



## 数 学

注 意 事 项	<p>1. 本试卷共 4 页，四道大题。前三道大题共 25 道小题，满分 100 分。附加题满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p>
------------------	--

## 第一部分 选择题

## 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在平面直角坐标系中，点  $(-1, -2)$  所在的象限是

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

2. 在实数  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $3.1415$ ,  $\frac{23}{7}$  中，无理数是

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{4}$       C.  $3.1415$       D.  $\frac{23}{7}$

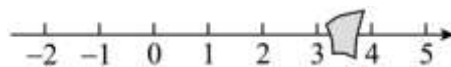
3. 若  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  是方程  $3x-ay=4$  一个解，则  $a$  的值为

- A. 1      B. -1      C. 3      D. 2

4. 下列命题中，是假命题的是

- A. 如果两个角相等，那么它们是对顶角      B. 同旁内角互补，两直线平行  
C. 如果  $a=b$ ,  $b=c$ , 那么  $a=c$       D. 负数没有平方根

5. 如图，一条数轴被污渍覆盖了一部分，把下列各数表示在数轴上，则被覆盖的数可能为



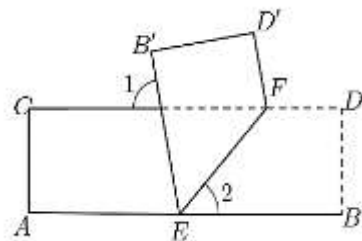
- A.  $\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{7}$       C.  $\sqrt{13}$       D.  $\sqrt{17}$

6. 下列式子正确的是

- A.  $\sqrt{9}=\pm 3$       B.  $-\sqrt[3]{-8}=2$       C.  $-\sqrt{16}=4$       D.

$$\sqrt{(-2)^2}=-2$$

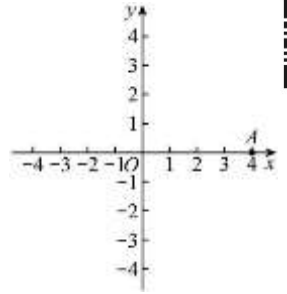
7. 如图，纸片的边缘  $AB$ ,  $CD$  互相平行，将纸片沿  $EF$  折叠，使得点  $B$ ,  $D$  分别落在点  $B'$ ,  $D'$  处. 若  $\angle 1=80^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数是



- A.  $50^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $80^\circ$



8. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A$  的坐标为  $(4, 0)$ 。线段  $OA$  以每秒旋转  $90^\circ$  的速度，绕点  $O$  顺时针方向连续旋转，同时，点  $P$  从点  $O$  出发，以每秒移动 1 个单位长度的速度，在线段  $OA$  上，按照  $O \rightarrow A \rightarrow O \rightarrow A \dots$  的路线循环运动，则第 2023 秒时点  $P$  的坐标为



- A.  $(2, 0)$     B.  $(1, 0)$     C.  $(0, 2)$     D.  $(0, 1)$

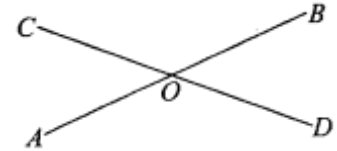
第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 16 的算术平方根是\_\_\_\_\_.

10. 若  $\sqrt{m+2} + (n-1)^2 = 0$ ，则  $m+2n =$ \_\_\_\_\_.

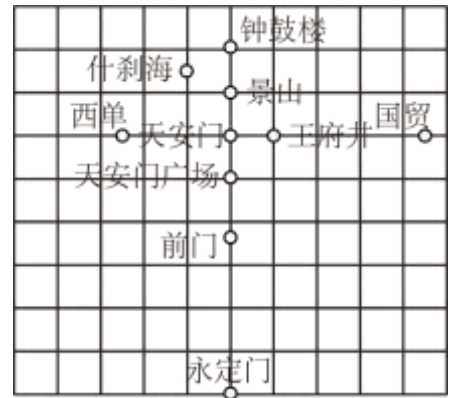
11. 如图，直线  $AB$  与  $CD$  相交于点  $O$ ，若  $\angle AOD = 3\angle AOC$ ，则  $\angle BOD =$ \_\_\_\_\_.



