2024北京交大附中初二（下）期中

数　学

说明：本试卷共6页，共100分.考试时长90分钟.

一、选择题（本题共24分，每小题3分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

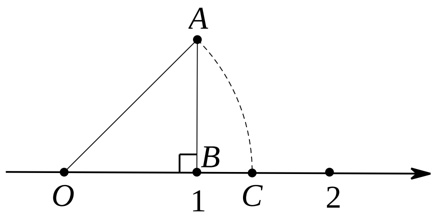
1．下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{7}}$　　D．$\sqrt{m^2}$

2．在平面直角坐标系 xOy 中，将直线 $y=2x+1$ 向上平移2个单位长度后，所得的直线的解析式为（　　）

A．$y=2x-1$　　B．$y=2x+2$　　C．$y=2x+3$　　D．$y=2x-2$

3．如图，数轴上点 B 表示的数为1，$AB\perp OB$，且 $AB=OB$，以原点 O 为圆心，OA 为半径画弧，交数轴正半轴于点 C，则点 C 所表示的数为（　　）



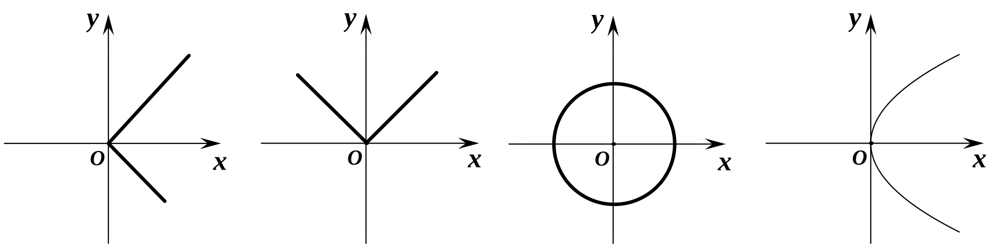
A．$\sqrt{2}$　　B．$-\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}-1$　　D．$1-\sqrt{2}$

4．下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　　）

A．1，1，1　　B．2，3，4

C．1，2，3　　D．5，12，13

5．下列图象中，y 是 x 的函数的是（　　）



A．　　B．　　C．　　D．

6．用配方法解一元二次方程 $x^2+4x-1=0$，配方后得到的方程是（　　）

A．$(x-1)^2=5$　　B．$(x+2)^2=5$　　C．$(x+1)^2=5$　　D．$(x-1)^2=5$

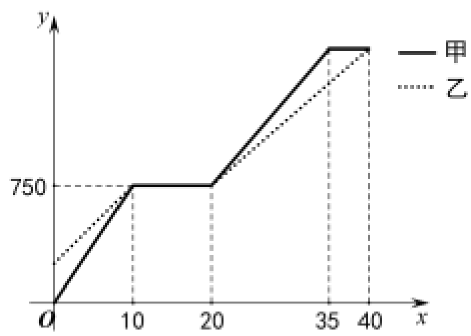
7．甲、乙二人约好沿同一路线去某地集合进行宣传活动，如图，是甲、乙二人行走的图象，点 O 代表的是学校，x 表示的是行走时间（单位：分），y 表示的是与学校的距离（单位：米），最后都到达了目的地，根据图中提供的信息，下面有四个推断：

①甲、乙二人第一次相遇后，停留了10分钟；

②甲先到达的目的地；

③甲在停留10分钟之后提高了行走速度；

④甲行走的平均速度要比乙行走的平均速度快.

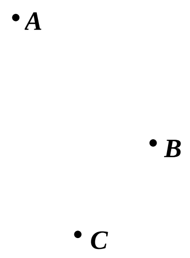


所有正确推断的序号是（　　）

A．①②　　B．①②③

C．①③④　　D．①②④

8．如图，点 A，B，C 为平面内不在同一直线上的三点．点 D 为平面内一个动点．线段 AB，BC，CD，DA 的中点分别为 M，N，P，Q. 在点 D 的运动过程中，有下列结论：



