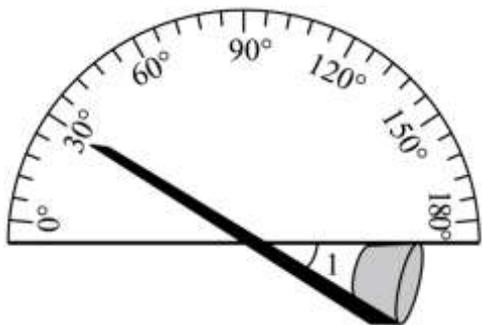




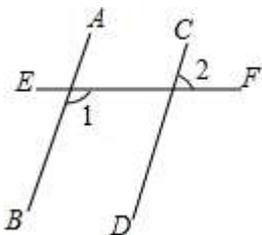
数 学

(考试时间 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 24 分)

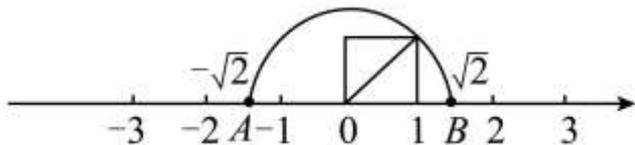
1. 如图, 利用工具测量角, 则 $\angle 1$ 的大小为 ()A. 30° B. 60° C. 120° D. 150° 2. 在平面直角坐标系中, 点 $P(-5, 6)$ 位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 如图, 直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()A. 65° B. 70° C. 75° D. 80° 4. 下列实数: $-\sqrt{5}$, $\frac{\pi}{3}$, $0.1010010001\dots$ (每相邻两个 1 之间依次增加一个 0), $2\frac{2}{3}$, 3.14 , $\sqrt[3]{9}$ 中,

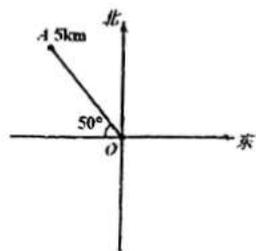
无理数的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 如图, 数轴上, 下列各数是无理数且表示的点在线段 AB 上的是 ()A. 0 B. $\sqrt{2} - 1$ C. $\sqrt[3]{-9}$ D. π

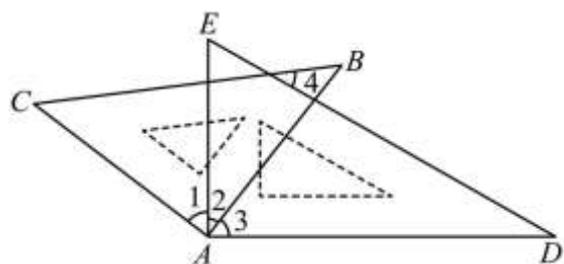
6. 下列式子正确的是 ()

A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $-\sqrt[3]{-8} = 2$ C. $-\sqrt{16} = 4$ D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ 7. 点 A 的位置如图所示, 则下列关于点 A 的位置叙述正确的是 ()



- A. 北偏西 40° 方向 5km 处
- B. 距点 O 5km 处
- C. 在点 O 北偏西 40° 方向 5km 处
- D. 在点 O 北偏西 50° 方向 5km 处

8. 将一副三角板按如图放置，其中 $\angle B = \angle C = 45^\circ$ ， $\angle E = 60^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，则下列结论正确的有 ()



- ① $\angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$;
- ② 如果 $\angle 2$ 与 $\angle E$ 互余，则 $BC \parallel DA$;
- ③ 如果 $BC \parallel AD$ ，则有 $\angle 2 = 45^\circ$;
- ④ 如果 $\angle CAD = 150^\circ$ ，必有 $\angle 4 = \angle C$.

- A. ①③④
- B. ①②④
- C. ②③④
- D. ①②③④

二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

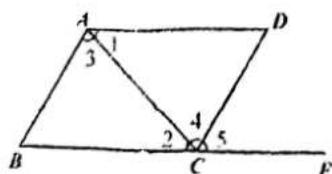
9. 81 的平方根是_____.

10. 比较大小: $\sqrt{13}$ _____ 2 (填 “>” 或 “<”).

11. 对于命题 “若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$ ” 举出能说明这个命题是假命题的一组 a, b 的值, 则 $a =$ ____, $b =$ _____.

12. 在平面直角坐标系中, 点 $(-1, -3)$ 到 x 轴的距离为_____.

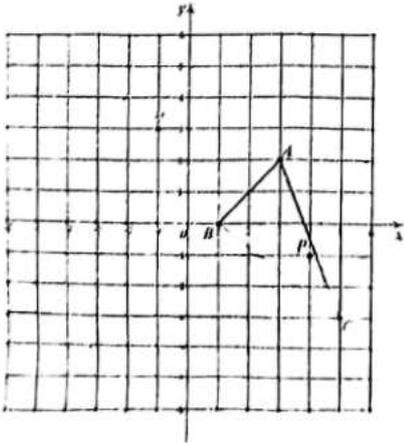
13. 如图, ① $\angle 1 = \angle 2$; ② $\angle 3 = \angle 4$; ③ $\angle B = \angle 5$; ④ $\angle BCD + \angle D = 180^\circ$; 以上四个条件中能判定 $AD \parallel BC$ 的有_____.



14. 如图是中国象棋棋盘的一部分、建立如图所示的平面直角坐标系, 已知 “車” 所在位置的坐标为 $(-2, 2)$, 则 “炮” 所在位置的坐标为_____.