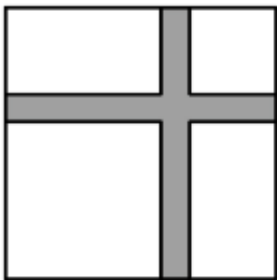
11 题图

12. 在平面直角坐标系中，已知点  $P$  在第四象限，且点  $P$  到两坐标轴的距离相等，写出一个符合条件的点  $P$  的坐标：\_\_\_\_\_.

13. 北京中轴线南起永定门，北至钟鼓楼，全长 7.8 千米。如图是利用平面直角坐标系画出的中轴线及其沿线部分地点分布图，若这个坐标系分别以正东、正北方向为  $x$  轴、 $y$  轴的正方向，表示天安门的点的坐标为  $(0, -1)$ ，表示王府井的点的坐标为  $(1, -1)$ ，则表示永定门的点的坐标为\_\_\_\_\_.



14. 如图，一块边长为 10 米的正方形花园，在上面修了一条道路，路的宽都是 1 米，其余部分种上各种花草，则种植花草的面积是\_\_\_\_\_平方米.



14 题图

日期	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天
低强度	8	6	6	5	4
高强度	12	13	15	12	8
休息	0	0	0	0	0

16 题图

15. 已知点  $O$  为直线  $AB$  上一点， $\angle AOC = 60^\circ$ ， $OD \perp OC$  于点  $O$ ， $OE$  平分  $\angle BOD$ ，则  $\angle DOE =$ \_\_\_\_\_.

16. 小云计划户外徒步锻炼，每天有“低强度”“高强度”“休息”三种方案，图表对应了每天不同方案的徒步距离（单位： $km$ ）。若选择“高强度”要求前一天必须“休息”（第一天



可选择“高强度”). 则小云 5 天户外徒步锻炼的最远距离为\_\_\_\_\_ km.

三、解答题 (共 68 分, 第 17 题 5 分, 第 18、19 题每题 10 分, 第 20 题 5 分, 第 21 题 8 分, 第 22、23 题每题 7 分, 第 24、25 题每题 8 分)

17. 计算:  $\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-2)^2} + |\sqrt{2} - 1|$

18. 求下列各式中的  $x$  的值.

(1)  $x^2 - 1 = \frac{7}{9}$ ;                      (2)  $(x-1)^3 - 8 = 0$ .

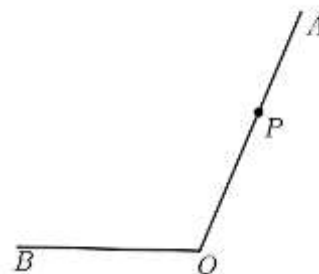
19. 解下列方程组:

(1)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$                       (2)  $\begin{cases} 4(x - y - 1) = 3(1 - y) - 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$

20. 作图并回答下列问题: 已知, 如图, 点  $P$  在  $\angle AOB$  的边  $OA$  上.

(1) 过点  $P$  作  $OA$  边的垂线  $l$ ; 过点  $P$  作  $OB$  边的垂线段  $PD$ ; 过点  $O$  作  $PD$  的平行线交  $l$  于点  $E$ .

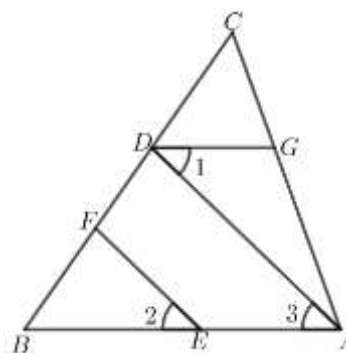
(2) 比较  $OP$ ,  $PD$ ,  $OE$  三条线段的大小, 并用“>”连接得\_\_\_\_\_, 得此结论的依据是\_\_\_\_\_.



