



## 数 学

2024.04

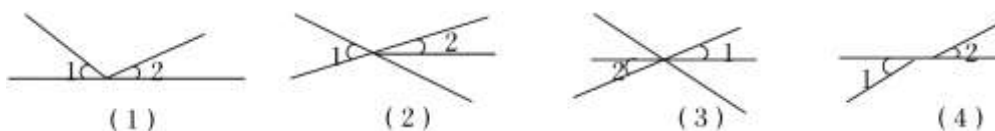
试卷说明：

1. 本试卷共 四 道大题，共 6 页。
2. 卷面满分 100 分，考试时间 100 分钟。（选做题计入总分，但总分不超过 100 分）
3. 试题答案一律在答题纸上作答，在试卷上作答无效。

## 一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1. 4 的平方根是

- A.  $\pm 16$     B.  $\pm\sqrt{2}$     C.  $\pm 2$     D.  $\sqrt{2}$

2. 如图所示， $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角的图形共有

- A. 0 个    B. 1 个    C. 2 个    D. 3 个

3. 在平面直角坐标系中，点  $P(-1, 2)$  的位置在

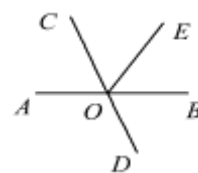
- A. 第一象限    B. 第二象限    C. 第三象限    D. 第四象限

4. 在  $-2, \sqrt{4}, \sqrt{2}, 3.14, \sqrt[3]{-27}, \frac{\pi}{5}$ ，这 6 个数中，无理数共有

- A. 4 个    B. 3 个    C. 2 个    D. 1 个

5. 如图，已知直线  $AB$ 、 $CD$  相交于点  $O$ ， $OE$  平分  $\angle COB$ ，若  $\angle EOB = 50^\circ$ ，则  $\angle BOD$  的度数是

- A.  $40^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $80^\circ$     D.  $100^\circ$



第 5 题图

6. 下列命题中，假命题是

- A. 过一点有且只有一条直线与已知直线平行  
 B. 如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行  
 C. 两直线平行，内错角相等  
 D. 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

7. 若关于  $x$ 、 $y$  的方程组  $\begin{cases} x+y=3k \\ x-y=7k \end{cases}$  的解满足方程  $2x+3y=6$ ，那么  $k$  的值为

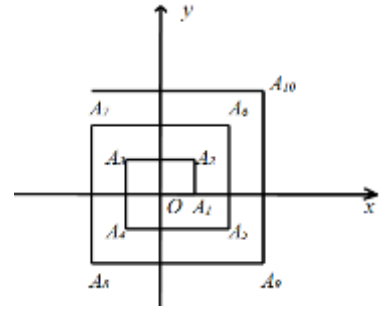
- A.  $-\frac{3}{2}$     B.  $\frac{3}{2}$     C.  $-\frac{2}{3}$     D.  $\frac{2}{3}$



8. 如图，已知点 $A_1(1, 0)$ ， $A_2(1, 1)$ ， $A_3(-1, 1)$ ，

$A_4(-1, -1)$ ， $A_5(2, -1)$ ，...则点 $A_{2024}$ 的坐标为

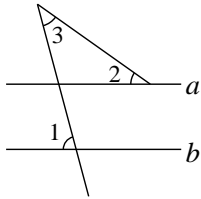
- A.  $(-507, -507)$     B.  $(507, 507)$   
 C.  $(507, -506)$     D.  $(-506, -506)$



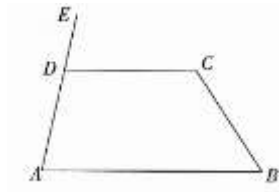
第 8 题图

**二、填空题** (第 9~15 题每小题 2 分，第 16 题 3 分，共 17 分)

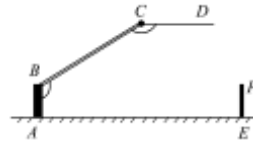
9. 请写出一个大于 5 小于 6 的无理数: \_\_\_\_\_.
10. 若点  $P(2-m, m+3)$  在  $x$  轴上，则  $P$  点坐标为\_\_\_\_\_.
11. 已知  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{20} \approx 4.472$ ，则  $\sqrt{0.2} \approx$ \_\_\_\_\_.
12. 如图，直线  $a \parallel b$ ， $\angle 1=75^\circ$ ， $\angle 2=35^\circ$ ，则  $\angle 3$  的度数是\_\_\_\_\_.
13. 如图，点  $A, D, E$  三点在同一条直线上，在不添加辅助线的情况下，如果添加一个条件，使  $AB \parallel CD$ ，则可以添加的条件为\_\_\_\_\_。(任意添加一个符合题意的条件即可)



