

# 2024 北京十三中初一（下）期中



## 数 学

2024 年 4 月

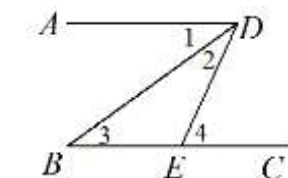
考 生 须 知	1. 本试卷共 6 页，共三道大题，26 道小题，满分 100 分。考试时间 100 分钟。 2. 在试卷、答题卡的规定位置认真填写班级、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 选择题、作图题在答题卡上用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔在答题卡上完成作答。 5. 考试结束，请将考试材料按监考教师要求交回。
------------------	---

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

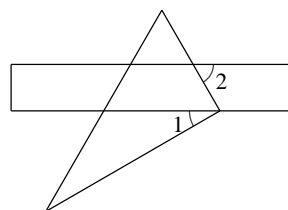
下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

- 在平面直角坐标系中，点  $M(-2, 3)$  在
  - 第一象限
  - 第二象限
  - 第三象限
  - 第四象限
- 下列命题中，是假命题的是
  - 两条直线被第三条直线所截，内错角相等
  - 对顶角相等
  - 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
  - 在同一平面内，垂直于同一条直线的两直线互相平行
- 若  $a > b$ ，则下列不等式成立的是
  - $a - 3 < b - 3$
  - $-2a > -2b$
  - $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$
  - $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

- 如图，点  $E$  在射线  $BC$  上，下列条件中能判断  $AD \parallel BC$  的是
  - $\angle 1 = \angle 2$
  - $\angle 1 = \angle 3$
  - $\angle 2 = \angle 4$
  - $\angle 3 = \angle 4$



- 下列实数  $\sqrt{2}$ ,  $\frac{22}{7}$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\sqrt[3]{5}$ ,  $\sqrt{4}$  中，无理数有
  - 1
  - 2 个
  - 3 个
  - 4 个



- 将直尺和直角三角板按如图方式摆放，三角板的顶点在直尺的一边上，已知  $\angle 1 = 30^\circ$ ，则  $\angle 2$  的大小是
  - $30^\circ$
  - $45^\circ$
  - $60^\circ$
  - $65^\circ$

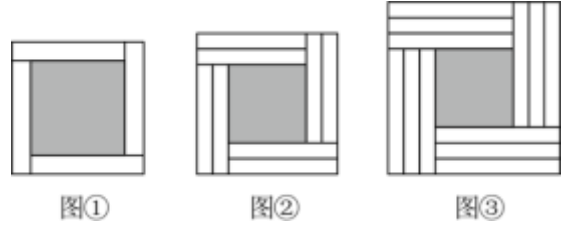




7. 如图，是利用平面直角坐标系画出的天安门附近的部分建筑分布图，若这个坐标系分别以正东、正北方向为  $x$  轴、 $y$  轴的正方向，表示弘义阁的点的坐标为  $(-1, -1)$ ，表示本仁殿的点的坐标为  $(2, -2)$ ，则表示乾清门的点的坐标是

- A.  $(0, 2)$  B.  $(0, -2)$  C.  $(-3, -4)$  D.  $(2, 0)$

8. 用若干个形状、大小完全相同的长方形纸片围成正方形，4 个长方形纸片围成如图①所示的正方形，其阴影部分的面积为 81，8 个长方形纸片围成如图②所示的正方形，其阴影部分的面积为 64，12 个长方形纸片围成如图③所示的正方形，其阴影部分的面积为



- A. 48 B. 36 C. 50 D. 49

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

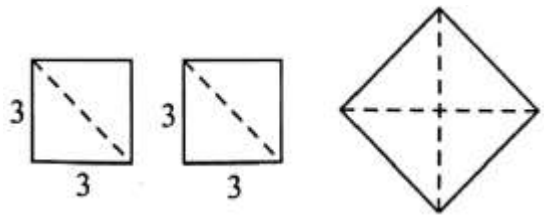
9. 已知  $\sqrt{x-2} + |2x+y| = 0$ ，则  $x+y =$ \_\_\_\_\_.

10. 解方程  $4x^2 - 25 = 0$ ，则  $x =$ \_\_\_\_\_.

