



2024 北京西城外国语学校初一（下）期中

数 学

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 成绩_____

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 64 的算术平方根是（ ）。

- A. ± 4
- B. ± 8
- C. -8
- D. 8

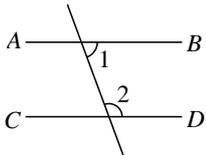
2. 若点 $A(-3, y)$ 在第三象限，则点 $B(-3, -y)$ 在（ ）。

- A. 第四象限
- B. 第三象限
- C. 第二象限
- D. 第一象限

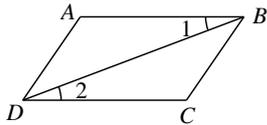
3. 下列各式中，正确的是（ ）。

- A. $\sqrt{16} = \pm 4$
- B. $\sqrt[3]{-27} = -3$
- C. $\pm\sqrt{16} = 4$
- D. $\sqrt{(-4)^2} = -4$

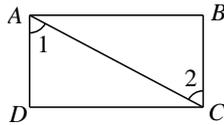
4. 下列图形中，由 $\angle 1 = \angle 2$ ，能得到 $AB \parallel CD$ 的是（ ）。



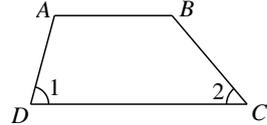
A



B



C



D

5. 下列命题中，是假命题的是（ ）。

- A. 对顶角相等
- B. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行
- C. 两条直线被第三条直线所截，同旁内角互补
- D. 平行于同一条直线的两条直线互相平行

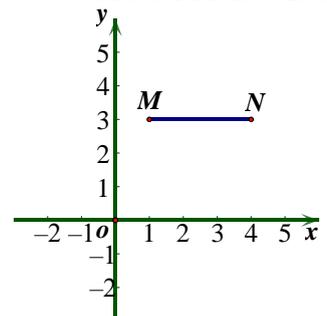
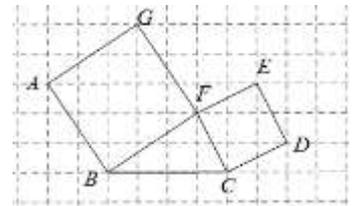
6. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x+5y=12 \\ 3x-y=4 \end{cases}$ ，则 $x+y$ 的值为（ ）。

- A. 4
- B. 2
- C. -4
- D. -2

7. 如图，点 A, B, C, D, E, F, G 为正方形网格图中的 7 个格点，建立平面直角坐标系，使点 B, C 的坐标分别为 $(-3, -2)$ 和 $(1, -2)$ ，则上述 7 个格点中在第二象限的点有（ ）。

- A. 4 个
- B. 3 个
- C. 2 个
- D. 1 个

8. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $M(1, 3), N(4, 3)$ ，连结 MN 。若对于平面内一点 P ，线段 MN 上都存在点 Q ，使得 $PQ \leq 1$ ，





则称点 P 是线段 MN 的“邻近点”. 已知点 $A(-1, 3)$, 点 $B(2, \frac{5}{2})$, 点 $C(0, 4)$ 和点 $D(5, 2)$, 其中是线段 MN 的“邻近点”的是 ().

A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 比较大小: $\sqrt{11}$ _____ 3 (在横线上填上“>”, “=”或“<”)

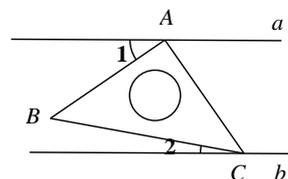
10. 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax+y=2$ 的解, 则 a 的值为_____.

11. 在实数 $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$, 3.1415 , $\frac{23}{7}$, π 中, 无理数是_____.

12. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(2, a)$ 到 x 轴的距离是 3, 则 a 的值是_____.

13. 如图, 等腰直角三角板的顶点 A, C 分别在直线 a, b 上.

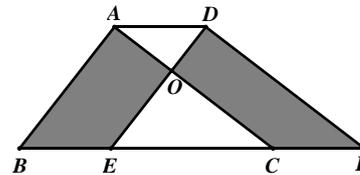
若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____°.



