\because\angle B=90°$，$AB=BC=2$，

$\therefore\angle BAC=\angle BCA=45°$，$AC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

$\because AD=1$，$CD=3$，

$\therefore AD^2+AC^2=1^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=9$，$CD^2=3^2=9$，

$\therefore AD^2+AC^2=CD^2$，

$\therefore\triangle ACD$为直角三角形，$\angle CAD=90°$，

$\therefore\angle DAB=\angle CAD+\angle BAC=90°+45°=135°$；

【小问 2 详解】

解：四边形$ABCD$的面积$=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$.

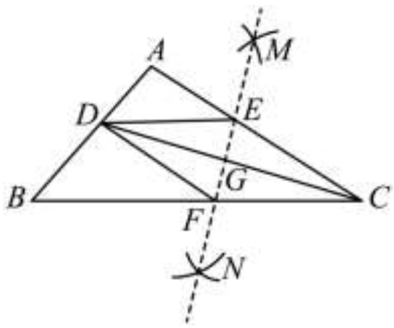
21.【答案】(1) 见解析　(2)　①. DE　②. CF　③. 内错角相等，两直线平行　④. $DC \perp EF$

【分析】(1)根据给定做法，画出图形即可；

(2)先证这个四边形是平行四边形，再根据对角线互相垂直，即可证得该四边形是菱形.

【小问 1 详解】

解：如图，四边形 $DFCE$ 即为所求，



【小问 2 详解】

证明：∵$DE=EC$，$DF=FC$，

∴EF 为 DC 的垂直平分线.

∵$DE=EC$，

∴$\angle EDC=\angle ECD$.

∵CD 平分$\angle ACB$，

∴$\angle ECD=\angle DCB$.

∴$\angle EDC=\angle DCB$，

∴ $DE \parallel CF$（内错角相等，两直线平行）

同理可证 $DF\parallel CE$，

∴四边形 $DFCE$ 为平行四边形.

又∵ $DC \perp EF$，

∴四边形 $DFCE$ 为菱形.

故答案为：DE；CF；内错角相等，两直线平行；$DC \perp EF$.

【点睛】本题主要考查了平行四边形和菱形的判定方法，灵活运用平行四边形和菱形的判定方法进行判定是解题的关键.

22.【答案】(1) $y=-3x$

(2) 见解析

【分析】本题主要考查待定系数法求函数解析式，画函数图象，掌握待定系数法描点法是解题的关键.

(1) 可设 $y=kx$，把已知条件代入可求得 k 的值，可求得 y 与 x 的函数关系式.

(2) 用描点法画出函数图象即可.

【小问 1 详解】

解：∵ y 与 x 成正比例，

∴设 $y=kx$，

把 $x=3$，$y=-9$ 代入，可得 $-9=3k$，

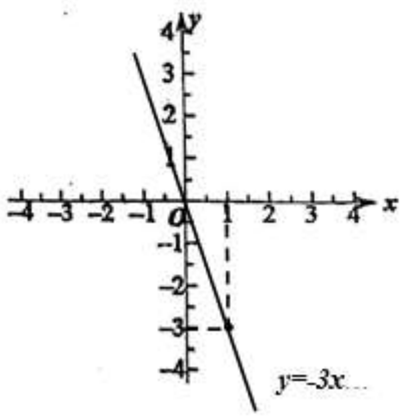
解得 $k=-3$，

$\therefore y=-3x$，

即 y 与 x 的函数关系式为 $y=-3x$.

【小问 2 详解】

解：令 $x=1$，则 $y=-3$，描出点 $\left(1,-3\right)$，过点 $\left(1,-3\right)$ 和 $\left(0,0\right)$，作直线即可.



23.【答案】见解析

【分析】本题考查了平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键．由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得 $\angle DAE=\angle BCF$，可证 $\triangle DAE\cong\triangle BCF$，于是得到 $DE=BF$，$\angle AED=\angle CFB$，进一步得到 $\angle DEF=\angle BFE$，于是 $DE /\!/ BF$，即得证.

【详解】证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$，$AD /\!/ BC$，

$\because AD /\!/ BC$，

$\therefore \angle DAE=\angle BCF$，

$\because \begin{cases} AE=CF \\ \angle DAE=\angle BCF \\ AD=BC \end{cases}$，

$\therefore \triangle DAE\cong\triangle BCF$，

$\therefore DE=BF$，$\angle AED=\angle CFB$，

$\therefore \angle DEF=\angle BFE$，

$\therefore DE /\!/ BF$，

$\because DE=BF$，且 $DE /\!/ BF$，

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形.

24.【答案】（1）增大　（2）C

（3）D

【分析】此题为一次函数的应用，渗透了函数与方程的思想，读懂表格中的数据关系，是解题的关键.