11. 已知  $\begin{cases} x=1, \\ y=-2 \end{cases}$  是关于  $x, y$  的二元一次方程

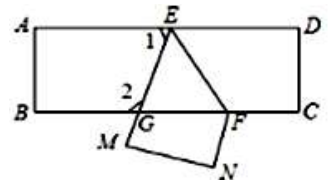
$x + ny = -3$  的一个解，则  $n =$

12. 如图，用边长为 3 的两个小正方形拼成一个大正方形，则大正方形的边长最接近的整数是



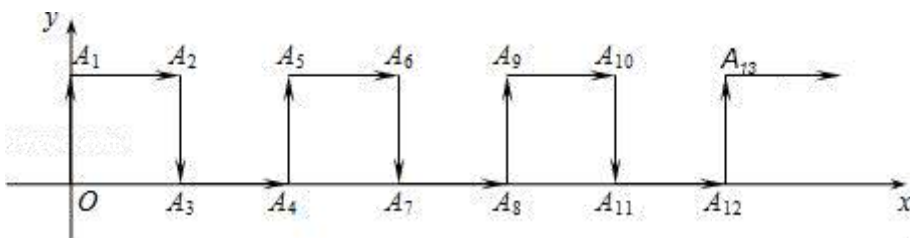
13. 在平面直角坐标系中，点  $P(x, y)$  在第二象限，且  $P$  到  $x$  轴， $y$  轴的距离分别为 3，7，则  $P$  点的坐标为\_\_\_\_\_.

14. 如图，把一张长方形纸片  $ABCD$  沿  $EF$  折叠后， $EM$  与  $BC$  的交点为  $G$ ， $D, C$  分别在  $M, N$  的位置上，若  $\angle EFG = 50^\circ$ ，则  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_.



15. 已知点  $P(2m-1, 4-m)$  在过点  $A(2, 3)$ ，且与  $x$  轴平行的直线上，则  $P$  点坐标为\_\_\_\_\_.

16. 如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点  $O$  出发，按向上，向右，向下，向右的方向不断地移动，每移动一个单位，得到点  $A_1(0, 1)$ ， $A_2(1, 1)$ ， $A_3(1, 0)$ ， $A_4(2, 0)$ ，...那么点  $A_{2024}$  的坐标为



三、解答题（共 68 分，其中 17 题 8 分，18 题 5 分，19、24 题每题 6 分，21 题 8 分，20、22-23、25-26 每



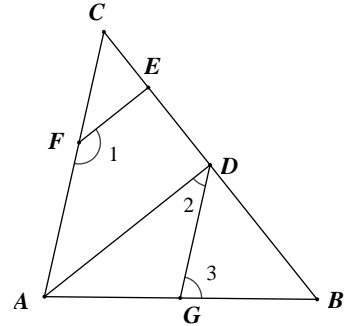
题 7 分)

17. 计算 (1)  $\sqrt{\frac{1}{16}} - \sqrt{36} + \sqrt[3]{8}$ ; (2)  $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2) + |1-\sqrt{3}|$

18. 解方程组:  $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$

19. 解不等式  $\frac{x-6}{3} \geq 1 - \frac{7-3x}{4}$ , 并把解集在数轴上表示出来.

20. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle CAB$ ,  $F$  是  $AC$  上一点, 过点  $F$  作  $FE \parallel AD$  交  $BC$  于点  $E$ , 点  $G$  在  $AB$  上且满足  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ .

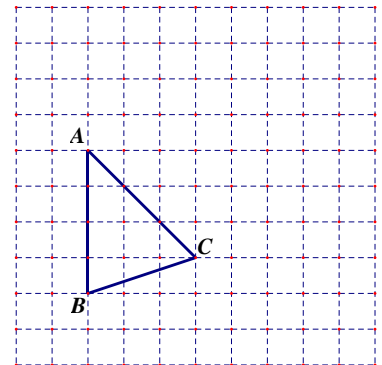


- (1) 求证:  $CA \parallel DG$ ;
(2) 若  $FE \perp BC$  于点  $E$ ,  $\angle 3 = 78^\circ$ , 求  $\angle BDG$  的度数.

21. 北京冬奥会期间, 大批的志愿者秉承“奉献、友爱、互助、进步”的志愿精神参与服务工作. 某高校组织 400 名学生参加志愿活动, 已知用 1 辆小客车和 2 辆大客车每次可运送学生 110 人; 用 4 辆小客车和 1 辆大客车每次可运送学生 125 人.