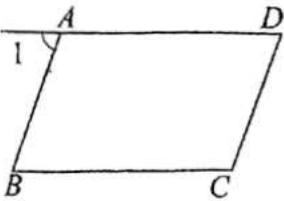


$C(5,-3)$ ，三角形 ABC 中任意一点 $P(a,b)$ ，经平移后对应点 $P'(a-5,b+4)$ ，将三角形 ABC 作同样的平移得到三角形 $\triangle A'B'C'$ 点 A, B, C 对应点分别为 A', B', C' 。



- (1) 点 B' 的坐标为____；
 (2) ①画出三角形 $A'B'C'$ ；
 ②三角形 $A'B'C'$ 的面积为____；

21. 如图，已知 $AD \parallel BC$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ， $\angle C = 110^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数。阅读下面的解答过程，并填空：



解：∵ $AD \parallel BC$ (已知)，
 $\therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ (两直线平行，内错角相等)；
 $\because \angle 1 = 70^\circ$ ， $\angle C = 110^\circ$ (已知)，
 $\therefore \angle 1 + \angle C = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ (等式的性质)，
 $\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ (等量代换)，
 $\therefore AB \parallel DC$ (_____)，
 $\therefore \angle D = \angle 1$ (_____)，
 $\therefore \angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

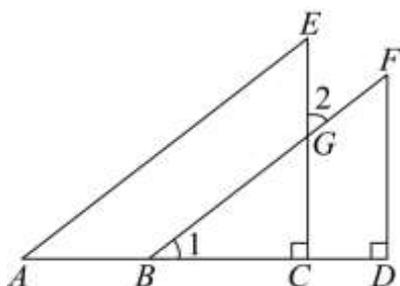
22. 有一块面积为 400 平方厘米的正方形纸片。

- (1) 该正方形纸片的边长为_____ cm；
 (2) 小明想沿着边的方向，裁出一块面积为 360 平方厘米的长方形纸片，使它的长宽之比为 4:3，他不知道能否裁得出来，聪明的你帮他想想，他能裁得出来吗？

23. 如图，点 A, B, C, D 在一条直线上， CE 与 BF 交于点 G ， $EC \perp AD$ ， $FD \perp AD$ ， $\angle E = \angle F$ 。试



说明： $\angle A = \angle 1$ 。



24. 阅读学习，解决问题：

小高在学习中遇到一有趣的问题：如何比较 $\sqrt{11} - \sqrt{10}$ 与 $\sqrt{12} - \sqrt{11}$ 的大小

请你先阅读下面的内容，然后帮助解决此问题

(1) 我们知道： $3 > 2, \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ； $6 > 4, \frac{1}{6} < \frac{1}{4}$ ，……

由此可归纳出结论 1：若 $a > b > 0$ ，则 $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$

(2) $(3+2)(3-2) = 5 \times 1 = 5 = 9 - 4 = 3^2 - 2^2$

$(5+3)(5-3) = 8 \times 2 = 16 = 25 - 9 = 5^2 - 3^2$ ……

由此可归纳出结论 2： $(a+b)(a-b) =$ _____。

(3) 根据上面的结论计算：

$\therefore (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$

$\therefore \sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

类似的：

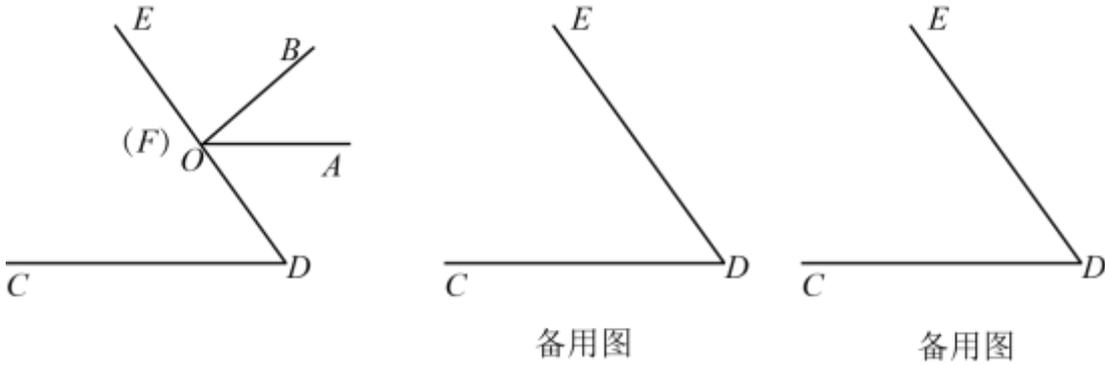
$\therefore (\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5}) = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2 = 6 - 5 = 1$

$\therefore \sqrt{6} - \sqrt{5} =$ _____

由此可归纳出结论 3： $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} =$ _____ (n 为正实数)

(4) 请你根据以上总结的结论，比较 $\sqrt{11} - \sqrt{10}$ 与 $\sqrt{12} - \sqrt{11}$ 的大小

25. 平面内有两个锐角 $\angle AOB$ 与 $\angle EDC$ ，点 B 在直线 OA 的上方。 $\angle EDC$ 保持不动，且 $\angle EDC$ 的一边 $CD \parallel AO$ ，另一边 DE 与直线 OB 相交于点 F 。



备用图

备用图

(1) 若 $\angle AOB = 40^\circ$, $\angle EDC = 55^\circ$, 且位置如图 1, 当点 E, O, D 在同一条直线上 (即点 O 与点 F 重合) 时, $\angle BOE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(2) 若 $\angle AOB = \alpha$, $\angle EDC = \beta$, ($0^\circ < \alpha < \beta < 90^\circ$), 当点 E, O, D 不在同一条直线上, 画出图形并求 $\angle BFE$ 的度数 (用含 α, β 的式子表示).

26. 对于平面直角坐标中的任意两点 P, Q , 若点 P 到两坐标轴的距离之和等于点 Q 到两坐标轴的距离之和, 则称 P, Q 两点为“和合点”, 如图 1 中的 P, Q 两点即为“和合点”.