① 存在无数个中点四边形 $MNPQ$ 是平行四边形；

② 存在无数个中点四边形 $MNPQ$ 是菱形；

③ 存在无数个中点四边形 $MNPQ$ 是矩形；

④ 存在无数个中点四边形 $MNPQ$ 是正方形．

其中，所有正确的有（　　）

A．①②③　B．②③④　C．①②④　D．①③④

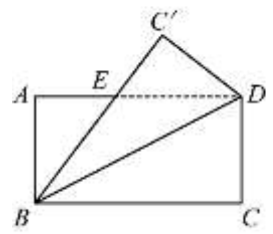
二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9．函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是______．

10．一元二次方程 $x^2=3x$ 的解是______．

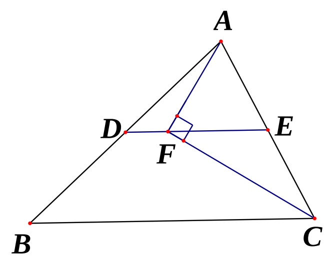
11．平面直角坐标系 xOy 中，点 A，B，C，D 的位置如图所示，当 $k>0$ 且 $b<0$ 时，A，B，C，D 四点中，一定不在一次函数 $y=kx+b$ 图象上的点为______．

12．如果 m 是方程 $x^2-2x-6=0$ 的一个根，那么代数式 $2m^2-4m-7$ 的值为______．



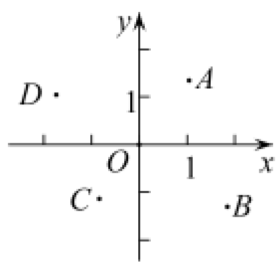
13．如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 所在直线折叠，点 C 落在同一平面内，落点记为 C'，BC' 与 AD 交于点 E，若 AB=4，BC=8，则 BE 的长为______．

14．若关于 x 的一元二次方程 $mx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围为______．



15．如图，在△ABC 中，点 D，点 E 分别是 AB，AC 的中点，点 F 是 DE 上一点，且∠AFC=90°，若 BC=12，AC=8，则 DF 的长为___________．

16．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y_1=kx+b$ 与 $y_2=x+m$ 的图象如图所示，若它们的交点的横坐



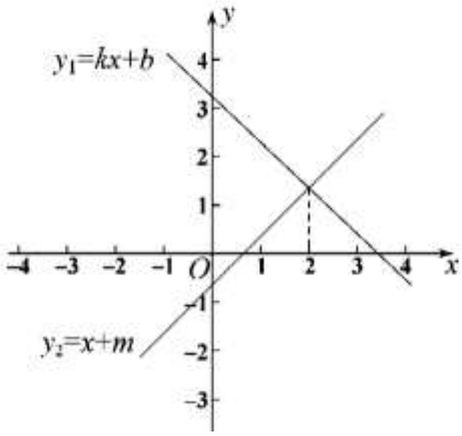
标为 2，则下列结论中所有正确的序号有__________.

①直线 $y_2=x+m$ 与 x 轴所夹锐角等于 45°；

② $k+b>0$；

③关于 x 的不等式 $kx+b<x+m$ 的解集是 $x<2$；

④ $mk>0$.



三、解答题（本大题共 52 分，第 17、18、21 题每小题 4 分，19、20、22、23 题每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25-26 每题 7 分）

17．计算：$3\sqrt{\dfrac{1}{3}}-\sqrt{6}\times\sqrt{2}+\sqrt{8}\div\sqrt{2}$.

18．解方程：$x^2-2x-3=0$.

19．已知：如图 1，$\triangle ABC$ 为锐角三角形，$AB=AC$.

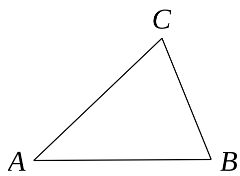


图 1

求作：菱形 $ABDC$.

作法：如图 2.

①以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，交 AC 于点 M，交 AB 于点 N；

②分别以点 M，N 为圆心，大于 $\dfrac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle CAB$ 的内部相交于点 E，作射线 AE 与 BC 交于点 O；

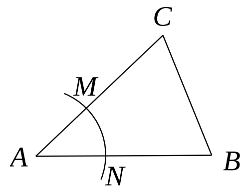


图 2

③以点 O 为圆心，以 OA 长为半径作弧，与射线 AE 交于点 D，点 D 和点 A 分别位于 BC 的两侧，连接 CD，BD；

四边形 $ABDC$ 就是所求作的菱形.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：由作法可知，AE 平分 $\angle CAB$，

$\because AB=AC$，

$\therefore CO=$__________.