- (1) 每辆小客车和每辆大客车各能运送多少名学生?
(2) 若学校计划租用小客车 a 辆, 大客车 b 辆, 若两种客车均租用且恰好每辆车都坐满, 一次运送完, 请你设计出所有的租车方案.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(-3, 2)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(0, -1)$ .



(1) 在所给的图中, 画出平面直角坐标系;

再将  $\triangle ABC$  向右平移 4 个单位长度, 然后再向上平移 3 个单位长度, 可以得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 画出平移后的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

并求  $\triangle ABC$  的面积;

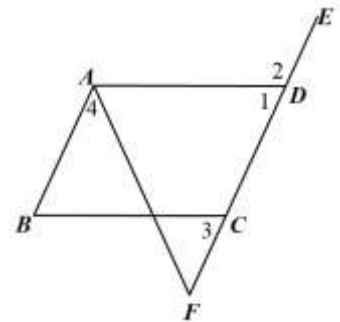
(2) 已知点 P 在 y 轴上, 且  $\triangle ACP$  的面积为 3, 直接写出 P 点的坐标为\_\_\_\_\_.

23. 请你补全证明过程或推理依据:

已知: 如图, 四边形 ABCD, 点 E、F 分别在边 CD 两方的延长线上, 连接 FA, 若  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ,  $\angle B = \angle 1$ .

求证:  $\angle 4 = \angle F$ .

证明:  $\because$  点 E 在 CD 的延长线上 (已知)
 $\therefore \angle 2 + \angle \_\_\_\_\_\_ = 180^\circ$ 
又  $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$  (已知)
 $\therefore \angle 3 = \angle \_\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_\_)$ 
又  $\because \angle B = \angle 1$  (已知)
 $\therefore \angle B = \angle \_\_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_\_)$





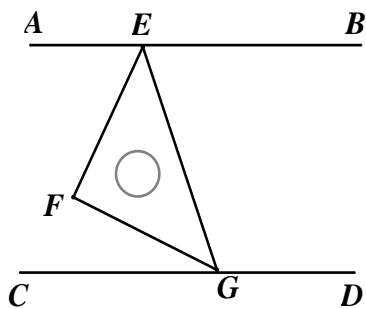
$$\therefore AB \parallel FD \text{ ( } \underline{\hspace{2cm}} \text{ )}$$

$$\therefore \angle 4 = \angle F \text{ ( } \underline{\hspace{2cm}} \text{ )}$$

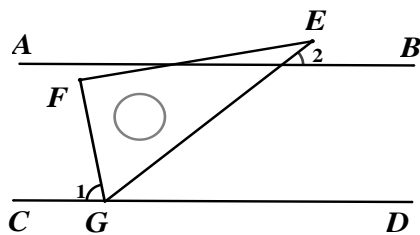
24. 对有序数对  $(m, n)$  定义“ $f$ 运算”:  $f(m, n) = (\frac{1}{2}m + a, \frac{1}{2}n - b)$ , 其中  $a, b$  为常数.  $f$  运算的结果也是一个有序数对, 在此基础上, 可对平面直角坐标系中的任意一点  $A(x, y)$  规定“ $F$ 变换”: 点  $A(x, y)$  在  $F$  变换下的对应点即为坐标为  $f(x, y)$  的点  $A'$ .

(1) 当  $a = 0, b = 0$  时,  $f(6, -8) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 若点  $P(-2, 2)$  在“ $F$ 变换”下的对应点是  $(3b, -a)$ , 求  $a, b$  的值.



图②



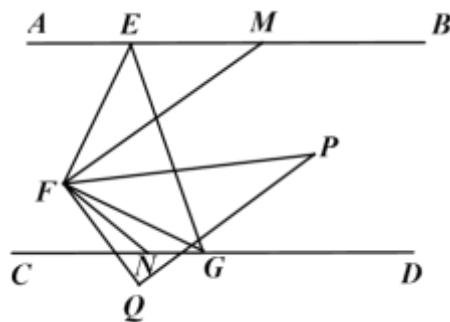
图①

25. 在数学实践课上, 老师让同学们借助“两条平行线  $AB, CD$  和一副直角三角尺”开展数学活动.