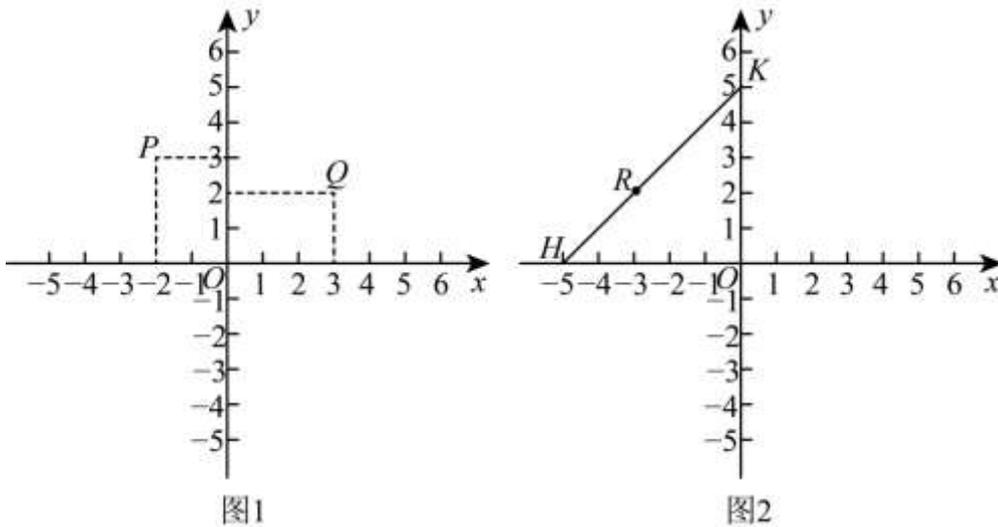


图1

图2

(1) 已知点 $A(-4,8), B(6,0), C(6,6), D(-2,9)$.

① 在上面四点中, 与点 $E(-5,-7)$ 为“和合点”的是_____;

② 若点 $F(-3,0)$, 过点 F 作直线 $l \perp x$ 轴, 点 G 在直线 l 上, A, G 两点为“和合点”, 则点 G 的坐标为_____;

③ 若点 $M(2a,3b)$ 在第二象限, 点 $N(-3a,-b)$ 在第四象限, 且 A, M 两点为“和合点”, D, N 两点为“和合点”, 求 a, b 的值.

(2) 如图 2, 已知点 $H(-5,0), K(0,5)$, 点 $R(x,y)$ 是线段 HK 上的一动点, 且满足 $x-y=-5$, 过点 $T(n,0)$ 作直线 $m \perp x$ 轴, 若在直线 m 上存在点 S , 使得 R, S 两点为“和合点”, 直接写出 n 的最大值.



参考答案

一、选择题（每题3分，共24分）

1. 【答案】A

【分析】利用对顶角相等求解.

【详解】解：量角器测量的度数为 30° ,

由对顶角相等可得, $\angle 1 = 30^\circ$.

故选 A.

【点睛】本题考查量角器的使用和对顶角的性质, 掌握对顶角相等是解题的关键.

2. 【答案】B

【分析】根据各象限内点的坐标特征解答即可.

【详解】解：点 $P(-5, 6)$ 位于第二象限.

故选：B.

【点睛】本题主要考查点的坐标, 熟练掌握点的坐标象限的符合特征：第一象限为“ $(+, +)$ ”，第二象限为“ $(-, +)$ ”，第三象限为“ $(-, -)$ ”，第四象限为“ $(+, -)$ ”是解题的关键.

3. 【答案】B

【分析】根据“两直线平行, 同旁内角互补”和“对顶角相等”来求 $\angle 2$ 的度数.

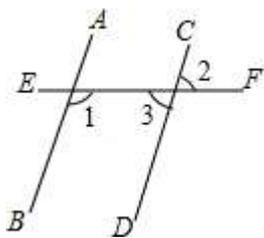
【详解】解：如图, $\because AB \parallel CD, \angle 1 = 110^\circ,$

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$ 即 $100 + \angle 3 = 180^\circ,$

$\therefore \angle 3 = 70^\circ,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 70^\circ.$

故选 B.



【点睛】本题考查了平行线的性质. 平行线性质的定理:

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

4. 【答案】D

【分析】本题考查了无理数的认识, 根据整数和分数统称有理数, 无限不循环小数是无理数判断即可.

【详解】 $-\sqrt{5}, \frac{\pi}{3}, 0.1010010001\dots$ (每相邻两个 1 之间依次增加一个 0), $\sqrt[3]{9}$ 是无理数, 共 4 个,



$2\frac{2}{3}$, 3.14 是有理数,

故选 D.

5. 【答案】B

【分析】本题考查了实数与数轴、无理数的估算、立方根，先根据数轴可得在线段 AB 上的点所表示的无理数的取值范围为大于 $-\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{2}$ ，再根据无理数的估算、立方根的性质逐项判断即可得.

【详解】解：由数轴可知，在线段 AB 上的点所表示的无理数的取值范围为大于 $-\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{2}$.

A、0 是有理数，则此项不符合题意；

B、 $\sqrt{2}-1$ 是无理数，且 $-\sqrt{2} < \sqrt{2}-1 < \sqrt{2}$ ，则此项符合题意；

C、 $\sqrt[3]{-9}$ 是无理数，但 $\sqrt[3]{-9} < \sqrt[3]{-8} = -2 < -\sqrt{2}$ ，则此项不符合题意；

D、 π 是无理数，但 $\pi \approx 3.14 > \sqrt{2}$ ，则此项不符合题意；

故选：B.