14. 已知 $\sqrt{x-2} + |2x+y| = 0$, 则 $x+y =$ _____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移 2 个单位得到 $\triangle DEF$, 连接 AD , 则下列结论:

- ① $AC \parallel DF$, $AC=DF$; ② $ED \perp DF$;
 ③ 四边形 $ABFD$ 的周长是 16; ④ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$;



其中结论正确的结论是_____.

16. 有 A, B, C, D, E, F 六种类型的卡牌, 每位同学有三张不同类型的卡牌, 作一个“卡牌组合” (不考虑顺序). 将 n 位同学拥有的卡牌按类型分别统计, 得到下表:

卡牌类型	A	B	C	D	E	F
数量 (张)	4	10	3	10	1	2

根据以上信息, 可知:

- ① $n =$ _____;
 ② 拥有“卡牌组合” _____ 的人数最少 (横线上填出三张卡牌的类型).

三、解答题 (共 68 分, 第 17、18 题每题 10 分, 其余每题 8 分)

17. 计算: (1) $(\sqrt{6})^2 - \sqrt[3]{-8} + \sqrt{25}$ (2) $\sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{3}| - \sqrt{9}$

18. (1) 解二元一次方程组: $\begin{cases} x-3y=5, \\ 2x+y=3. \end{cases}$ (2) 求等式中 x 的值: $2x^2 = 8$.



19. 完成下面的证明.

已知: 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle C = \angle D$.

求证: $AC \parallel DF$.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

又 $\angle 1 = \angle$ _____ (_____),

$\therefore \angle 2 = \angle$ _____.

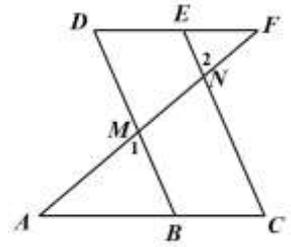
$\therefore DB \parallel EC$ (_____).

$\therefore \angle C = \angle$ _____ (_____).

$\because \angle C = \angle D$,

$\therefore \angle D = \angle$ _____.

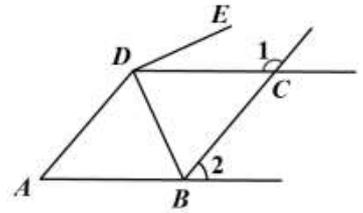
$\therefore AC \parallel DF$ (_____).



20. 已知: 如图, DB 平分 $\angle ADC$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $ED \perp DB$, $\angle A = 50^\circ$, 求 $\angle EDC$ 的大小.



21. 北京冬奥会期间, 大批的志愿者秉承“奉献、友爱、互助、进步”的志愿精神参与服务工作. 某高校组织 400 名学生参加志愿活动, 已知用 1 辆小客车和 2 辆大客车每次可运送学生 110 人; 用 4 辆小客车和 1 辆大客车每次可运送学生 125 人.

(1) 每辆小客车和每辆大客车各能运送多少名学生?

(2) 若学校计划租用小客车 a 辆, 大客车 b 辆, 若两种客车均租用且恰好每辆车都坐满, 一次运送完, 请你设计出所有的租车方案.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$, 线段 MN 的位置如图所示, 其中点 M 的坐标为 $(-3, -1)$, 点 N 的坐标为 $(3, -2)$.

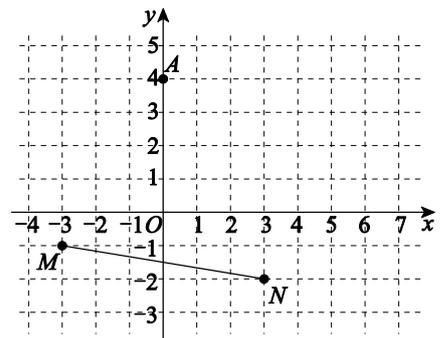
(1) 将线段 MN 平移得到线段 AB , 其中点 M 的对应点为 A , 点 N 的对应点为 B .

