



北京市第六十六中学 2023—2024 学年第二学期期中质量检测

初二数学

2024.04

试卷说明:

1. 本试卷共 四 道大题, 共 8 页。
2. 卷面满分 100 分, 考试时间 100 分钟。(选做题计入总分, 但总分不超过 100 分)
3. 试题答案一律在答题纸上作答, 在试卷上作答无效。

一、选择题 (每小题 2 分, 共 16 分)

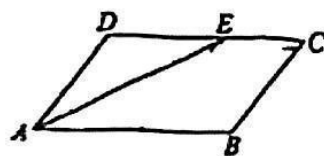
1. 下列二次根式中, 最简二次根式是

- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{7x^2}$ D. $\sqrt{\frac{x}{3}}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边分别是 a , b , c . 下列条件中, 不能判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是

- A. $\angle A + \angle B = 90^\circ$ B. $\angle A + \angle B = \angle C$
 C. $a = 3, b = 3, c = 2\sqrt{3}$ D. $a = 1, b = 3, c = \sqrt{10}$

3. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$ 交 CD 边于 E , $AD = 6$, $AB = 10$, 则 EC 的长为



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. 下列计算正确的是

- A. $2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2$ B. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{6}$
 C. $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 2$ D. $\sqrt{4\frac{1}{9}} = 2\frac{1}{3}$

5. 下列命题正确的是

- A. 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形;
 B. 对角线相等的四边形是矩形;
 C. 有一组邻边相等的四边形是菱形;
 D. 有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形.

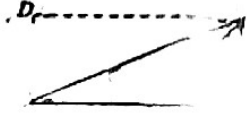


6. 关于函数 $y = -4x$ ，下列结论正确的是

- A. 函数图象过点(1, 4)
 C. y 随 x 的增大而增大

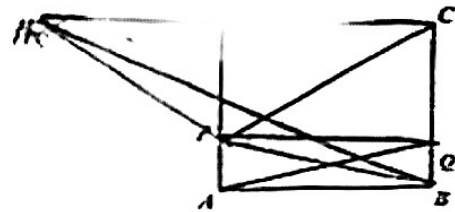
- B. 函数图象经过第二、四象限
 D. 不论 x 为何值，总有 $y < 0$

7. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=8$ ， $BC=4$ ，将矩形沿 AC 折叠，点 D 落在点 D' 处，则重叠部分 $\triangle AFC$ 的面积为



- A. 6
 C. 10
- B. 8
 D. 12

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ， $AD=5$ ，点 P 在 AD 上，点 Q 在 BC 上，且 $AP=BQ$ ，连接 CP 、 QA ，则 $PC+QA$ 的最小值为



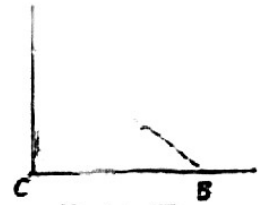
- A. 10
 C. 12
- B. 11
 D. 13

二、填空题 (每小题 2 分，共 16 分)

9. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

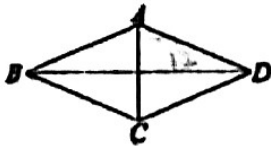
10. 正比例函数 $y = kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的图象经过点(2, 6)，则 $k =$ _____.

11. 如图，公路 AC ， BC 互相垂直，公路 AB 的中点 M 与点 C 被湖隔开，若测得 AC 的长为 6km， BC 的长为 8km，则 M 、 C 两点间的距离为_____ km.

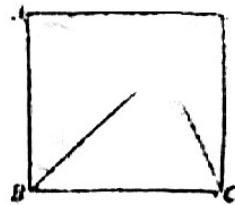


第 11 题

12. 如图，菱形 $ABCD$ 中，若 $BD = 24$ ， $AC = 10$ ，则 AB 的长等于_____，该菱形的面积为_____.