6. 【答案】B

【分析】根据平方根和立方根的性质，即可.

【详解】 $\because 3^2 = 9$,

$\therefore \sqrt{9} = 3$,

\therefore A 错误，不符合题意；

$\because -\sqrt[3]{-8} = -(-2) = 2$,

\therefore B 正确，符合题意；

$\because 4^2 = 16$,

$\therefore \sqrt{16} = 4$,

$\therefore -\sqrt{16} = -4$,

\therefore C 错误，不符合题意；

D、 $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$,

\therefore D 错误，不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查平方根和立方根的知识，解题的关键是掌握平方根和立方根的性质.

7. 【答案】C

【分析】本题考查了有序数对表示位置，先求出 50° 的余角，再根据方向角的定义，即可解答.

【详解】解：由题意得：

$90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$,

\therefore 点 A 在点 O 北偏西 40° 方向 5km 处，

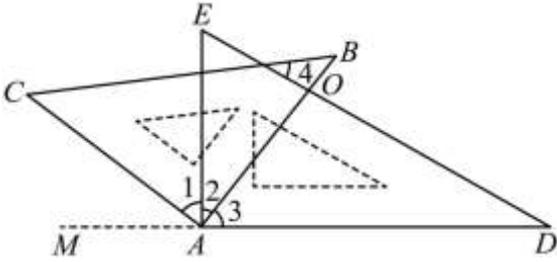
故选：C.



8. 【答案】A

【分析】根据平行线的判定与性质进行逐一判断即可.

【详解】解：如图，点 M 在 DA 的延长线上，



$$\because \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAM = \angle 1 + \angle CAM = 180^\circ - \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle CAB = \angle 2 + \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle CAM,$$

$$\text{又} \because \angle CAD + \angle CAM = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle CAD = 180^\circ,$$

$$\text{即} \angle BAE + \angle CAD = 180^\circ,$$

故①正确，符合题意；

$$\because \angle 2 \text{ 与 } \angle E \text{ 互余},$$

$$\therefore \angle 2 + \angle E = 90^\circ,$$

$$\because \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 60^\circ \neq \angle B,$$

$\therefore BC$ 与 AD 不平行，

故②错误，不符合题意；

$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle B = 45^\circ,$$

$$\because \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 45^\circ,$$

故③正确，符合题意；

$$\because \angle CAD = 150^\circ, \angle CAM + \angle CAD = 180^\circ, \angle BAE = \angle CAM,$$

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\because \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle BAE + \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 45^\circ,$$



$$\therefore \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle C,$$

故④正确，符合题意.

故选：A.

【点睛】此题考查了平行线的判定与性质，熟记平行线的判定定理与性质定理是解题的关键.

二、填空题（每题3分，共24分）

9. 【答案】 ± 9

【分析】直接根据平方根的定义填空即可.

【详解】解： $\because (\pm 9)^2 = 81,$

$\therefore 81$ 的平方根是 ± 9 .

故答案为： ± 9 .

【点睛】本题考查了平方根，理解平方根的定义是解题的关键.

10. 【答案】 $>$

【分析】本题主要考查实数的大小比较，知道 $\sqrt{13} > \sqrt{4} = 2$ 即可得到结论.

【详解】解： $\because 13 > 4,$

$$\therefore \sqrt{13} > \sqrt{4} = 2,$$

$$\text{即 } \sqrt{13} > 2,$$

故答案为： $>$.

11. 【答案】 ①. $a = -2$ （答案不唯一） ②. $b = 1$ （答案不唯一）

【分析】考查了命题与定理的知识，判断一个命题是假命题的时候可以举出反例. 根据举反例的方法找到 a, b 满足 $a^2 > b^2$ ，但是不满足 $a > b$ 即可.

【详解】解：当 $a = -2, b = 1$ 时， $a^2 > b^2$ ，但是 $a < b$ ，

故答案为： $a = -2, b = 1$ （答案不唯一）.

12. 【答案】3

【分析】根据点 $M(a, b)$ 到 x 轴的距离为 $|b|$ 即可解答.

【详解】解：点 $(-1, -3)$ 到 x 轴的距离为 $|-3| = 3$.

故答案为：3.

【点睛】本题主要考查了点的坐标的性质，掌握点 $M(a, b)$ 到 x 轴的距离为 $|b|$ 是解答本题的关键.

13. 【答案】①④

【分析】本题考查了平行线的判定，根据平行线的判定定理，逐项分析判断即可求解.

【详解】解：① $\because \angle 1 = \angle 2;$

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\text{②} \because \angle 3 = \angle 4;$$



$$\therefore AB \parallel CD$$

$$\textcircled{3} \because \angle B = \angle 5;$$

$$\therefore AB \parallel CD$$

$$\textcircled{4} \because \angle BCD + \angle D = 180^\circ$$

$$\therefore AD \parallel BC$$

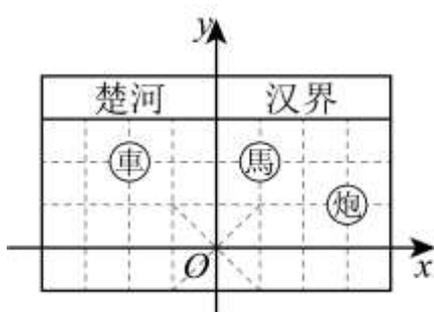
\therefore 能判定 $AD \parallel BC$ 的有 $\textcircled{1}\textcircled{4}$

故答案为: $\textcircled{1}\textcircled{4}$.

14. 【答案】(3,1)

【分析】本题主要考查了坐标确定位置,直接利用“車”位于点 $(-2,2)$,得出原点的位置,进而得出答案.

