



首都师大附中 2023—2024 学年第二学期期中练习

初一 数学

命题人：张楠 审核人：刘学升

第 I 卷（共 20 分）

一、选择题（共 20 分，每题 2 分）

第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列各数中，是无理数的是

- A. π B. $\sqrt{4}$ C. $\sqrt[3]{-8}$ D. 3.1415926

2. 在平面直角坐标系中，点 $P(2, -1)$ 所在的象限是

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 下列各式中，正确的是

- A. $\pm\sqrt{9} = \pm 3$ B. $\sqrt{9} = \pm 3$ C. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ D. $(-\sqrt{3})^2 = 9$

4. 若 $m > n$ ，则下列不等式中正确的是

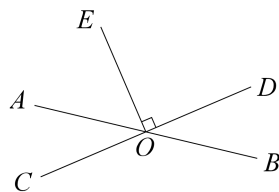
- A. $m - 2 < n - 2$ B. $-2m + 1 < -2n + 1$
 C. $-\frac{1}{2}m > -\frac{1}{2}n$ D. $m - n < 0$

5. 下列选项中，是方程 $2x - y = 5$ 的解的是

- A. $\begin{cases} x = -2, \\ y = 1. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0, \\ y = 5. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

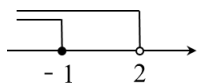
6. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $EO \perp CD$ ，下列说法错误的是

- A. $\angle AOD = \angle BOC$
 B. $\angle AOE + \angle BOD = 90^\circ$
 C. $\angle AOC = \angle AOE$
 D. $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$

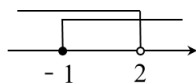




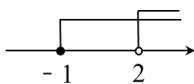
7. 不等式组 $\begin{cases} x-1 < 1, \\ x \geq -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是



A



B



C



D

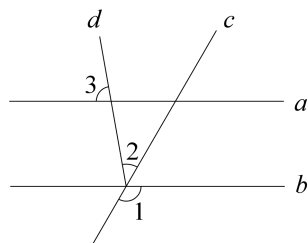
8. 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的大小为

A. 60°

B. 70°

C. 80°

D. 90°



9. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(2, 3)$ ， $AB \parallel x$ 轴，且 $AB=4$ ，则点 B 的坐标为

A. $(2, -1)$

B. $(-2, 3)$

C. $(2, -1)$ 或 $(2, 7)$

D. $(-2, 3)$ 或 $(6, 3)$

10. 为了培养“成达好习惯”，小李同学根据自身情况制定了跑步计划，每天有“低强度”“高强度”“休息”三种方案，下表对应了每天不同方案的跑步距离（单位： m ）。

	第1天	第2天	第3天	第4天	第5天
低强度	2500	2200	2000	1500	1600
高强度	3400	4000	4500	4000	2500
休息	0	0	0	0	0

小李定下了以下规则：若当天选择“高强度”方案，则要求前一天必须休息（第1天可选择“高强度”方案）；第1天不休息且不能连续两天都休息。

小李根据计划进行了5天跑步锻炼，下列结论错误的是

A. 若小李每天都选择“低强度”方案，则他这5天共跑步9800m

B. 若小李第4天休息，则他这5天最多跑步10400m

C. 小李这5天最少跑步6000m

D. 小李这5天最多跑步11000m



第 II 卷（共 80 分）

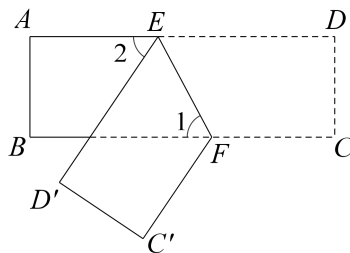
二、填空题（共 12 分，每题 2 分）

11. 4 的平方根是_____.
12. 若关于 x 的方程 $kx - 1 = 2x$ 的解为正数，则 k 的取值范围是_____.
13. 用一个 a 的值说明命题“如果 $a > -3$ ，那么 $a^2 > 9$ ”是假命题，这个值可以是 $a =$ _____.

14. 如图，小方同学位于玉渊潭公园，小程同学在小方北侧 1800 米处的花园桥。两人同时出发相向而行，10 分钟后相遇；两人同时向北而行，小方 90 分钟后追上小程。设小方的平均速度为 x 米/分钟，小程的平均速度为 y 米/分钟，则根据题意可列方程组_____.



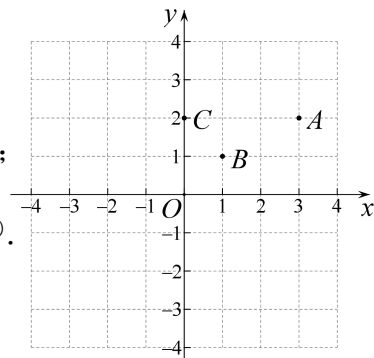
15. 如图，把一张长方形纸条 $ABCD$ 沿 EF 折叠，若 $\angle 1 = 62^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____°.