$\because AO=DO$，

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是平行四边形（____________________________）（填推理的依据）.

$\because AB=AC$，

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是菱形（____________________________）（填推理的依据）.

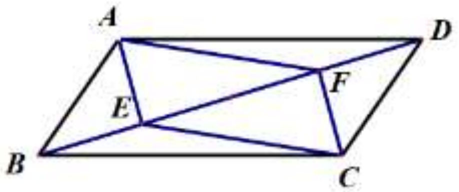
20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-1)x-m=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程的一根为负数，求 m 的取值范围.

21．如图，▱$ABCD$ 中，E，F 两点在对角线 BD 上，且 $BE=DF$，连接 AE，EC，CF，FA．

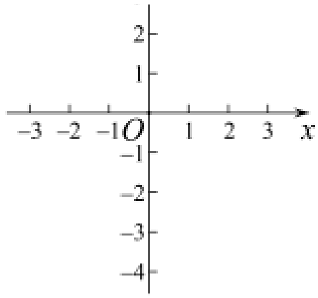
求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形．



22．一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=-3x$ 的图象平行，且过点 $(2,-4)$．

（1）求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式；

（2）画出一次函数 $y=kx+b$ 的图象；



（3）结合图象解答下列问题：

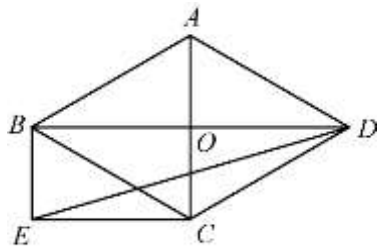
①当 $y<0$ 时，x 的取值范围是______；

②当 $0<x<2$ 时，y 的取值范围是______．

23．如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，过 B 点作 $BE/\!/AC$，且 $BE=\frac{1}{2}AC$，连结 EC，ED.

（1）求证：四边形 $BECO$ 是矩形；

（2）若 $AC=2$，$\angle ABC=60°$，求 DE 的长.



24．小明根据学习函数的经验，对函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 的图象与性质进行了探究并解决了相关问题，请补全下面的过程.

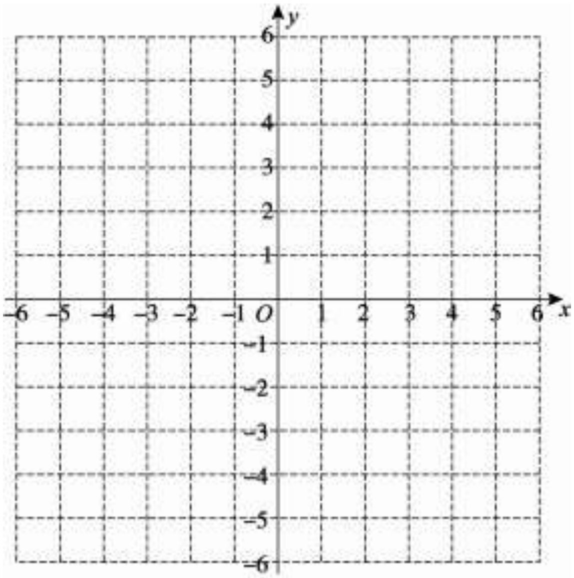
（1）函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 的自变量 x 的取值范围是____；

（2）下表是 y 与 x 的几组对应值：

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	m	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	...

写出表中 m 的值；

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出已补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



（4）小明结合该函数图象，解决了以下问题：

①对于图象上两点 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），若 $0<x_1<x_2$，则 y_1______ y_2（填“＞”，“=”或“＜”）；

②当 $x>2$ 时，若对于 x 的每一个值，函数 $y=\dfrac{1}{2}x+|x|$ 的值都大于一次函数 $y=kx+1$ 的值，则 k 的取值范围是________.

25．已知正方形 $ABCD$，点 E，F 分别在射线 BC，射线 CD 上，$BE=CF$，AE 与 BF 交于点 H.