第 12 题图

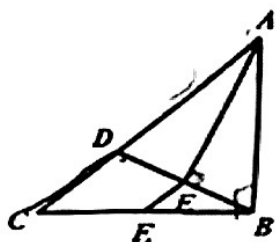


第 13 题图

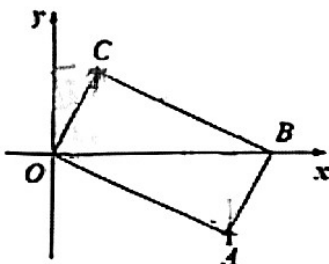
13. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 BD 上的一点，且 $BE = AB$ ，连接 CE ， AE ，则 $\angle AEC$ 的度数为_____.



14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 在边 AC 上截取 $AD=AB$, 连接 BD , 过点 A 作 $AE \perp BD$ 于点 E . 已知 $AB=3, BC=4$, 如果 F 是边 BC 的中点, 连接 EF , 那么 EF 的长是_____.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A, C 的坐标分别是 $(4, -2), (1, 2)$, 点 B 在 x 轴上, 则点 B 的横坐标是_____.

16. 已知 a, b 为正数, 且 $a+b=6$, 则 $\sqrt{a^2+4} + \sqrt{b^2+9}$ 的最小值为_____.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 16 分, 第 18、19 题每题 6 分, 第 20 题 7 分, 第 21 题 8 分, 第 22 题 8 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 10 分)

17. 计算:

(1) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{5}$;

(2) $2\sqrt{12} \times \sqrt{3} + \sqrt{6}$

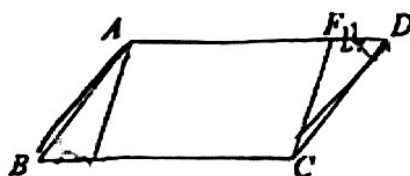
(3) $6\sqrt{\frac{1}{3}} + (\sqrt{18} - \sqrt{24}) \div \sqrt{2}$

(4) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

18. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, 且 $BE = DF$, 连接 AE, CF .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形.



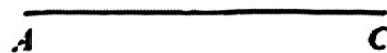


19. 下面是小明设计的“作菱形 $ABCD$ ”的尺规作图过程.

求作: 菱形 $ABCD$.

作法: ①作线段 AC ;

②作线段 AC 的垂直平分线 l , 交 AC 于点 O ;



③在直线 l 上取点 B , 以 O 为圆心, OB 长为半径画弧, 交直线 l 于点 D (点 B 与点 D 不重合);

④连接 AB 、 BC 、 CD 、 DA .

所以四边形 $ABCD$ 为所求作的菱形.

根据小明设计的尺规作图过程

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2). 完成下面的证明.

证明: $\because OA=OC, OB=OD,$

\therefore _____.

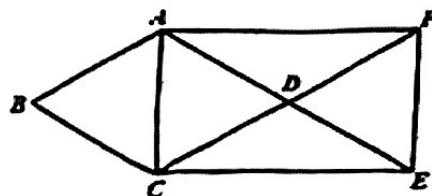
\therefore _____;

\therefore 四边形 $ABCD$ 为菱形 (_____). (填推理的依据)

20. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 延长 AD 到点 E , 使 $DE=AD$, 延长 CD 到点 F , 使 $DF=CD$, 连接 AC 、 CE 、 EF 、 AF .

(1) 求证: 四边形 $ACEF$ 是矩形;

(2) 若 $\angle B=60^\circ, AB=1$, 求四边形 $ACEF$ 的周长.

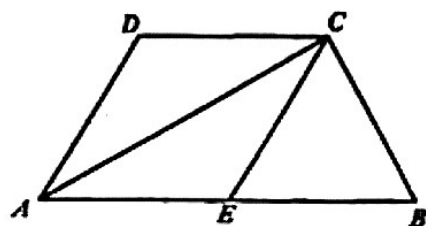




21. 已知四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB=2CD$, E 为 AB 的中点, AC 为对角线, $AC \perp BC$.

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是菱形;

(2) 若 $\angle DAE=60^\circ$, $AE=2$, 求菱形 $AECD$ 的面积.



22. 按要求画出图形

(1) 在 6×6 的正方形网格中, 每个小方格的顶点叫做格点, 按下列要求在网格中画出图形.

在图 1 中, 以格点为顶点画一个面积为 8 的正方形;

在图 2 中, 以格点为顶点画一个三角形, 使三角形三边长分别为 4 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{13}$; 请你判断这个三角形_____直角三角形 (填“是”或“不是”).