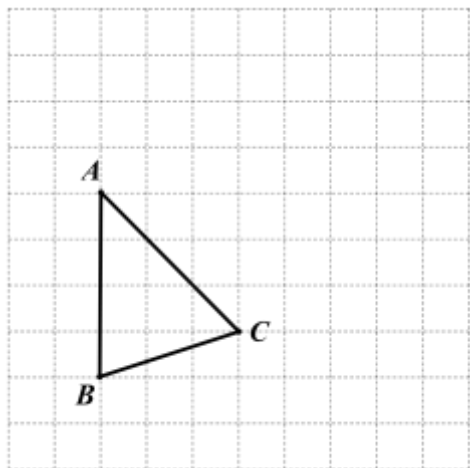
21. 完成证明并写出推理根据:

如图,  $EF \parallel AD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle BAC = 70^\circ$ . 将求  $\angle AGD$  的过程填写完整.

解:  $\because EF \parallel AD$  (已知)  
 $\therefore \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$  (\_\_\_\_\_)  
 又  $\because \angle 1 = \angle 2$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$  (\_\_\_\_\_)  
 $\therefore AB \parallel \underline{\hspace{2cm}}$  (\_\_\_\_\_)  
 $\therefore \angle BAC + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$  (\_\_\_\_\_)  
 $\because \angle BAC = 70^\circ$  (已知)  
 $\therefore \angle AGD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



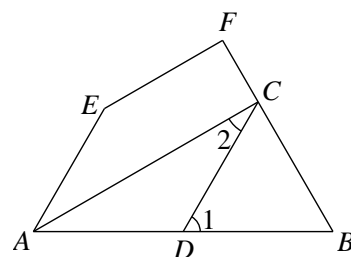
22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 三角形  $ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(-3, 2)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(0, -1)$ .



- (1) 在所给的图中，画出这个平面直角坐标系；
- (2) 将三角形  $ABC$  向右平移 4 个单位长度，然后再向上平移 3 个单位长度，可以得到三角形  $A_1B_1C_1$ 。画出平移后的三角形；
- (3) 计算三角形  $ABC$  的面积是\_\_\_\_\_；
- (4) 已知点  $P$  在  $y$  轴上，且三角形  $ACP$  的面积为 3，直接写出  $P$  点的坐标为\_\_\_\_\_。

23. 如图， $\angle 1 = \angle EAB$ ， $\angle E + \angle 2 = 180^\circ$ 。

- (1) 判断  $EF$  与  $AC$  的位置关系，并证明；
- (2) 若  $AC$  平分  $\angle EAB$ ， $BF \perp EF$  于点  $F$ ， $\angle EAB = 60^\circ$ ，求  $\angle BCD$  的度数。

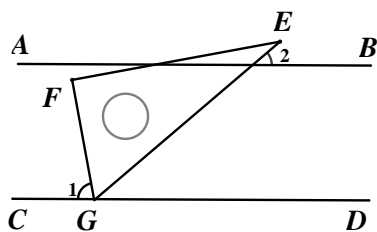


24. 我国传统数学名著《九章算术》记载：“今有牛五、羊二，直金十九两；牛二、羊五，直金十六两。问牛、羊各直金几何？”译文：“假设有 5 头牛、2 只羊，值 19 两银子；2 头牛、5 只羊，值 16 两银子。问每头牛、每只羊分别值银子多少两？”

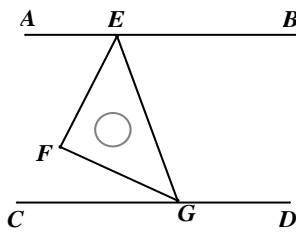
根据以上译文，提出以下两个问题：

- (1) 求每头牛、每只羊各值多少两银子？
- (2) 若某商人准备用 19 两银子买牛和羊（要求既有牛也有羊，且银两须全部用完），请问商人几种购买方法？列出所有的可能。