（1）如图 1，当点 E，F 分别在线段 BC，CD 上时，求证：$AE=BF$，且 $AE\perp BF$；

（2）如图 2，当点 E 在线段 BC 延长线上时，将线段 BE 沿 BF 平移至 FG，连接 AG.

①依题意将图 2 补全；

②用等式表示线段 AG，FG 和 AD 之间的数量关系，并证明.

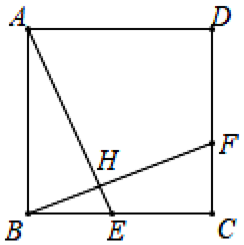


图 1

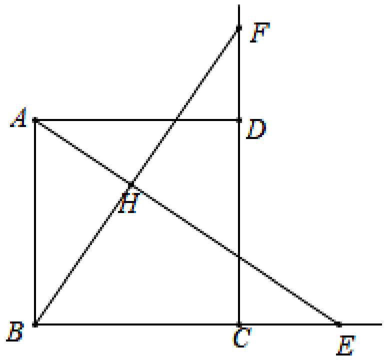


图 2

26．在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 M，N 给出如下定义：P 为图形 M 上任意一点，Q 为图形 N 上任意一点，如果 P，Q 两点间的距离有最大值，那么称这个最大值为图形 M 和 N 的“极大距离”，记为 d（M，N）.

已知：正方形 $ABCD$，其中 A（－1，1），B（－1，－1），C（1，－1），D（1，1）.

（1）已知点 P（0，t），

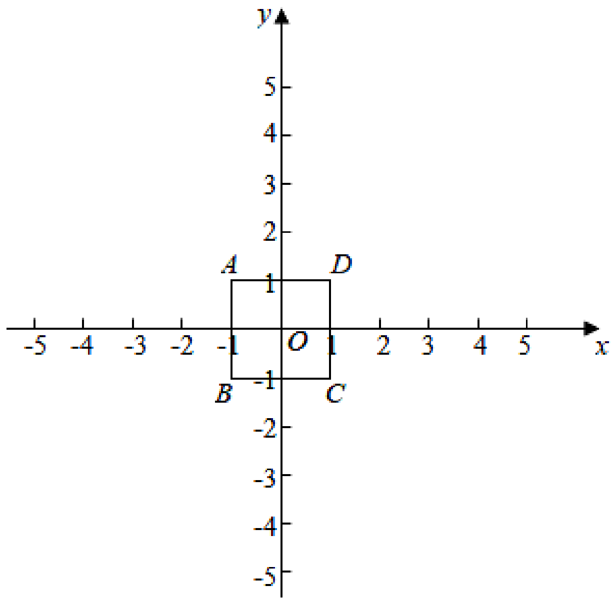
①若 $t=3$，则 d（点 P，正方形 $ABCD$）=________；

②若 d（点 P，正方形 $ABCD$）=3，则 t=________；

（2）已知点 E（m，3），F（$m+2$，3），若 $5<d$（线段 EF，正方形 $ABCD$）$<2\sqrt{13}$，直接写出 m 的取值范围；

（3）一次函数 $y=kx+3$ 的图象与 x 轴交于点 G，与 y 轴交于点 H，当 d（线段 GH，正方形 $ABCD$）取

最小值时，直接写出此时 k 的取值范围.



参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1． A　2．C　3．A　4．D　5．B　6．B　7．D　8．A

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9．$x \geq 2$；　10． 0 3　11．D　12． 5　13．5；　14． $m > -1$ 且 $m \neq 0$

15． 2　16． ① ② ④ **正确一个给 1 分，有错误答案不给分.**

三、解答题（本大题共 52 分，第 17、18、21 题每小题 4 分，19、20、22、23 题每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25-26 每题 7 分）

17．计算：$3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{6} \times \sqrt{2} + \sqrt{8} \div \sqrt{2}$.