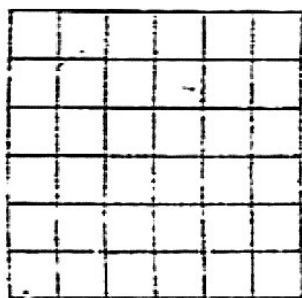


图 1

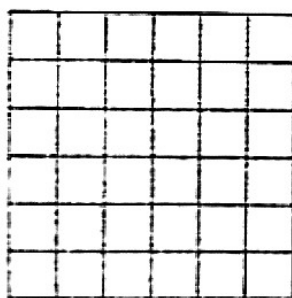


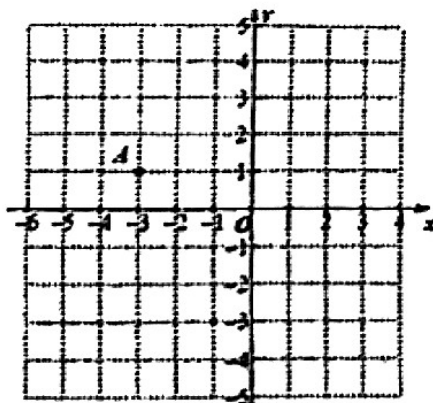
图 2

(2) 如图, 已知点 $A(-3, 1)$, B 为第二象限内的一个整点 (即横纵坐标都为整数的点),

且 $OA=OB$.

① 直接写出点 B 的坐标为_____:

② 画出以 A 、 B 、 O 及合适的第四个点 C 为顶点的所有平行四边形.





23. 阅读下面的文字后，回答问题：

对题目“化简并求值： $a + \sqrt{1 - 6a + 9a^2}$ ，其中 $a=5$ ”，

甲、乙两人的解答不同：

甲的解答：原式 $= a + \sqrt{(1-3a)^2} = a + 1 - 3a = 1 - 2a = 1 - 2 \times 5 = -9$

乙的解答：原式 $= a + \sqrt{(1-3a)^2} = a + 3a - 1 = 4a - 1 = 4 \times 5 - 1 = 19$

(1) 你认为_____的解答是错误的：

(2) 错误的解答在于未能正确运用二次根式的性质_____：

(3) 模仿上面正确的解答，化简并求值： $\sqrt{a^2 - 10a + 25} + \sqrt{9 - 6a + a^2}$ ，其中 $a = \pi$ 。

24. 四边形 $ABCD$ 是正方形， AC 是对角线， E 是平面内一点，且 $CE < BC$ 。过点 C 作 $FC \perp CE$ ，且 $CF = CE$ 。连接 AE 、 AF ， M 是 AF 的中点，作射线 DM 交 AE 于点 N 。

(1) 如图 1，若点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 边上。

求证：① $\angle BAE = \angle DAF$ ；

② $DN \perp AE$ 。

(2) 如图 2，若点 E 在四边形 $ABCD$ 内，点 F 在直线 BC 的上方，求 $\angle EAC$ 与 $\angle ADN$ 的度数的和。

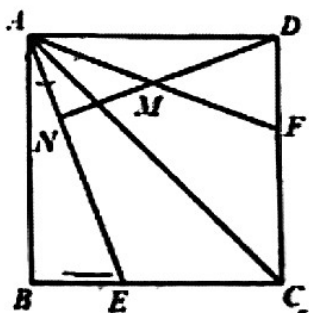


图 1

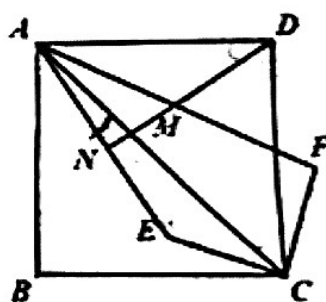


图 2



四、选做题（本题共 10 分，每题 5 分）

25. 如图 1，将边长为 1 的正方形 $ABCD$ 压扁为边长为 1 的菱形 $ABCD$ ，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 的大小为 α ，面积记为 S 。