①点 M 平移到点 A 的过程可以是: 先向 _____ 平移 _____ 个单位长度, 再向 _____ 平移 _____ 个单位长度;

②点 B 的坐标为 _____;

(2) 在 (1) 的条件下, 若点 C 的坐标为 $(4, 0)$,

连接 AC, BC , 求 $\triangle ABC$ 的面积.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 若点 Q 的坐标为 $(ax + y, x + ay)$, 其中 a 为常数, 则称点 Q 是点 P 的“ a 级关联点”.

(1) 已知点 $A(-2, 6)$ 的“ $\frac{1}{2}$ 级关联点”是点 A_1 , 则点 A_1 的坐标为 _____;

(2) 已知点 $M(m-1, 2m)$ 的“ -3 级关联点” N 位于 x 轴上, 求点 N 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 若存在点 H , 使 $HM \parallel x$ 轴, 且 $HM=2$, 直接写出 H 点坐标.



24.如图1, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 EF 与 AB 、 CD 分别交于点 F 、 E , 点 P 在射线 ED 上, 过点 P 作 $PQ \perp EF$, 垂足为点 Q .

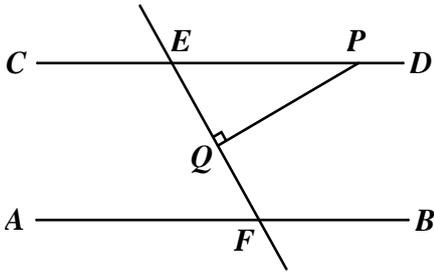


图1

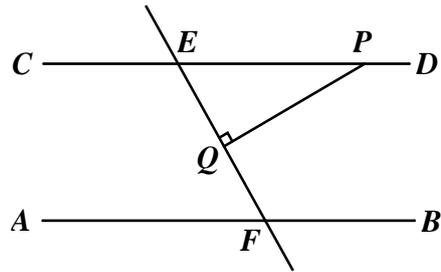


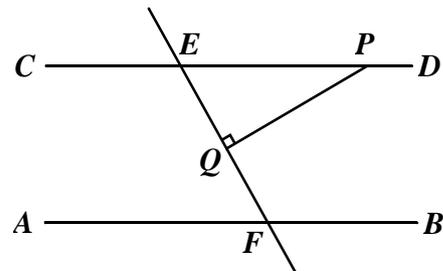
图2

(1) 求证: $\angle AFE + \angle CPQ = \angle PQF$;

(2) 点 M 在线段 EF 上(不与点 E 、 Q 、 F 重合), 连接 PM , $\angle EFA$ 和 $\angle CPM$ 的平分线交于点 H .

①若点 M 在线段 EQ 上, 请在图2中补全图形, 判断 $\angle QPM$ 与 $\angle PHF$ 的数量关系并证明;

②若点 M 在线段 QF 上, 判断 $\angle QPM$ 与 $\angle PHF$ 是否有不同于①中的数量关系, 如果有请直接写出, 如果没有请说明理由.



备用图

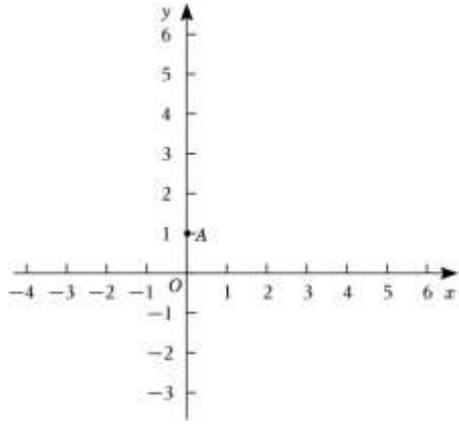
四、选做题(共10分, 第25题4分, 第26题6分)

25. 已知 a , b 是正整数.