【详解】解:如图所示:“炮”所在位置的坐标为: $(3,1)$.



故答案为: $(3,1)$.

15. 【答案】300

【分析】本题考查了生活中的平移现象,草坪的面积 $= (21-1) \times (16-1)$,由此计算即可.

【详解】解:依题意,草坪的面积 $= (21-1) \times (16-1) = 20 \times 15 = 300 (\text{m}^2)$,

故答案为: 300.

16. 【答案】 ①. 108 ②. 144

【分析】(1) 根据小志收到的货款 $= (100 + \text{超出 } 100 \text{ 元的部分} \times 0.5) \times 80\%$,即可得出结论;

(2) 设两次共售出 x 盒草莓, y 盒蜜瓜, z 盒香梨,根据总价 $=$ 单价 \times 数量以及“每笔订单限购 3 盒水果”即可得出关于 x, y, z 的三元一次方程,结合 x, y, z 均为非负整数,即可得出 x, y, z 的可能值,再分各种出售方式求出小志收到的货款,比较后即可得出结论.

【详解】(1) $[100 + (40 + 50 + 80 - 100) \times 0.5] \times 80\% = 108$ (元).

故答案为: 108.

(2) 设两次共售出 x 盒草莓, y 盒蜜瓜, z 盒香梨,

依题意,得: $40x + 50y + 80z = 220$,

$$\text{解得: } x = \frac{11}{2} - \frac{5}{4}y - 2z = 5 - 2z + \frac{2-5y}{4}$$



$\because x, y, z$ 均为非负整数, $0 \leq x, y, z \leq 3$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}, \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}$$

当 $x=1, y=2, z=1$ 时, 两次共售出 1 盒草莓, 2 盒蜜瓜, 1 盒香梨, 分以下几种情况考虑:

- ① 一笔订单售出 1 盒草莓, 2 盒蜜瓜, 另一笔订单售出 1 盒香梨, 此时小明收到的货款是 $[100 + (40 + 2 \times 50 - 100) \times 0.5 + 80] \times 80\% = 160$ (元);
- ② 一笔订单售出 1 盒草莓, 1 盒蜜瓜, 另一笔订单售出 1 盒香梨, 1 盒蜜瓜, 此时小明收到的货款是 $[40 + 50 + 100 + (80 + 50 - 100) \times 0.5] \times 80\% = 164$ (元);
- ③ 一笔订单售出 1 盒草莓, 另一笔订单售出 1 盒香梨, 2 盒蜜瓜, 此时小明收到的货款是 $[100 + (80 + 2 \times 50 - 100) \times 0.5 + 40] \times 80\% = 144$ (元);
- ④ 一笔订单售出 1 盒草莓, 1 盒香梨, 另一笔订单售出 2 盒蜜瓜, 此时小明收到的货款是 $[100 + (80 + 40 - 100) \times 0.5 + 2 \times 50] \times 80\% = 176$ (元);
- ⑤ 一笔订单售出 1 盒草莓, 1 盒香梨, 1 盒蜜瓜, 另一笔订单售出 1 盒蜜瓜, 此时小明收到的货款是 $[100 + (80 + 40 + 50 - 100) \times 0.5 + 50] \times 80\% = 148$ (元);

当 $x=3, y=2, z=0$ 时, 两次共售出 3 盒草莓, 2 盒蜜瓜, 分以下几种情况考虑:

- ① 一笔订单售出 3 盒草莓, 另一笔订单售出 2 盒蜜瓜, 此时小明收到的货款是 $[100 + (40 \times 3 - 100) \times 0.5 + 2 \times 50] \times 80\% = 168$ (元);
- ② 一笔订单售出 2 盒草莓, 另一笔订单售出 2 盒蜜瓜, 1 盒草莓, 此时小明收到的货款是 $[100 + (50 \times 2 + 40 - 100) \times 0.5 + 2 \times 40] \times 80\% = 160$ (元);
- ③ 一笔订单售出 2 盒草莓, 1 盒蜜瓜, 另一笔订单售出 1 盒蜜瓜, 1 盒草莓, 此时小明收到的货款是 $[100 + (40 \times 2 + 50 - 100) \times 0.5 + 50 + 40] \times 80\% = 164$ (元);

综上所述, 小明收到的货款最少是 144 元.

故答案为: 144.

【点睛】 本题考查了应用类问题以及三元一次方程的应用, 解题的关键是: (1) 根据促销方案, 求出小志收到的货款; (2) 找准等量关系, 正确列出三元一次方程.

三、解答题 (17-24 每题 5 分, 25、26 题每题 6 分)

17. **【答案】** $\sqrt{3} - 4$

【分析】 先算算式平方根, 立方根以及绝对值, 再算加减法, 即可求解.

【详解】 原式 $= 4 + (-4) - 3 + \sqrt{3} - 1$
 $= \sqrt{3} - 4.$

【点睛】 本题主要考查实数的混合运算, 掌握算式平方根, 立方根以及绝对值的概念, 是解题的关键.

18. **【答案】** (1) 见解析 (2) $PM < OP$, 垂线段最短



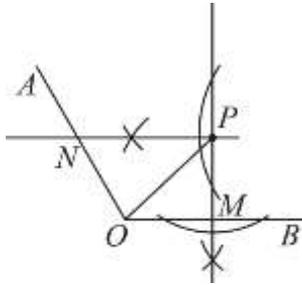
【分析】(1) ①根据画垂线的方法画出垂线即可；②根据平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行，过 P 作 PM 的垂线即可；

(2) 根据垂线段最短可得结论.

【小问 1 详解】

解：①直线 PM 即为所求作；

②直线 PN 即为所求作；



【小问 2 详解】

根据垂线段最短可知： $PM < OP$.