（1）根据表格中数据的变化趋势填空；

（2）$1753.5<1792<1823.5$，据此判断他的体重范围；

（3）将 $x=56$ 代入函数关系式，结合表格中的 y 的值进行判断.

【小问 1 详解】

解：由表格中的数据知，随着体重的增加，人体每日所需基础代谢的能量消耗增大.

故答案为：增大；

【小问 2 详解】

解：$\because 1753.5<1792<1823.5$

$\therefore 63<x<67$.

观察选项，只有选项 C 符合题意.

故选：C；

【小问 3 详解】

解：当 $x=56$ 时，

A．$y=x^2=56^2=3136>1631$，故错误；

B．$y=-10.5x+1071=-10.5\times56+1071=483<1631$，故错误；

C．$y=10x+1101=10\times56+1101=1661>1631$，故正确

D．$y=17.5x+651=17.5\times56+651=1631$，故正确.

故选：D.

25.【答案】（1）见解析　（2）6

【分析】（1）根据已知条件先证明四边形 $AECF$ 为平行四边形，再根据 $\angle AEC=90°$ 即可得证；

（2）由 BF 平分 $\angle ABC$，可求得 $AB=AF$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\angle ABC=60°$，则 $\angle BAE=30°$，根据含 30 度角的直角三角形的性质，求得 BE，由已知 $BE=DF$ 进而即可求得 AD.

【小问 1 详解】

$\because$ 平行四边形 $ABCD$，

$\therefore BC=AD$，$BC\parallel AD$，

又 $\because BE=DF$，

$\therefore BC-BE=AD-DF$，

即 $EC=AF$，

$\because EC\parallel AF$，$EC=AF$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为平行四边形，

又 $\because \angle AEC=90°$，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是矩形.

【小问 2 详解】

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABF=\angle FBC$，

$\because BC \parallel AD$，

$\therefore \angle AFB = \angle FBC$，

$\therefore \angle AFB = \angle ABF$，

$\therefore AF = AB = 4$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，

$\angle AEB = 90°$，$\angle ABE = 60°$，$AB = 4$，

$\therefore \angle BAE = 30°$

$\therefore BE = 2$，

$\therefore FD = BE = 2$，

$\therefore AD = AF + FD = 6$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质与判定，矩形的判定，含30度角的直角三角形的性质，角平分线的定义，熟练以上知识点是解题的关键.

26.【答案】(1) 3.5;(2) 图见解析，$S_{\triangle ABC} = 3a^2$；(3) $S_{\triangle ABC} = 5mn$

【分析】(1) 利用恰好能覆盖$\triangle ABC$的边长为3的小正方形的面积减去三个小直角三角形的面积即可解答；

(2) 根据题目中所给的构图法构造出符合所给数据的三角形，然后用 (1) 的方法求出格点三角形的面积即可；

(3) 根据题目中所给的构图法构造出符合所给数据的三角形，然后用 (1) 的方法求出格点三角形的面积即可.

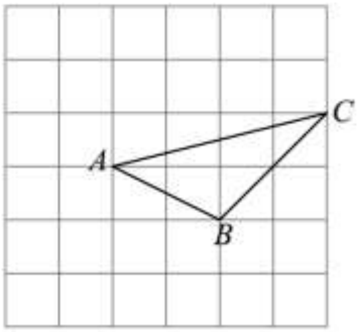
【详解】解：(1) $S_{\triangle ABC} = 3\times3-\frac{1}{2}\times3\times1-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times3\times2 = 3.5$，

故答案为：3.5；

(2) $\because \left(\sqrt{5}a\right)^2 = 5a^2 = 4a^2 + a^2 = (2a)^2 + a^2$，

$\therefore \sqrt{5}a$可以看作是两直角边长分别为$2a$和a的直角三角形斜边长，

同理：$2\sqrt{2}a$可以看作是两直角边长都是$2a$的直角三角形斜边长，$\sqrt{17}a$以看作是两直角边长是$4a$和a的直角三角形斜边长，于是可以构造出格点三角形，如图$\triangle ABC$即为所求，



图②

$S_{\triangle ABC} = 2a\times4a-\frac{1}{2}\times4a\times a-\frac{1}{2}\times2a\times a-\frac{1}{2}\times2a\times2a = 3a^2$；

（3）$\because \left(\sqrt{m^2+16n^2}\right)^2 = m^2+16n^2 = m^2+(4n)^2$，

$\therefore \sqrt{m^2+16n^2}$ 可以看作是两直角边长分别为 m 和 $4n$ 的直角三角形斜边长，

同理：$\sqrt{9m^2+4n^2}$ 可以看作是两直角边长分别是 $3m$ 和 $2n$ 的直角三角形斜边长，$2\sqrt{m^2+n^2}$ 以看作是两直角边长是 $2m$ 和 $2n$ 的直角三角形斜边长，于是可以构造出格点三角形，如图 $\triangle ABC$ 即为所求，