(1) 若 $\sqrt{\frac{7}{a}}$ 是整数, 则满足条件的 a 的值为_____;

(2) 若 $\sqrt{\frac{7}{a}} + \sqrt{\frac{10}{b}}$ 是整数, 则满足条件的有序数对 (a, b) 为_____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x_1, y_1)$, 点 $Q(x_2, y_2)$, 定义 $|x_1 - x_2|$ 与 $|y_1 - y_2|$ 中较大的值为点 P, Q 的“绝对距离”, 记为 $d(P, Q)$. 特别地, 当 $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$ 时, 规定 $d(P, Q) = |x_1 - x_2|$, 例如, 点 $P(1, 2)$, 点 $Q(3, 5)$, 因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$, 所以点 P, Q 的“绝对距离”为 $|2 - 5| = 3$, 记为 $d(P, Q) = 3$.



(1) 已知点 $A(0, 1)$ ，点 B 为 x 轴上的一个动点.

①若 $d(A, B) = 3$ ，求点 B 的坐标；

② $d(A, B)$ 的最小值为 _____；

③动点 $C(x, y)$ 满足 $d(A, C) = r$ ，所有动点 C 组成的图形面积为 64，则 $r =$ _____.

(2) 对于点 $D(-1, 0)$ ， $E(2, 5)$ ，若有动点 $M(m, n)$ 使得 $d(D, M) + d(E, M) = 5$ ，请直接写出 m 的取值范围.



参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	B	C	A	C	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	>	-1	$\sqrt{2}, \pi$	± 3
题号	13	14	15	16
答案	10°	-2	①②③④	10; BDE

三、解答题（共 68 分，第 17、18 题每题 10 分，其余每题 8 分）

17. 解：

(1) 原式 = $6 + 2 + 5$ 4分
 $= 13$ 5分

(2) 原式 = $3 + \sqrt{3} - 1 - 3$ 3分
 $= \sqrt{3} - 1$ 5分

18. (1) $\begin{cases} x - 3y = 5, & \text{①} \\ 2x + y = 3. & \text{②} \end{cases}$

解：由①，得 $x = 5 + 3y$ ③1分

把③代入②得 $2(5 + 3y) + y = 3$ 2分

解这个方程得 $y = -1$4分

把 $y = -1$ 代入③，得 $x = 2$ 5分

所以这个方程组的解是 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$ 6分

(2) 解： $x^2 = 4$ 2分

$x = \pm 2$ 4分

19. 证明： $\because \angle 1 = \angle 2,$

又 $\angle 1 = \angle DMN$ (对顶角相等),2分

$\therefore \angle 2 = \angle DMN.$ 3分

$\therefore DB \parallel EC$ (同位角相等, 两直线平行)4分

$\therefore \angle C = \angle DBA.$ (两直线平行, 同位角相等)6分

$\therefore \angle C = \angle D,$



$\therefore \angle D = \angle DBA$7分

$\therefore AC \parallel DF$ (内错角相等, 两直线平行).8分

20. (1) $\because \angle 1 + \angle DCB = 180^\circ$,1分

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle DCB$2分

$\therefore AB \parallel CD$3分

(2) $\because ED \perp DB$,

$\therefore \angle EDB = 90^\circ$ 4分

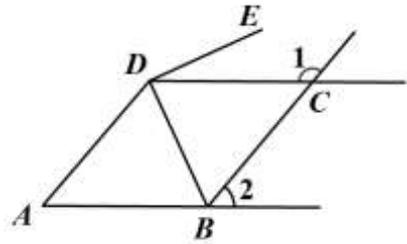
$\because AB \parallel CD, \angle A = 50^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle A = 130^\circ$ 6分

$\because DB$ 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 65^\circ$ 7分

$\therefore \angle EDC = \angle EDB - \angle BDC = 25^\circ$ 8分



21. 解: (1) 设每辆小客车能运送 x 名学生, 每辆大客车能运送 y 名学生.