第 12 题图

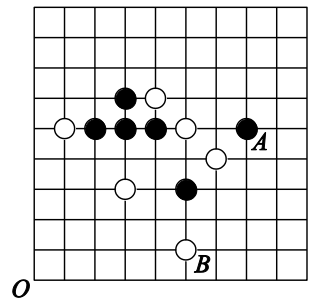


第 13 题图



第 15 题图

14. 若  $b = \sqrt{2-a} + \sqrt{a-2} - 5$ ，则  $a-b =$ \_\_\_\_\_.
15. 一大门的栏杆如图所示， $BA$  垂直于地面  $AE$  于  $A$ ， $CD$  平行于地面  $AE$ ，则  $\angle ABC + \angle BCD =$ \_\_\_\_\_度.
16. 五子棋是一种两人对弈的棋类游戏，规则是：一方执黑子，一方执白子，由黑方先行，白方后行。在正方形棋盘中，双方交替下子，每次只能下一子，下在棋盘横线与竖线的交叉点上，最先在棋盘横向、竖向或斜向形成连续的同颜色五个棋子的一方为胜。如图，这一部分棋盘是两个五子棋爱好者的对弈图。观察棋盘，以点  $O$  为原点，在棋盘上建立平面直角坐标系，将每个棋子看成一个点，若黑子  $A$  的坐标为  $(7, 5)$ ，则白子  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_；此时轮到黑方下子，记其此步所下黑子为  $C$ ，为了保证不让白方在两步之内（含两步）获胜，黑子  $C$  的坐标应该为\_\_\_\_\_.



第 16 题图

**三、解答题** (第 17、18 题各 8 分，第 19 题 10 分，第 20、24 题各 6 分，第 21、22、23 题各 5 分，第 25、26 题各 7 分，共 67 分)



17. 计算：(1)  $\sqrt[3]{27} + \sqrt{0} + \sqrt{\frac{1}{49}}$  (2)  $|\sqrt{3}-2| + \sqrt{36} + 2\sqrt{3}$

18. 求下列各式的  $x$  值：(1)  $x^2 - 1 = \frac{5}{4}$  (2)  $2(x+1)^3 = -16$

19. 解下列方程组：  $\begin{cases} 3x+4y=2 \\ 2x-y=5 \end{cases}$  (1)  $\begin{cases} 2(x+1)-3(y-2)=11 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$  (2)

20. 完成证明并填注理由.

已知：如图， $D$  是  $\angle ABC$  平分线上一点， $DE \parallel BC$  交  $AB$  于点  $E$ .

求证： $\angle 1 = 2\angle 2$ .

请将下面的证明过程补充完整.

证明： $\because DE \parallel BC$ ,

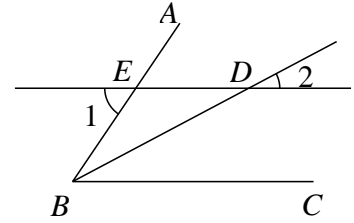
$\therefore \angle 1 = \angle$  \_\_\_\_\_, (理由：\_\_\_\_\_)

$\angle 2 = \angle$  \_\_\_\_\_. (理由：\_\_\_\_\_)

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$\therefore \angle ABC = 2\angle$  \_\_\_\_\_.

$\therefore \angle 1 = 2\angle 2$ . (理由：\_\_\_\_\_)



21. 已知：如图，梯形  $ABCD$ .

(1) 过点  $A$  画直线  $AE \parallel CD$  交  $BC$  于  $E$ ;

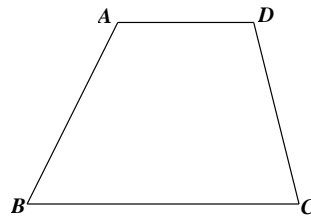
(2) 过点  $A$  画线段  $AF \perp BC$  于  $F$ ;

比较线段  $AE$  与  $AF$  的大小：  $AE$  \_\_\_  $AF$

(“ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ” 填空).

理由：\_\_\_\_\_;

(3) 测量点  $B$  到直线  $AF$  的距离为 \_\_\_\_\_ cm. (精确到 0.1cm)



22. 已知正数  $M$  的两个平方根分别是  $2a-7$  和  $a+4$ ,  $b-7$  的立方根为  $-2$ .