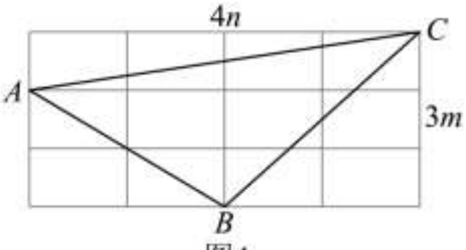


图4

$\therefore S_{\triangle ABC} = 3m\times 4n - \frac{1}{2}\times m\times 4n - \frac{1}{2}\times 3m\times 2n - \frac{1}{2}\times 2m\times 2n = 5mn$

【点睛】此题考查了勾股定理及收纳教学面积求法，根据题意正确画出 $\triangle ABC$ 是解题的关键.

27.【答案】（1）见解析　（2）见解析

（3）$AC=\sqrt{2}CE+CG$，证明见解析

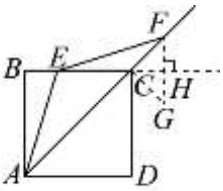
【分析】（1）作 $FH\perp BC$ 交 BC 延长线于 H，延长 FH 到 G，使 $HG=FH$，连接 CG，EG 即可；

（2）根据 $AE=EF$，得 $\angle EAC=\angle EFC$，再根据 $\angle BAE+\angle EAC=\angle BAC=45°$，$\angle FEC+\angle EFC=\angle ACB=45°$，得到 $\angle BAE=\angle HEF$，再根据轴对称的性质得 $\angle GEC=\angle HEF$，即可得出结论；

（3）先证明 $AC=\sqrt{2}AB$，$CH=\frac{\sqrt{2}}{2}CG$，不规则证明 $\triangle ABE\cong\triangle EHG(\mathrm{AAS})$，得 $AB=EH$，根据 $EH=CE+CH=CE+\frac{\sqrt{2}}{2}CG$，代入即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：如图所示，



【小问 2 详解】

解：$\because$ 正方形 $ABCD$，

$\therefore \angle BAC=\angle ACB=45°$，$\angle B=90°$，

$\because AE=EF$，

$\therefore \angle EAC=\angle EFC$，

$\because \angle BAE+\angle EAC=\angle BAC=45°$，

$\therefore \angle FEC+\angle EFC=\angle ACB=45°$，

$\therefore \angle BAE = \angle FEC$，

$\because$点 F 与点 G 关于直线 BC 的对称，

$\therefore \angle HEF = \angle GEC$

$\therefore \angle BAE = \angle GEC$

【小问 3 详解】

解：$AC = \sqrt{2}CE + CG$

证明：$\because$正方形 $ABCD$，

$\therefore AB = BC$，$\angle ACB = 45°$，$\angle B = 90°$，

$\therefore AC = \sqrt{2}AB$，

$\therefore \angle FCH = \angle ACB = 45°$

$\because$点 F 与点 G 关于直线 BC 的对称，

$\therefore \angle GCH = \angle FCH = 45°$，$EF = EG$，

$\therefore AE = EG$，

$\because FH \perp BC$ 交 BC 延长线于 H，

$\therefore \angle GHC = 90°$

$\therefore \angle HGC = \angle HCG = 45°$

$\therefore CH = GH$

$\therefore CG = \sqrt{2}CH$

$\therefore CH = \dfrac{\sqrt{2}}{2}CG$，

在$\triangle ABE$ 和$\triangle EHG$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle GEH \\ \angle B = \angle EHG \\ AE = EG \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHG(\text{AAS})$，

$\therefore AB = EH$

$\because EH = CE + CH$

$\therefore AC = \sqrt{2}(CE + CH) = \sqrt{2}\left(CE + \dfrac{\sqrt{2}}{2}CG\right) = \sqrt{2}CE + CG$，

即 $AC = \sqrt{2}CE + CG$．

【点睛】本题考查正方形的性质，勾股定理，全等三我的判定与性质，三角形外角的性质，对顶角性质，轴对称的性质．熟练掌握相关性质是解题的关键．

28.【答案】（1）点 D　（2）①$T(4,2)$；②$0 < k < 1$；③见解析

【分析】本题是一次函数的综合题，也是新定义：关联点和最佳关联点，考查了平行四边形的判定和面积，正方形的性质等知识，解题的关键是学会利用特殊点，特殊位置解决问题，学会画出图形解决问题，属于中考压轴题.