故答案为： $PM < OP$ ，垂线段最短.

【点睛】本题考查作图-作垂线、垂线段最短、平行线性质的性质，理解题意，熟练掌握基本作图方法是解答的关键.

19. 【答案】(1) $P(-12,0)$

(2) 2023

【分析】本题考查坐标系，象限内点的符号特征，坐标轴上点的特征以及点到坐标轴的距离.

(1) 根据 x 轴上的点的纵坐标为 0，列出方程求出 a 的值，即可；

(2) 根据第二象限的点的符号特征，结合点到坐标轴的距离为横纵坐标的绝对值，列出方程，求出 a 的值，再进行计算即可.

【小问 1 详解】

解：由题意，得： $a+5=0$,

$$\therefore a = -5,$$

$$\therefore 2a - 2 = 2 \times (-5) - 2 = -12,$$

$$\therefore P(-12,0);$$

【小问 2 详解】

\because 点 P 在第二象限，

$$\therefore 2a - 2 < 0, a + 5 > 0,$$

\because 它到 x 轴的距离与 y 轴的距离相等，

$$\therefore |2a - 2| = |a + 5|,$$

$$\therefore 2 - 2a = a + 5,$$

$$\therefore a = -1,$$



$$\therefore a^{2023} + 2024 = (-1)^{2023} + 2024 = -1 + 2024 = 2023.$$

20. 【答案】(1) (-4,4)

(2) ①见解析; ②7

【分析】本题考查平移作图, 平移的性质、坐标与图形, 三角形的面积;

(1) 根据平移方式, 可直接得出答案.

(2) ①由题意可得出 A' , B' , C' 点的坐标, 再描点连线即可.

②利用割补法求三角形的面积即可.

【小问 1 详解】

解: \because 三角形 ABC 中任意一点 $P(a,b)$, 经平移后对应点 $P'(a-5,b+4)$,

\therefore 平移方式为向左平移 5 个单位再向上平移 4 个单位,

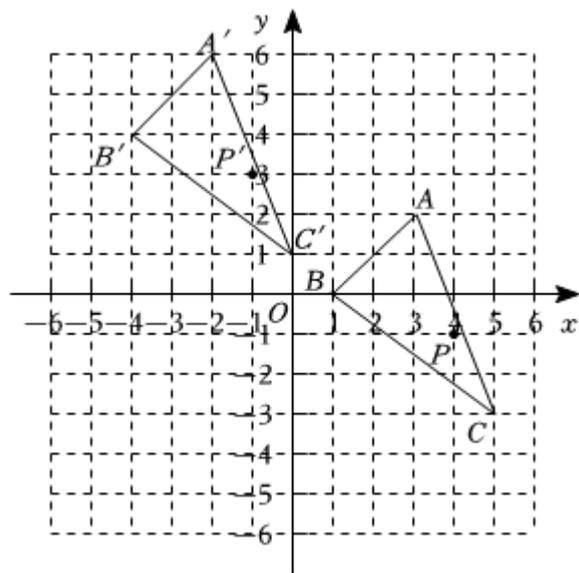
$\therefore A(3,2)$, $B(1,0)$, $C(5,-3)$

$\therefore A'(-2,6)$, $B'(-4,4)$, $C'(0,1)$

故答案为: (-4,4).

【小问 2 详解】

①如图, 三角形 $A'B'C'$ 即为所求.



②三角形 $A'B'C'$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times (2+4) \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 7$.

故答案为: 7.

21. 【答案】 $\angle B$; 180° ; 同旁内角互补, 两直线平行; 两直线平行, 同位角相等; 70

【分析】本题考查了利用平行线的判定与性质求角度, 先由平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle B$, 从而推出 $\angle B + \angle C = 180^\circ$, 判定出 $AB \parallel DC$, 再由平行线的性质即可得出答案, 熟练掌握平行线的判定与性质是解此题的关键.

【详解】解: $\because AD \parallel BC$ (已知),



$\therefore \angle 1 = \angle B$ (两直线平行, 内错角相等);

$\therefore \angle 1 = 70^\circ, \angle C = 110^\circ$ (已知),

$\therefore \angle 1 + \angle C = 180^\circ$ (等式的性质),

$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ (等量代换),

$\therefore AB \parallel DC$ (同旁内角互补, 两直线平行),

$\therefore \angle D = \angle 1$ (两直线平行, 同位角相等),

$\therefore \angle D = 70^\circ,$

故答案为: $\angle B$; 180; 同旁内角互补, 两直线平行; 两直线平行, 同位角相等; 70.

22. 【答案】(1) 20

(2) 裁不出来, 理由见解析

【分析】本题考查了平方根的定义, 算术平方根的定义的实际应用;

(1) 由正方形的面积, 利用算术平方根, 即可求解;

(2) 设长为 $4x$ cm, 宽为 $3x$ cm, 可求出长方形的长, 再与正方形的边长比较, 即可求解;

理解定义: “ $a(a \geq 0)$ 的平方根为 $\pm\sqrt{a}$, 算术平方根为 \sqrt{a} .” 是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: 由题意得

$$\sqrt{400} = 20 (\text{cm}),$$

故答案: 20;

【小问 2 详解】

解: 不能裁出来, 理由如下

设长为 $4x$ cm, 宽为 $3x$ cm, 由题意得

$$4x \times 3x = 360,$$

整理得: $x^2 = 30,$

解得: $x_1 = \sqrt{30}, x_2 = -\sqrt{30}$ (舍去),

\therefore 长方形的长为 $4\sqrt{30}$ cm,

$\therefore 4\sqrt{30} > 20,$

\therefore 裁不出来.