17．解：原式$= \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2$ ………………………………………… 3 分

$= 2 - \sqrt{3}$ ………………………………………………… 4 分

18． $x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x+1)(x-3) = 0$ …………… …………………2 分

$x_1 = -1$，$x_2 = 3$ ………………………………4 分

注：选择用配方法：配方对得 2 分，答案 2 分；公式法：算对△的 2 分，答案 2 分

19． 图略…………… …………………2 分；

BO …………… …………………3 分；

对角线互相平分的四边形是平行四边形；…………… …………………4 分；

有一组邻边相等的平行四边形是菱形…………… …………………5 分；

20．(1) 证明：

∵ $a=1, b=m-1, c=-m$…………… …………………1 分

∴ $\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4 \times 1 \times (-m)$

$= m^2 + 2m + 1$

$= (m+1)^2$ …………… …………………2 分

∵对任意实数 m, $(m+1)^2 \geqslant 0$

∴对任意实数 m，方程总有两个实数根. …………… …………………3 分

(2)

∵ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{1 - m \pm (m+1)}{2 \times 1}$

∴ $x_1 = 1, x_2 = -m$ …………… …………………4 分

∵方程的一根为负数

∴$-m<0$

$\therefore m>0$…………… ………………….5 分

21．证明：连接 AC 交 BD 于点 O ……………………… 1 分

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

$\therefore OA=OC$，$OB=OD$ ……………………………… 2 分

$\because BE=DF$

$\therefore OE=OF$ ………………………………………………… 3 分

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为平行四边形……………………… 4 分

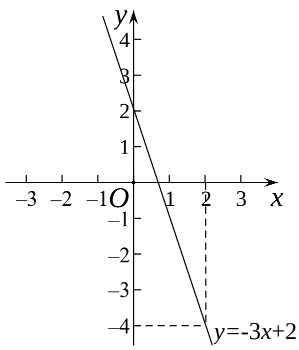
注：其他证明方法，如证明全等可得 1 分，得出平行四边形的条件 2 分，结论 1 分.

22．解：（1）根据题意得：$\begin{cases}k=-3,\\2k+b=-4.\end{cases}$…………… …………………1 分

解得 $\begin{cases}k=-3,\\b=2.\end{cases}$

$\therefore$一次函数的表达式为 $y=-3x+2$． …………… …………………2 分

（2）图象如图所示：…………… …………………3 分



（3）① $x>\frac{2}{3}$； …………… …………………4 分

② $-4<y<2$…………… …………………5 分

23．(1)证明：$\because$四边形 $ABCD$ 为菱形

$\therefore OC=AO=\frac{1}{2}AC$，$\angle BOC=90^\circ$ …………… …………………1 分

$\because BE\parallel AC$，且 $BE=\frac{1}{2}AC$

$\therefore$四边形 $OBEC$ 是平行四边形

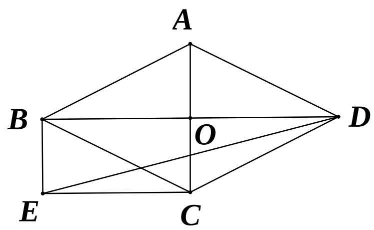
$\therefore$四边形 $OBFC$ 是矩形.