（1）根据关联点的定义可直接判定；

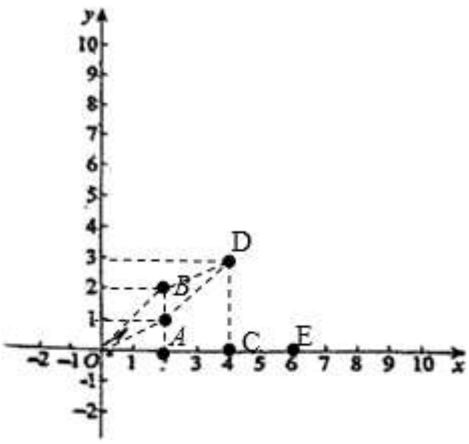
（2）①因为当平行四边形 $OATB$ 的面积最大时，称点 T 是点 O 关于线段 AB 的最佳关联点，画图可直接写出 T 的坐标；

②利用边界点确定两个 k 的值，如图，四边形 $ABTC$ 和 $CSQP$，当直线 $y=kx$ 经过点 $S(4,4)$ 时，$k=1$，从而得结论.

③作面积为 8 的平行四边形 $OBMC$ 和平行四边形 $OTNC$ 即可.

【小问 1 详解】

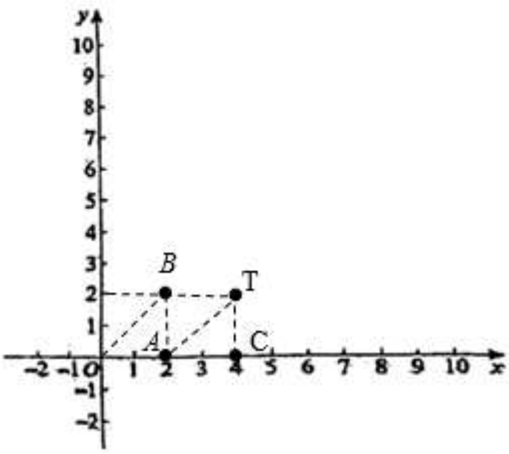
解：由图可得，点 O 关于线段 AB 的关联点是点 D；



【小问 2 详解】

解：①如图，$\because$ 点 O 关于线段 AB 的最佳关联点记为 T，

即 ▱$OABT$ 的面积最大，



$\therefore T\left(4,2\right)$；

②将直线 $y=kx$ 上存在的点 O 关于四边形 $ABTC$ 的关联点记为点 H，

$\because$ 点 $A\left(2,0\right)$，$B\left(2,2\right)$，$C\left(4,0\right)$，$T\left(4,2\right)$，

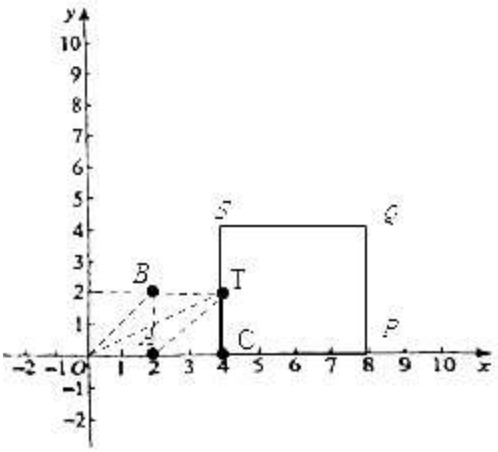
$\therefore$ 四边形 $ABTC$ 是正方形，

∵正方形$ABTC$及其内部的任意点K（除顶点A、B、T、C外），总能够在正方形$ABTC$上找到两点M，N，使点K是MN的中点，

由题意可知：四边形$OMHN$是平行四边形，

∴由平行四边形的性质可知：K也是O，H的中点，

∴所有的点H组成正方形$CPQS$和及其内部（边OP上的点和S，Q除外），如图，将它记为图形G，

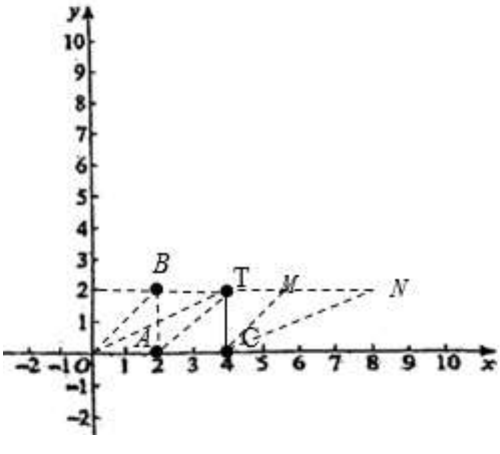


依题意：只需要直线$y=kx$与图形G有一个公共点即可，

当直线$y=kx$经过点$S(4,4)$时，$k=1$

∴$0<k<1$

③如图所示，点M、N即为所求.



四边形$OBMC$和四边形$OTNC$面积为8是最大的，

∴点M或N是最佳关联点.