23. 【答案】见解析

【分析】本题考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握判定和性质是解题的关键.

【详解】证明: $\because EC \perp AD, FD \perp AD$

$\therefore \angle ECD = \angle D,$ (垂直的定义)

$\therefore CE \parallel DF$ (同位角相等, 两直线平行)

$\therefore \angle 2 = \angle F.$ (两直线平行, 内错角相等)

$\therefore \angle E = \angle F.$



$\therefore \angle 2 = \angle E$ (等量代换).

$\therefore AE \parallel BF$ (内错角相等, 两直线平行)

$\therefore \angle A = \angle 1$ (两直线平行, 同位角相等).

24. 【答案】(1) <

(2) $a^2 - b^2$

(3) $\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

(4) $\sqrt{11} - \sqrt{10} > \sqrt{12} - \sqrt{11}$

【分析】(1) 根据有理数的大小比较, 即可求解;

(2) 根据平方差公式进行计算即可求解;

(3) 根据因式分解进行计算即可求解;

(4) 先分母有理化, 然后根据 (1) 的结论即可求解.

【小问 1 详解】

若 $a > b > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$,

故答案为: <.

【小问 2 详解】

解: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$,

故答案为: $a^2 - b^2$.

【小问 3 详解】

解: $\sqrt{6} - \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}, \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

故答案为: $\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$.

【小问 4 详解】

解: $\because \sqrt{11} - \sqrt{10} = \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{10}}, \sqrt{12} - \sqrt{11} = \frac{1}{\sqrt{12} + \sqrt{11}}$

$\therefore \sqrt{11} + \sqrt{10} < \sqrt{12} + \sqrt{11}$,

$\therefore \sqrt{11} - \sqrt{10} > \sqrt{12} - \sqrt{11}$.

【点睛】本题主要考查了二次根式的应用, 实数的大小比较, 读懂并理解示例是解题的关键.

25. 【答案】(1) 85 (2) $180^\circ - \alpha - \beta$ 或 $\beta - \alpha$, 图见解析

【分析】(1) 根据平行线性质的和差关系解出即可;

(2) 分情况画出图形, 利用平行线性质的性质, 三角形内角和性质, 对顶角的性质, 三角形外角的性质即可探究出结论.

【小问 1 详解】



$\because CD \parallel AO,$

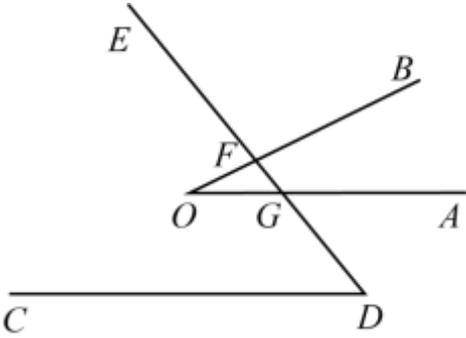
$\therefore \angle AOD = \angle EDC = 55^\circ,$

$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle AOB - \angle AOD = 180^\circ - 40^\circ - 55^\circ = 85^\circ,$

故答案为: 85;

【小问 2 详解】

①点 O 在 DE 下方时, 如图, 设 OA 与 DE 交于点 G ,

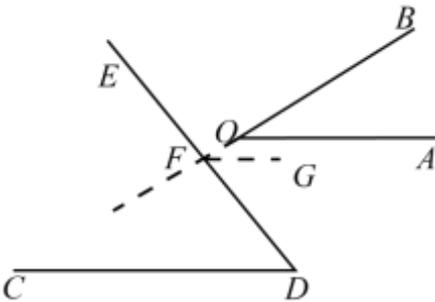


$\because CD \parallel AO,$

$\therefore \angle EGO = \angle EDC = \beta,$

$\therefore \angle BFE = \angle OFG = 180^\circ - \alpha - \beta;$

②点 O 在 DE 上方时, 如图,



过点 F 向右作 $FG \parallel CD,$

则 $\angle GFD = \angle EDC = \beta,$

$\because CD \parallel AO,$

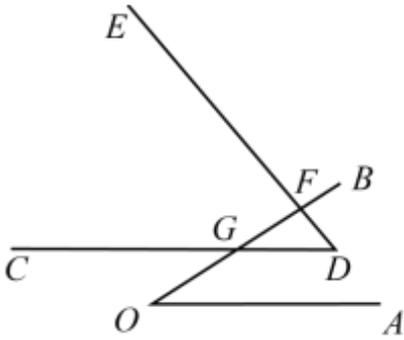
$\therefore FG \parallel OA,$

$\therefore \angle BFG = \angle BOA = \alpha,$

$\therefore \angle BFD = \angle BFG + \angle GFD = \alpha + \beta,$

$\therefore \angle BFE = 180^\circ - \alpha - \beta.$

③当点 O 在 CD 下方时, 设 CD 与 OB 交于点 G , 如图,



$\because CD \parallel AO,$

$\therefore \angle BGD = \angle BOA = \alpha,$

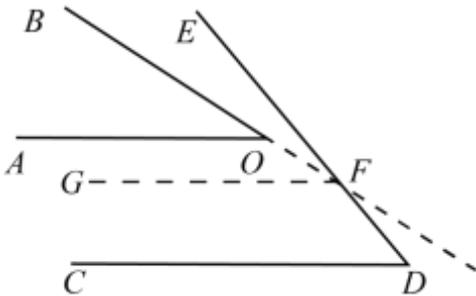
又 $\because \angle EDC = \beta,$

$\therefore \angle GFD = 180^\circ - \angle BOA - \angle BGD = 180^\circ - \alpha - \beta,$