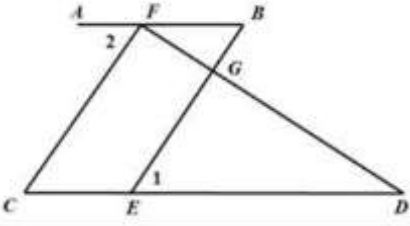
(1) 计算：  $a =$  \_\_\_\_\_;  $b =$  \_\_\_\_\_;  $M =$  \_\_\_\_\_;

(2) 求  $3a+2b$  的算术平方根.

23. 北京市第六十六中学是乒乓球体育传统项目学校，为进一步推动该项目的开展，学校准备到体育用品店购买直拍球拍和横拍球拍若干副，并且每买一副球拍必须要买 10 个乒乓球，乒乓球的单价为 2 元/个，若购买 20 副直拍球拍和 15 副横拍球拍花费 9000 元；购买 10 副横拍球拍比购买 5 副直拍球拍多花费 1600 元. 求两种球拍每副各多少元？



24. 已知：如图， $\angle C = \angle 1$ ， $\angle 2$  和  $\angle D$  互余， $BE \perp FD$  于点  $G$ 。求证： $AB \parallel CD$ 。



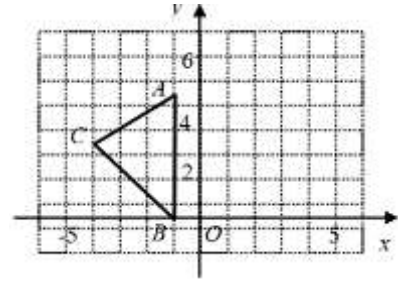
25. 如图，在平面直角坐标系  $xoy$  中， $A(-1, 5)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(-4, 3)$ 。

(1) 在图中画出  $\triangle ABC$  向右平移 4 个单位，再向下平移 2 个单位的图形  $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 写出点  $A_1, B_1, C_1$  的坐标：

$A_1$ (      ),  $B_1$ (      ),  $C_1$ (      )；

(3) 设点  $P$  在  $x$  轴上，且  $\triangle BCP$  与  $\triangle ABC$  的面积相等，直接写出点  $P$  的坐标\_\_\_\_\_。

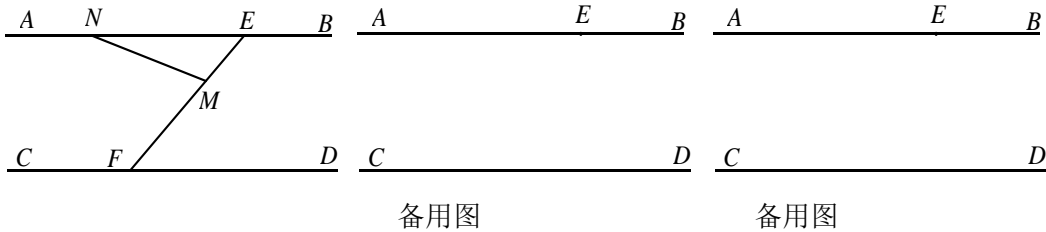


26. 如图，已知  $AB \parallel CD$ ，点  $E$  是直线  $AB$  上一个定点，点  $F$  在直线  $CD$  上运动，设  $\angle CFE = \alpha$ ，在线段  $EF$  上取一点  $M$ ，射线  $EA$  上取一点  $N$ ，使得  $\angle ANM = 160^\circ$ 。

(1) 当  $\angle AEF = \frac{\alpha}{2}$  时， $\alpha =$ \_\_\_\_\_；

(2) 当  $MN \perp EF$  时，求  $\alpha$ ；

(3) 作  $\angle CFE$  的角平分线  $FQ$ ，若  $FQ \parallel MN$ ，直接写出  $\alpha$  的值：\_\_\_\_\_。



**四、选做题** (第 27、28 题各 5 分，共 10 分)

27. 同学们通过学习教材中的探究，得到了一种能在数轴上画出无理数对应点的方法(数轴的单位长度与小正方形的边长相同)，将图 1 中的大正方形画在图 2 的数轴上，如图所示，通过探究回答以下问题：

探究能否用两个面积为  $1dm^2$  的小正方形拼成一个面积为  $2dm^2$  的大正方形？

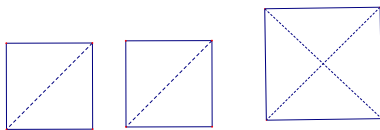


图 1

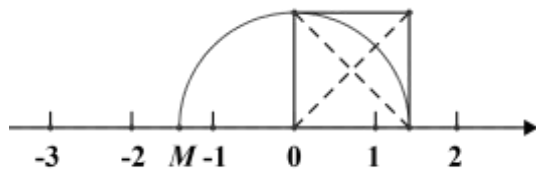


图 2



(1) 图 1 中大正方形的边长为\_\_\_\_\_，图 2 中点  $M$  表示的数为\_\_\_\_\_.