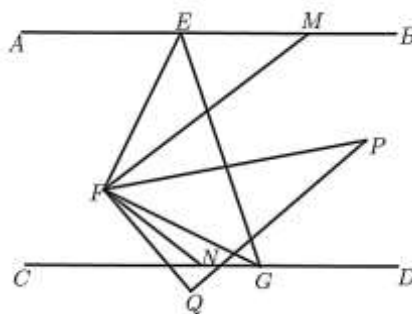
25. 在数学实践课上，老师让同学们借助“两条平行线  $AB$ ， $CD$  和一副直角三角尺”开展数学活动



图①



图②



图③

(1) 如图①, 小明把三角尺  $60^\circ$  角的顶点  $G$  放在直线  $CD$  上,  $\angle F=90^\circ$ . 若  $\angle 1=2\angle 2$ , 则  $\angle 1=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

(2) 如图②, 小颖把含  $45^\circ$  角的直角三角尺的两个锐角的顶点  $E, G$  分别放在直线  $AB, CD$  上, 请用等式表示  $\angle AEF$  与  $\angle FGC$  之间满足的数量关系 \_\_\_\_\_, 并给出证明.

(3) 在图②的基础上, 小亮把三角尺  $60^\circ$  角的顶点放在点  $F$  处, 即  $\angle PFQ=60^\circ$ . 如图③,  $FM$  平分  $\angle EFP$  交直线  $AB$  于点  $M$ ,  $FN$  平分  $\angle QFG$  交直线  $CD$  于点  $N$ . 将含  $60^\circ$  角的三角尺绕着点  $F$  转动, 且使  $FG$  始终在  $\angle PFQ$  的内部, 请问  $\angle AMF + \angle CNF$  的值是否发生变化? 若不变, 请直接写出它的值; 若变化, 说明理由.

答:  $\angle AMF + \angle CNF$  的值 \_\_\_\_\_ (填“变化”或“不变”). 如果填的是“不变”, 请直接写出它的值 \_\_\_\_\_; 如果填的是“变化”, 请给出理由.

**附加题 (共 10 分, 第 1 题 4 分, 第 2 题 6 分)**

1. 对有序数对  $(m, n)$  定义“ $f$ 运算”:  $f(m, n) = (\frac{1}{2}m + a, \frac{1}{2}n - b)$ , 其中  $a, b$  为常数.  $f$  运算的结果也是一个有序数对, 在此基础上, 可对平面直角坐标系中的任意一点  $A(x, y)$  规定“ $F$ 变换”: 点  $A(x, y)$  在  $F$  变换下的对应点即为坐标为  $f(x, y)$  的点  $A'$ .

(1) 当  $a=0, b=0$  时,  $f(6, -8) =$  \_\_\_\_\_;

(2) 若点  $P(-2, 2)$  在“ $F$ 变换”下的对应点是  $(3b, -a)$ , 求  $a, b$  的值.

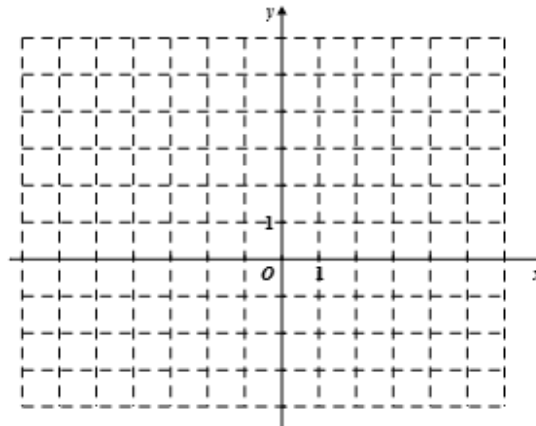
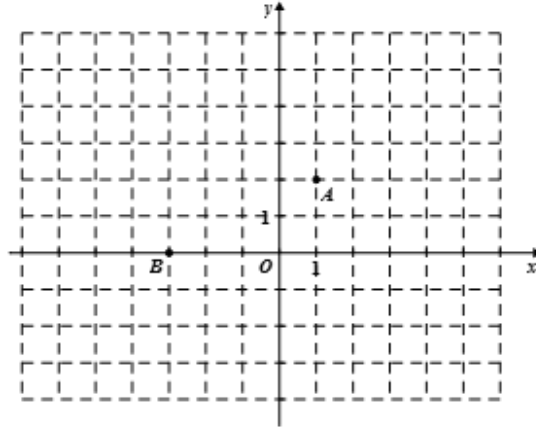
2. 在平面直角坐标系中, 对于任意三点  $A, B, C$  的“矩面积”, 给出如下定义:

“水平底”  $a$  为任意两点横坐标差的最大值, “铅垂高”  $h$  为任意两点纵坐标差的最大值, 则“矩面积”  $S=ah$ .

已知: 如图,  $A(1, 2), B(-3, 0)$ .



- (1) 若点  $C$  的坐标为  $(2, -1)$ , 则  $A, B, C$  三点的“水平底”  $a=5$ , “铅垂高”  $h=3$ , “矩面积”  $S=ah=$ \_\_\_\_\_;
- (2) 点  $P$  在  $x$  轴上, 若  $A, B, P$  三点的“矩面积”为 10, 则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_;
- (3) 点  $M(m, 4m)$ ,
- ①若  $A, B, M$  三点的“矩面积”为 8, 直接写出满足题意的  $m$  的最大值;
- ②若  $m > 1$ , 直接写出  $A, B, M$  三点的“矩面积”  $S$  的取值范围.



备用图



# 参考答案

## 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	A	C	B	A	D

## 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	4	0	45°	(1, -1) (答案不唯一)
题号	13	14	15	16
答案	(0, -7)	81	15°或 75°	36

## 三、解答题（本题共 68 分）

17. 计算

$$\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt{(-2)^2} + |\sqrt{2} - 1|$$

解：原式=3+(-2)-2+√2-1 .....4分

$$= -2 + \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

18. 求下列各式中的  $x$ .

(1)  $x^2 - 1 = \frac{7}{9}$ ;

(2)  $(x-1)^3 - 8 = 0$ .

解：  $x^2 = 1 + \frac{7}{9}$  .....1分

解：  $(x-1)^3 = 8$  .....2分

$$x^2 = \frac{16}{9} \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$x-1=2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$x = \pm \frac{4}{3} \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$x=3 \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

19. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 2x+y=5 & \text{①} \\ x-2y=0 & \text{②} \end{cases}$$

解：由②得  $x=2y$  ③ .....1分

把③代入①得  $2 \cdot 2y+y=5$

$$\text{解得 } y=1 \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\text{把 } y=1 \text{ 代入③中, 得 } x=2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

所以, 此方程组的解是  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  .....5分

$$(2) \begin{cases} 4(x-y-1)=3(1-y)-2 & \text{①} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 & \text{②} \end{cases}$$



解：整理①得  $4x-y=5$  ③ .....1分

整理②得  $3x+2y=12$  ④ .....2分

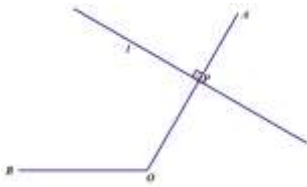
③ $\times$ 2+④得  $11x=22$

解得  $x=2$  ..... 3分

把  $x=2$  代入③中，得  $y=3$  .....4分

所以，此方程组的解是  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$  .....5分

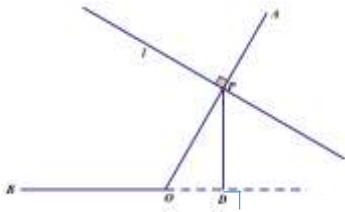
20. (1)



直线  $l$  即为所

求. ....1分

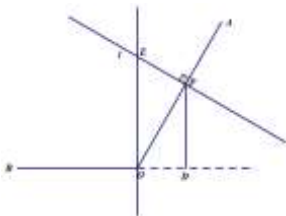
(2)



线段  $PD$  即为所

求. ....2分

(3)