(1) 如图①, 小明把三角尺  $60^\circ$  角的顶点  $G$  放在直线  $CD$  上,  $\angle F = 90^\circ$ . 若  $\angle 1 = 2\angle 2$ , 则  $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 如图②, 小颖把等腰直角三角尺的两个锐角的顶点  $E, G$  分别放在直线  $AB, CD$  上, 请用等式表示  $\angle AEF$  与  $\angle FGC$  之间满足的数量关系  $\underline{\hspace{2cm}}$  (不用证明);

(3) 在图②的基础上, 小亮把三角尺  $60^\circ$  角的顶点放在点  $F$  处, 即  $\angle PFQ = 60^\circ$ . 如图③,  $FM$  平分  $\angle EFP$  交直线  $AB$  于点  $M$ ,  $FN$  平分  $\angle QFG$  交直线  $CD$  于点  $N$ . 将含  $60^\circ$  角的三角尺绕着点  $F$  转动, 且使  $FG$  始终在  $\angle PFQ$  的内部, 请问  $\angle AMF + \angle CNF$  的值是否发生变化? 若不变, 求出它的值; 若变化, 说明理由.



图③

26. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的任意一点  $P(x, y)$ , 给出如下定义: 记  $a = x + y$ ,

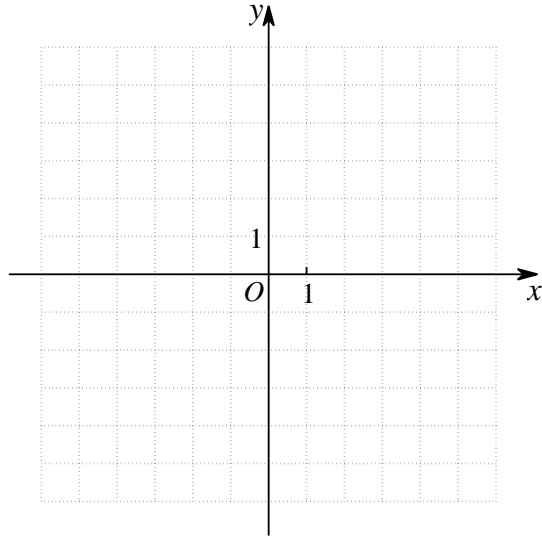
$b = -x + y$ , 将点  $M(a, b)$  与点  $N(b, a)$  称为点  $P$  的一对伴随点.

例如, 点  $M(1, -5)$  与点  $N(-5, 1)$  为点  $P(3, -2)$  的一对伴随点.

(1) 点  $A(4, 1)$  的一对伴随点坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;



- (2) 将点  $C(3m-1, m+1)$  ( $m > 0$ ) 向左平移  $m$  个单位长度, 得到点  $C'$ , 若点  $C'$  的一对伴随点重合, 求点  $C$  的坐标;
- (3) 已知点  $E(-3, n)$ ,  $F(-3, n+1)$ , 点  $D$  为线段  $EF$  上的动点, 点  $G, H$  为点  $D$  的一对伴随点. 当点  $D$  在线段  $EF$  上运动时, 线段  $GH$  与  $x$  轴总有公共点, 请直接写出  $n$  的取值范围\_\_\_\_\_.



备用图



# 参考答案

## 一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	B	C	C	A	D

## 二、填空题 (共 18 分, 每题 2 分)

题号	9	10	11	12
答案	-2	$x = \pm \frac{5}{2}$	2	4
题号	13	14	15	16
答案	(-7,3)	100°	(1, 3)	(1012, 0)

## 三、解答题 (共 68 分, 其中 17 题 8 分, 18 题 5 分, 19、24 题每题 6 分, 21 题 8 分, 20、22-23、25-26 每题 7 分)

17.  $= \frac{1}{4} - 6 + 2 \dots\dots 3$ 分  
 解: (1) 原式 =  $3 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 \dots\dots 3$ 分  
 (2) 原式 =  $2 - \sqrt{3} \dots\dots 4$ 分

18. 解:  

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \dots\dots 5$$
分

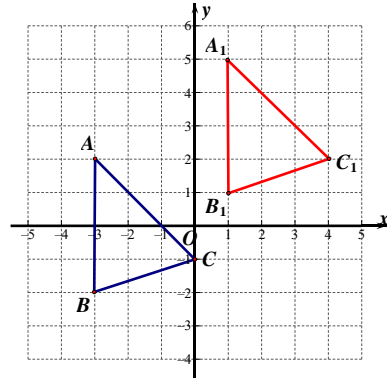
19. 解:  $4(x-6) \geq 12 - 3(7-3x) \dots\dots 1$ 分  
 $4x - 24 \geq 12 - 21 + 9x \dots\dots 2$ 分  
 $4x - 9x \geq 12 - 21 + 24 \dots\dots 3$ 分  
 $-5x \geq 15 \dots\dots 4$ 分  
 $x \leq -3 \dots\dots 5$ 分  
 不等式的解集在数轴上表示  $\dots\dots 6$ 分