(2) 小易同学根据自己的学习经验，探究了如下问题：

如图 3，在  $4 \times 4$  的方格中，每个小正方形的边长为 1.

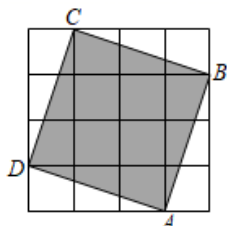


图 3

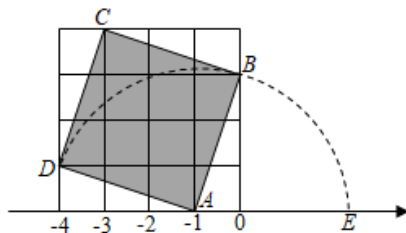
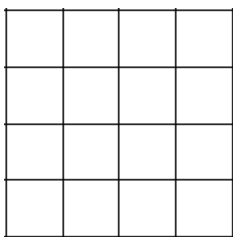


图 4

① 图 3 中正方形  $ABCD$  的面积为\_\_\_\_\_；

② 如图 4，若点  $A$  在数轴上表示的数是 -1，以  $A$  为圆心， $AD$  为半径画圆弧与数轴的正半轴交于点  $E$ ，则点  $E$  所表示的数是\_\_\_\_\_.

(3) 请在网格中画一个面积为 5 的正方形，使得正方形的顶点均在格点上. (备注网格小正方形的边长为 1 个单位长度)



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的图形  $G$  和点  $P$ ，给出如下定义：将图形  $G$  沿上、下、左、右四个方向中的任意一个方向平移一次，平移距离小于或者等于 1 个单位长度，平移后的图形记为  $G'$ ，若点  $P$  在图形  $G'$  上，则称点  $P$  为图形  $G$  的稳定点. 例如，当图形  $G$  为点  $(-2, 3)$  时，点  $M(-1, 3)$ ， $N(-2, 3.5)$  都是图形  $G$  的稳定点 (点  $M(-1, 3)$  在图形  $G$  向右平移一个单位长度得到的图形  $G'$  上；点  $N(-2, 3.5)$  在图形  $G$  向上平移 0.5 单位长度得到的图形  $G'$  上).

(1) 已知点  $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ .

① 在点  $P_1(-2, 0)$ ， $P_2(4, 0)$ ， $P_3(1, \frac{1}{2})$ ， $P_4(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$  中，线段  $AB$  的稳定点是\_\_\_\_\_.

② 若将线段  $AB$  向上平移  $t$  个单位长度，使得点  $E(0, 2)$  或者点  $F(0, 7)$  为线段  $AB$  的稳定点，写出  $t$  的取值范围\_\_\_\_\_.

(2) 边长为  $a$  的正方形，一个顶点是原点  $O$ ，相邻两边分别在  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴上，这个正方形及其内部记为图形  $G$ . 若以  $(0, 3)$ ， $(5, 0)$  为端点的线段上的所有点都是这个图形  $G$  的稳定点，直接写出  $a$  的最小值\_\_\_\_\_.



# 参考答案

本试卷依据得分率，成绩以等级制呈现，具体等级划分标准如下：

等级	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
得分率(%)	95及以上	90-94	85-89	80-84	75-79	70-74
等级	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>
得分率(%)	65-69	60-64	55-59	50-54	45-49	44及以下

## 一、选择题 (每小题2分, 共16分)

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	C	A	B	D

## 二、填空题 (第9~15题每小题2分, 第16题3分, 共17分)

题号	9	10	11	12	13
答案	$\sqrt{25} < x < \sqrt{36}$ (答案不唯一)	(5, 0)	0.4472	40	$\angle A = \angle EDC$ (答案不唯一)
题号	14	15	16		
答案	7	270°	B (5,1); C (3,7) 或 (7,3)		

## 三、解答题 (第17、18题各8分, 第19题10分, 第20、24题6分, 第21、22、23题各5分, 第25、26题各7分, 共67分)

17. (1)  $\sqrt[3]{27} + \sqrt{0} + \sqrt{\frac{1}{49}}$  (2)  $|\sqrt{3}-2| + \sqrt{36} + 2\sqrt{3}$