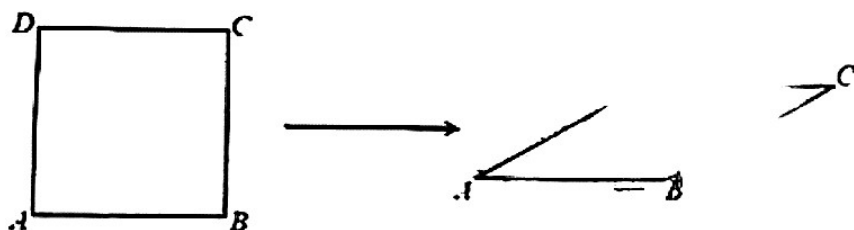


图 1

(1) 请补全下表：

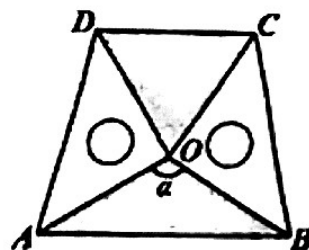
| α | 30° | 45° | 60° | 90° | 120° | 135° | 150° |
|----------|---------------|------------|------------|------------|-------------|----------------------|-------------|
| S | $\frac{1}{2}$ | | | 1 | | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | |

(2) 填空：由 (1) 可以发现单位正方形在压扁的过程中，菱形的面积随着 $\angle A$ 大小的变化而变化，不妨把单位菱形的面积 S 记为 $S(\alpha)$ 。例如：当 $\alpha=30^\circ$ 时， $S=S(30^\circ)=\frac{1}{2}$ ；当

$$\alpha=135^\circ \text{ 时， } S=S(135^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

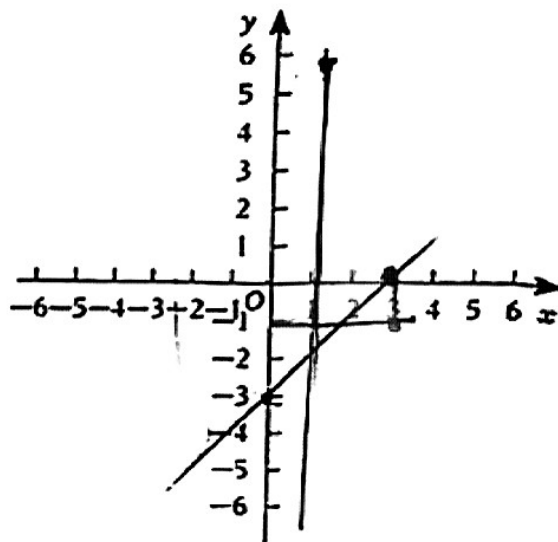
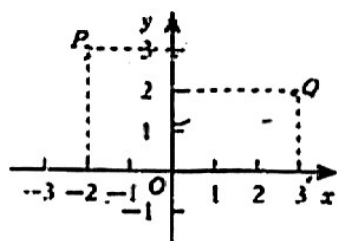
由上表可以归纳出 $S(180^\circ-\alpha)=S(\underline{\quad})$ 。

(3) 两块相同的等腰直角三角板按图 2 的方式放置， $AD=\sqrt{2}$ ， $\angle AOB=\alpha$ ，试探究图中两个带阴影的三角形面积是否相等，并说明理由。（注：可以利用 (2) 中的结论）





26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 P, Q 两点给出如下定义: 若点 P 到两条坐标轴的距离之和等于点 Q 到两条坐标轴的距离之和, 则称 P, Q 两点为和谐点. 例如图 1 中的 P, Q 两点即为和谐点.



(1) 已知点 $A(3, -1)$.

在点 $E(-4, 0), F(1, 1), G(2, 0)$ 中, 点 A 的和谐点是_____;

若点 B 在 y 轴上, 且 A, B 两点为和谐点, 则点 B 的坐标是_____;

(2) 已知点 $C(3, 0)$, 点 $D(0, -3)$, 连接 CD , 点 M 为线段 CD 上一点.

经过点 $(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线记作直线 l , 若在直线 l 上存在点 N , 使得 M, N 两点为和谐点, 则 n 的取值范围是_____;

若点 $S(m, 0)$, 点 $T(m+2, 0)$, 在以线段 ST 为斜边的等腰直角三角形的某条边上存在点 K , 使得 M, K 两点为和谐点, 则 m 的取值范围是_____.