………… …………………2 分

（2）解：$\because$四边形 $ABCD$ 为菱形，$\angle ABC=60^\circ$，$AC=2$

$\therefore \angle OBC=30^\circ$，$\angle BOC=90^\circ$，$OC=1$…………… ………3 分

$\therefore BO=2$，$BO=\sqrt{3}$ …………… …………………4 分



$\therefore BD=2\sqrt{3}$，

$\because$四边形 $BOCE$ 是矩形

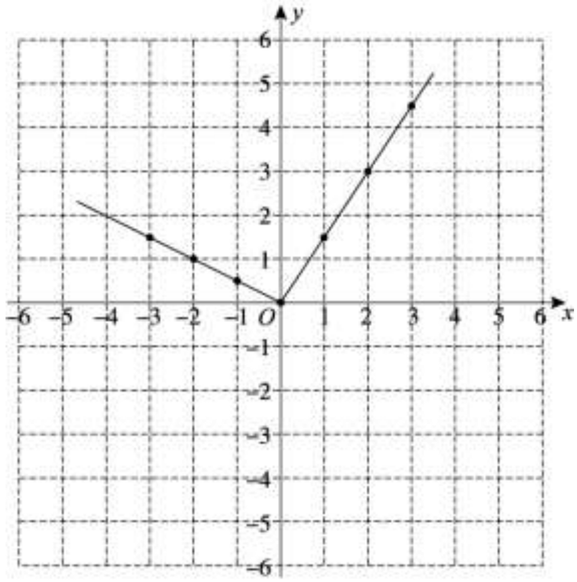
$\therefore BE=1$，$\angle OBE=90^\circ$

$\therefore DE=\sqrt{BD^2+BE^2}=\sqrt{13}$ …………… …………………5 分

24．（1）全体实数. …………… …………………1 分

（2）0. …………… …………………2 分

（3）



…………… …………………3 分

（4）①<；　…………… …………………4 分

②$k \le 1$且$k \ne 0$　…………… …………………6 分

25．解：（1）如图 1，∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$\angle ABE=\angle BCF=90°$，

在△ABE 和△BCF 中，

$$\begin{cases} BE=CF \\ \angle ABE=\angle BCF, \\ AB=BC \end{cases}$$

∴△ABE≌△BCF（SAS），

∴$AE=BF$，…………… …………………1 分

　$\angle BAE=\angle CBF$，

∵$\angle CBF+\angle ABH=90°$，

∴$\angle BAE+\angle ABH=90°$，

∴$\angle AHB=90°$，

∴$AE\perp BF$，…………… …………………2 分

故 $AE=BF$，且 $AE\perp BF$；

（2）①补全图如图 2 所示；…………… …………………3 分

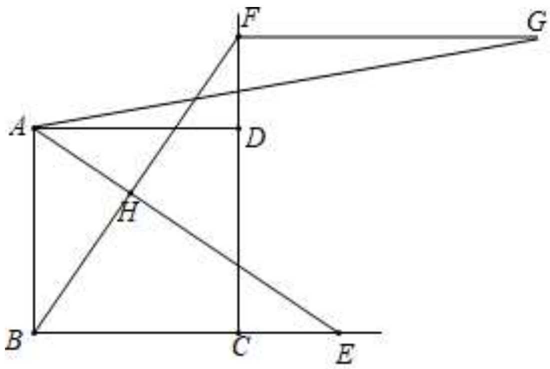


图2

②$AG^2=2AD^2+2FG^2$…………… …………………4 分

理由如下：

如图 3，连接 EG，

∵线段 BE 沿 BF 平移至 FG，

∴四边形 $BEGF$ 是平行四边形，

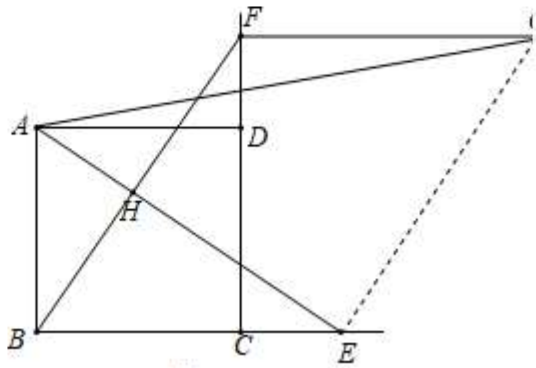


图3

∴$EG=BF$，$EG\parallel BF$，…………… …………………5 分

在△ABE 和△BCF 中，

$$\begin{cases}BE=CF\\ \angle ABE=\angle BCF,\\ AB=BC\end{cases}$$

∴△ABE≌△BCF（SAS），

∴$AE=BF$，$\angle BFC=\angle AEB$，

∴$EG=BF=AE$，

∵$\angle BFC+\angle CBF=90°$，

∴$\angle AEB+\angle CBF=90°$，

∴$\angle BHE=90°$，

∵$EG\parallel BF$，

∴$\angle AEG=\angle BHE=90°$，…………… …………………6 分

∴$AG^2=AE^2+EG^2=2AE^2$，

∵$AE^2=AB^2+BE^2=AD^2+FG^2$，

∴$AG^2=2AD^2+2FG^2$．…………… …………………7 分

26．（1）$\sqrt{17}$ …………… …………………1 分

② $-1+2\sqrt{2}$ 或 $1-2\sqrt{2}$．…………… …………………3 分

（2）$0<m<3$ 或 $-5<m<-2$．…………… …………………5 分

（3）$k\geqslant 1$ 或 $k\leqslant -1$．…………… …………………7 分