$= 3 + 0 + \frac{1}{7}$  ----- 3分  $= 2 - \sqrt{3} + 6 + 2\sqrt{3}$ . ----- 3分

$= 3\frac{1}{7}$  ----- 4分  $= 8 + \sqrt{3}$  ----- 4分

18. (1)  $x^2 - 1 = \frac{5}{4}$  (2)  $2(x+1)^3 = -16$

$x^2 = \frac{9}{4}$  ----- 2分  $(x+1)^2 = -8$  ----- 2分

$x = \pm \frac{3}{2}$  ----- 4分  $x+1 = -2$  ----- 4分

$x = -3$

19. (1)  $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

-----每小題各5分



20.  $\angle ABC$  理由: 两直线平行, 内错角相等; ----- 2分

$\angle DBC$  理由: 两直线平行, 同位角相等; ----- 4分

$\angle DBC$  ----- 5分

理由: 等量代换 ----- 6分

21. 直线  $AE$  ----- 1分

线段  $AF$  ----- 2分

$AE > AF$  ----- 3分

垂线段最短 ----- 4分

1.2cm (误差 1mm) ----- 5分

22. (1) 计算:  $a = \underline{1}$ ;  $b = \underline{-1}$ ;  $M = \underline{25}$ ; ----- 3分

(2)  $\sqrt{3a+2b} = \sqrt{3-2} = 1$  ----- 5分

23. 解: 设购买一副直拍  $x$  元, 购买一副横拍  $y$  元, 由题意得 ----- 1分

$$\begin{cases} 20x+15y+(20+15)\times 10\times 2=9000 \\ 10y+10\times 10\times 2-5x-5\times 10\times 2=1600 \end{cases} \quad \text{----- 3分}$$

整理, 得 
$$\begin{cases} 4x+3y=1660 \\ 2y-x=300 \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} x=220 \\ y=260 \end{cases} \quad \text{----- 4分}$$

答: 购买一副直拍 220 元, 购买一副横拍 260 元. ----- 5分

24.  $\because BE \perp FD$

$\therefore \angle EGD=90^\circ$  ----- 1分

$\because \angle C=\angle 1$

$\therefore CF \parallel BE$  ----- 2分

$\therefore \angle CFD=\angle EGD=90^\circ$  ----- 3分

$\because \angle 2+\angle D=90^\circ$

$\therefore \angle C+\angle D=90^\circ$  ----- 4分

$\therefore \angle C=\angle 2$  ----- 5分

$\therefore AB \parallel CD$  ----- 6分

25. (1) 图略 ----- 2分

(2)  $A_1(3, 3), B_1(3, -2), C_1(0, -1)$  ----- 5分

(3)  $(-6, 0), (4, 0)$  ----- 7分



26. (1)  $\alpha=120^\circ$  ; ----- 2分

(2) 如图1所示, 过点  $M$  作直线  $PM \parallel AB$ , 由平行公理推论可知:  $AB \parallel PM \parallel CD$ .

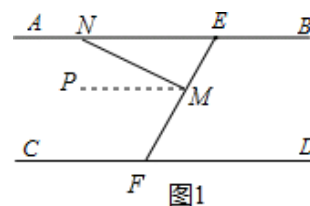
$\therefore \angle ANM = 160^\circ$  ,

$\therefore \angle NMP = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$  ,

又  $\because NM \perp EF$ ,

$\therefore \angle NMF = 90^\circ$  ,  $\angle PMF = \angle NMF - \angle NMP = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$  .

$\therefore \alpha = 180^\circ - \angle PMF = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$  ; ----- 5分



(3) 如图2,  $\because FQ$  平分  $\angle CFE$ ,

$\therefore \angle QFM = \frac{\alpha}{2}$  ,

$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle NEM = 180^\circ - \alpha$ ,

$\because MN \parallel FQ$ ,

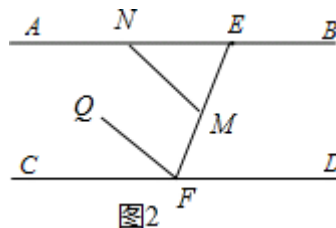
$\therefore \angle NME = \frac{\alpha}{2}$  ,

$\because \angle ENM = 180^\circ - \angle ANM = 20^\circ$  ,

$\therefore 20^\circ + \frac{\alpha}{2} + 180^\circ - \alpha = 180^\circ$  ,

$\therefore \alpha = 40^\circ$  .

故答案为:  $40^\circ$  . ----- 7分



**四、选做题** (第27、28题各5分, 共10分)

27. (1)  $\sqrt{2}$  ;  $-\sqrt{2}$  . ----- 2分

(2) ①10 ; ②  $-1 + \sqrt{10}$  ----- 4分

(3) 图略 ----- 5分

28. (1) ①  $P_1, P_2, P_3$  ②  $1 \leq t \leq 3$  或  $6 \leq t \leq 8$  ----- 4分

(2) 4 ----- 5分