直线  $OE$  即为所求. .... 3分

$OE > OP > PD$  ..... 4分

垂线段最短. .... 5分

21.  $\angle 3$  两直线平行，同位角相等 .....2分

等量代换 .....3分

$DG$  内错角相等，两直线平行 .....5分

$\angle AGD$  两直线平行，同旁内角互补 .....7分

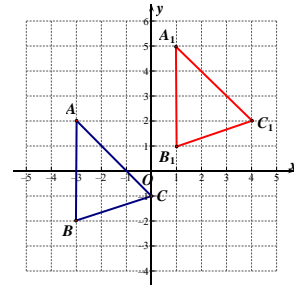
$110^\circ$  .....8分

22. (1) 平面直角坐标系如右图 .....1分

(2) 三角形  $A_1B_1C_1$  如右图 .....4分

(3) 6 .....5分

(4)  $(0, 1)$  或  $(0, -3)$  .....7分







23. 解：(1)  $EF$  与  $AC$  的位置关系是  $EF \parallel AC$ . .....1 分

证明：∵  $\angle 1 = \angle EAB$

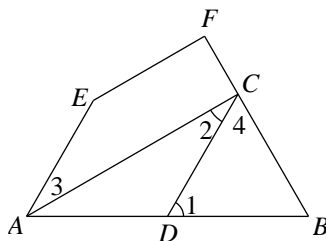
∴  $EA \parallel CD$  .....2 分

∴  $\angle 3 = \angle 2$  .....3 分

∵  $\angle E + \angle 2 = 180^\circ$

∴  $\angle E + \angle 3 = 180^\circ$

∴  $EF \parallel AC$  .....4 分



(2) ∵  $AC$  平分  $\angle EAB$ ,  $\angle EAB = 60^\circ$

∴  $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle EAB = 30^\circ$  .....5 分

∴  $\angle 2 = \angle 3 = 30^\circ$

∵  $BF \perp EF$

∴  $\angle F = 90^\circ$

∵  $EF \parallel AC$

∴  $\angle ACB = \angle F = 90^\circ$  .....6 分

∴  $\angle 4 = \angle ACB - \angle 2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$  .....7 分

24. (1) 解：设每头牛值  $x$  两银子，每只羊值  $y$  两银子 .....1 分

依题意可得：
$$\begin{cases} 5x+2y = 19 \\ 2x+5y = 16 \end{cases}$$
 .....2 分

解得：
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$
 .....3 分

答：每头牛值 3 两银子，每只羊值 2 两银子 .....4 分

(2) 解：设买牛  $m$  只，买羊  $n$  只

$$3m+2n=19$$
 .....5 分

依题意得：
$$\begin{cases} m=1 \\ n=8 \end{cases}, \begin{cases} m=3 \\ n=5 \end{cases}, \begin{cases} m=5 \\ n=2 \end{cases}$$
 .....8 分

答：共有三种购买方法 1 只牛 8 只羊，3 只牛 5 只羊，5 只牛 2 只羊

25. (1)  $80^\circ$ ; .....2 分

(2)  $\angle AEF + \angle FGC = 90^\circ$ ; .....3 分

证明：过点  $F$  作  $FH \parallel AB$ , .....4 分

则  $\angle AEF = \angle EFH$ . .....5 分

∵  $AB \parallel CD$ ,

∴  $FH \parallel CD$ ,

∴  $\angle HFG = \angle FGC$ ,

∴  $\angle AEF + \angle FGC = \angle EFH + \angle HFG = 90^\circ$ , .....6 分



(3) 不变,  $75^\circ$  .....8分

附加题

1. (1)  $(3, -4)$  .....1分

(2)  $\begin{cases} -1+a=3b \\ 1-b=-a \end{cases}$  .....2分

$\therefore \begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases}$  .....4分

2. (1) 15; .....1分

(2)  $(2, 0)$  或  $(-4, 0)$ ; .....3分

(3) ①  $m = \frac{1}{2}$ ; .....5分

②  $S > 16$ . .....6分