根据题意得: $\begin{cases} x + 2y = 110 \\ 4x + y = 125 \end{cases}$,2分

解得: $\begin{cases} x = 20 \\ y = 45 \end{cases}$4分

答: 每辆小客车能运送 20 名学生, 每辆大客车能运送 45 名学生;5分

(2) 根据题意得: $20a + 45b = 400$6分

$\because a, b$ 为正整数,

$\therefore \begin{cases} a = 11 \\ b = 4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases}$8分

方案一: 租用小客车 11 辆, 大客车 4 辆;

方案二: 租用小客车 2 辆, 大客车 8 辆.

22. 解: (1) ① 向右平移 3 个, 向上平移 5 个;4分

② $B(6,3)$ 5分

(2) 补全图形6分

面积=108分

23. 解: (1) $(5,1)$ 2分

(2) $\because M(m-1, 2m)$

$\therefore M$ 的-3级关联点 $x_N = 3 - m, y_N = -5m - 1$ 3分

$\because N$ 在 x 轴上

$\therefore -5m - 1 = 0$, 解得: $m = -\frac{1}{5}$ 4分



$\therefore x_N = \frac{16}{5}$ 5分

$\therefore N(\frac{16}{5}, 0)$ 6分

(3) $(\frac{4}{5}, -\frac{2}{5})$ 或 $(-\frac{16}{5}, -\frac{2}{5})$ 8分

24. 解: (1) 如右图, 过点 Q 作 $QR \parallel CD$

$\because QR \parallel CD$

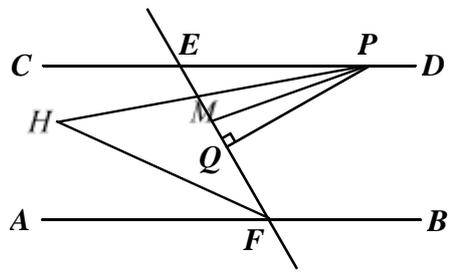
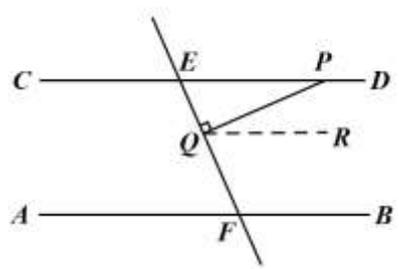
$\therefore \angle CPQ = \angle PQR$

$\because AB \parallel CD$

$\therefore QR \parallel AB$

$\therefore \angle AFE = \angle RQF$

$\therefore \angle AFE + \angle CPQ = \angle RQF + \angle PQR = \angle PQF$ 3分 (2) ①



.....4分

数量关系: $2\angle PHF + \angle QPM = 90^\circ$ 5分

证明: 由(1)知 $\angle PHF = \angle CPH + \angle AFH$

$\angle PMF = \angle CPM + \angle AFE$

$\because PH, FH$ 分别平分 $\angle CPM, \angle AFE$

$\therefore \angle CPM = 2\angle CPH, \angle AFE = 2\angle AFH$

$\therefore \angle CPM + \angle AFE = 2(\angle CPH + \angle AFH)$

即 $\angle PMF = 2\angle PHF$ 6分

$\because PQ \perp EF$

$\therefore \angle PQE = 90^\circ$

$\therefore \angle PMF + \angle QPM = 90^\circ$

$\therefore 2\angle PHF + \angle QPM = 90^\circ$

② $2\angle PHF - \angle QPM = 90^\circ$ 8分

四、选做题 (共 10 分, 第 26 题 4 分, 第 27 题 6 分)

25. 解: (1) 7;2分

(2) (7,10), (28,40)4分



26. 解: (1) 设 $B(x, 0)$,

① $\because |0-1|=1 \neq 3,$

$\therefore |x-0|=3,$

$\therefore x = \pm 3,$

$\therefore B$ 点的坐标为 $(-3, 0)$ 或 $(3, 0)$2 分

② $d(A, B)$ 的最小值为 1.3 分

③ $r=4$4 分

(2) $-2 \leq m \leq 3$6 分