$\because \angle GFD = \angle BFE,$

$\therefore \angle BFE = 180^\circ - \alpha - \beta.$

④点 O 在 DE 左侧时, 延长 BO 与 DE 交于点 F , 过点 F 作 $FG \parallel CD$, 如图:



$\because FG \parallel CD,$

$\therefore \angle EFG = \angle EDC = \beta,$

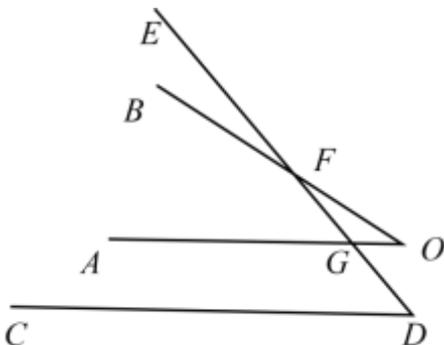
$\because CD \parallel AO, FG \parallel CD,$

$\therefore FG \parallel OA,$

$\therefore \angle BFG = \angle BOA = \alpha,$

$\therefore \angle BFE = \angle EFG - \angle BFG = \beta - \alpha;$

⑤点 O 在 DE 右侧时, OA 与 DE 交于点 G , 如图:



$\because CD \parallel AO,$

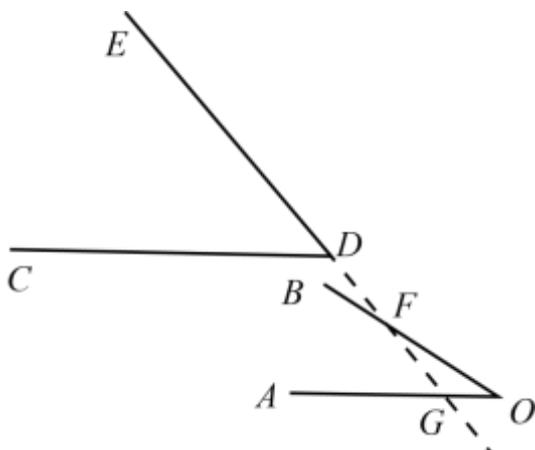


$$\therefore \angle EGA = \angle EDC = \beta,$$

$$\therefore \angle GFO = \angle EGA - \angle BOA = \beta - \alpha,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle GFO = \beta - \alpha;$$

⑥点 O 在 DC 下方时, OA 与 ED 的延长线交于点 G , 如图:



$$\because CD \parallel AO,$$

$$\therefore \angle EGA = \angle EDC = \beta,$$

$$\therefore \angle GFO = \angle EGA - \angle BOA = \beta - \alpha,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle GFO = \beta - \alpha;$$

综上, $\angle BFE$ 的度数为 $180^\circ - \alpha - \beta$ 或 $\beta - \alpha$.

【点睛】 本题考查平行线的判定和性质, 三角形内角和定理, 对顶角相等, 三角形外角的性质, 准确作出图形是解题的关键.

26. **【答案】** (1) ① A, C ; ② $(-3, 9)$ 或 $(-3, -9)$; ③ $\begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$

(2) 5

【分析】 本题考查了坐标系中各象限点的坐标特征, “和合点”的定义, 解二元一次方程组;

(1) ①分别求出四点到两坐标轴的距离之和, 然后根据“和合点”的概念求解即可;

② $G(-3, a)$, 然后根据 A, G 两点为“和合点”列方程求解即可;

③根据 A, M 两点为“和合点”, D, N 两点为“和合点”列方程求解即可;

(2) 首先求出点 R 到两坐标轴的距离之和, 然后根据 R, S 两点为“和合点”求解即可.

【小问1详解】

$$\text{①} \because A(-4, 8), B(6, 0), C(6, 6), D(-2, 9)$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 到两坐标轴的距离之和为 } |-4| + |8| = 12,$$

$$\text{点 } B \text{ 到两坐标轴的距离之和为 } |6| + |0| = 6,$$

$$\text{点 } C \text{ 到两坐标轴的距离之和为 } |6| + |6| = 12,$$



点 D 到两坐标轴的距离之和为 $|-2|+|9|=11$,

\therefore 点 $E(-5,-7)$ 到两坐标轴的距离之和为 $|-5|+|-7|=12$,

\therefore 在上面四点中, 与点 $E(-5,-7)$ 为“和合点”的是 A, C .

故答案为: A, C ;

② \therefore 点 $F(-3,0)$, 过点 F 作直线 $l \perp x$ 轴, 点 G 直线 l 上,

\therefore 设 $G(-3,a)$

\therefore 点 G 到两坐标轴的距离之和为 $|-3|+|a|=|a|+3$

$\therefore A, G$ 两点为“和合点”

$\therefore |a|+3=12$, 解得 $a = \pm 9$

\therefore 点 G 的坐标为 $(-3,9)$ 或 $(-3,-9)$;

③ \therefore 点 $M(2a,3b)$ 在第二象限, 点 $N(-3a,-b)$ 在第四象限,

$\therefore 2a < 0, 3b > 0, -3a > 0, -b < 0$,

$\therefore A, M$ 两点为“和合点”, D, N 两点为“和合点”,

$$\therefore \begin{cases} |2a|+|3b|=12 \\ |3a|+|b|=11 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} -2a+3b=12 \\ -3a+b=11 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

\therefore 点 $R(x,y)$ 是线段 HK 上的一动点, 且满足 $x-y=-5$,

$\therefore y = x+5$

\therefore 点 R 到两坐标轴的距离之和为 $|x|+|y|=|x|+|x+5|=-x+x+5=5$

设 $S(n, m)$

$\therefore R, S$ 两点为“和合点”,

$\therefore |n|+|m|=5$

$\therefore -5 \leq n \leq 5$.

所以最大值为 5.