20. (1) 如图  
 $\because FE \parallel AD$   
 $\therefore \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ \dots\dots 1$ 分  
 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$   
 $\therefore \angle 4 = \angle 2 \dots\dots 2$ 分  
 $\therefore CA \parallel DG \dots\dots 3$ 分

(2)  $\because AD$  平分  $\angle CAB$



$\therefore \angle 4 = \angle 5$   
 $\therefore \angle 4 = \angle 2$   
 $\therefore \angle 2 = \angle 5 \dots\dots\dots 4$ 分  
 $\because CA \parallel DG \quad \therefore \angle 3 = \angle 4 + \angle 5$   
 $\therefore \angle 3 = \angle 2 + \angle 5 = 2\angle 2$   
 $\therefore \angle 3 = 78^\circ$   
 $\therefore \angle 2 = 39^\circ \dots\dots\dots 5$ 分  
 $\because EF \parallel AD, EF \perp BC$   
 $\therefore AD \perp BC$   
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ \dots\dots\dots 6$ 分  
 $\therefore \angle 2 = 39^\circ$   
 $\therefore \angle BDG = \angle ADB - \angle 2 = 51^\circ \dots\dots\dots 7$ 分



21. 解: (1) 设每辆小客车能运送  $x$  名学生, 每辆大客车能运送  $y$  名学生. ....1 分

根据题意得:

.....3 分

解得:  $\begin{cases} x = 20 \\ y = 45 \end{cases} \dots\dots\dots 5$ 分

答: 每辆小客车能运送 20 名学生, 每辆大客车能运送 45 名学生;

(2) 根据题意得:  $20a + 45b = 400$ . ....6 分

$\therefore a = 20 - \frac{9}{4}b$ .

$\therefore a, b$  为正整数,

$\therefore \begin{cases} a = 11 \\ b = 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases} \dots\dots\dots 8$ 分

22. (1) 平面 直角坐标系如右图 .....1 分

$\triangle \begin{cases} x + 2y = 110 \\ 4x + y = 125 \end{cases} \begin{matrix} A_1B_1C_1 \text{ 如右图} \\ S=6 \end{matrix} \dots\dots\dots 2$ 分  
 $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) (0,1) 或 (0, -3) .....7 分

23. 解: 1 ..... 1 分

1 ..... 2 分

同角的补角相等 ..... 3 分

3 ..... 4 分

等量代换 ..... 5 分

内错角相等, 两直线平行 ..... 6 分

两直线平行, 内错角相等 ..... 7 分



24. (1) (3, -4) .....2分

(2)  $\begin{cases} -1+a=3b \\ 1-b=-a \end{cases}$  .....4分  $\begin{cases} a=-2 \\ b=-1 \end{cases}$  .....6分

25. (1)  $80^\circ$ ; .....1分

(2)  $\angle AEF + \angle FGC = 90^\circ$ ; .....2分

(3)  $\angle AMF + \angle CNF$  的值不变. ....3分

过  $F$  做  $FH \parallel AB$

可证得  $\angle AMF + \angle CNF = \angle MFN$  .....5分

设  $\angle PFG = a$ , 由  $FM$  平分  $\angle EFP$ ,  $FN$  平分  $\angle QFG$  可得:

$\angle AMF + \angle CNF = \angle MFN = 75^\circ$  .....7分

26.解: (1) (5, -3), (-3, 5); .....2分

(2) 由题意得  $C'(2m-1, m+1)$ , .....3分

$\because (2m-1) + (m+1) = 3m, -(2m-1) + (m+1) = -m+2,$

$\therefore$  点  $C'$  的一对伴随点为  $(3m, -m+2)$  和  $(-m+2, 3m)$ .

$\because$  点  $C'$  的一对伴随点重合,

$\therefore 3m = -m+2.$

解得  $m = \frac{1}{2}$ . .....4分

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ . .....5分

(3)  $-3 \leq n \leq 2$ . .....7分