16. 在平面直角坐标系中，记横纵坐标都是整数的点为整点。将一个整点先沿任一坐标轴方向平移 2 个单位，再沿与前一次平移垂直的方向平移 1 个单位，叫做一次“跳马运动”。例如：如图，点 A 做一次“跳马运动”，可以到达点 B ，但是到达不了点 C 。

点 P 从原点处开始做“跳马运动”，下面三个结论中，所有正确结论的序号是_____.

- ① P 进行一次“跳马运动”可能到达的点有 8 个；
- ② P 进行三次“跳马运动”后可以到达 $(1, 0)$ ；
- ③ P 进行四次“跳马运动”后可以到达 $(3, 0)$ 。





三、解答题（共 68 分，第 17 题 5 分，第 18 题 8 分，第 19-25 题，每题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 计算： $(-1)^2 + \sqrt{25} + \sqrt[3]{-64} + |\sqrt{2} - 1|$.

18. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} y = 2x, \\ 3x + 2y = 7; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 4y = 13, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$$

19. 解不等式组 $\begin{cases} 5x - 1 > 3(x + 1), \\ \frac{1 + 2x}{3} \geq x - 1, \end{cases}$ 并求出它的整数解.

20. 完成下面的证明.

已知：如图，在三角形 ABC 中， $CD \perp AB$ 于点 D ， E 是 AC 上一点，

$$\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

求证： $DE \parallel BC$.

证明： $\because CD \perp AB$ （已知），

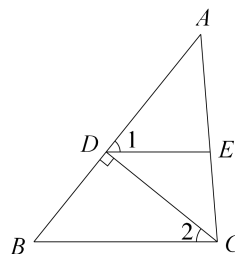
$$\therefore \angle ADC = \underline{\hspace{2cm}} \text{（垂直的定义）.}$$

$$\therefore \angle 1 + \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \text{（已知）,}$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 \text{（\underline{\hspace{4cm}}）.}$$

$$\therefore DE \parallel BC \text{（\underline{\hspace{4cm}}）.}$$



21. 如图， AB ， CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 50^\circ$ ， OM 平分 $\angle BOD$ ，过点 O 作 OM 的垂线，点 N ， E 是垂线上的点，点 N 在直线 AB 的上方，点 E 在直线 AB 的下方，连接线段 MN 。

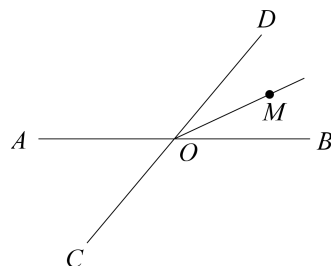
(1) 依题意补全图形；

(2) 线段 MN 与 MO 长度的大小关系为：

$$MN \underline{\hspace{1cm}} MO, \text{（填“>”“=”或“<”）}$$

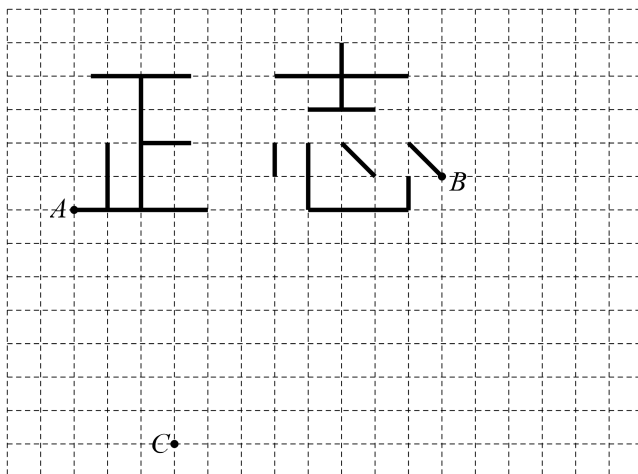
依据是 $\underline{\hspace{4cm}}$ ；

(3) 求 $\angle AOE$ 的大小.

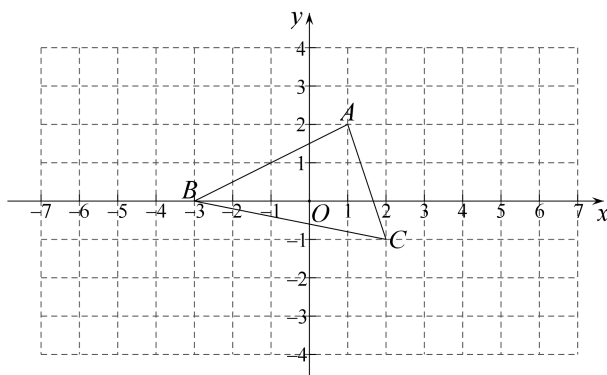




22. 为庆祝建校110周年，“朝阳红”的同学们想利用“青牛创客空间”的激光雕刻机制作一批文创产品，下图是他们设计的部分图案. 已知图中的小方格都是边长为1个单位长度的正方形，点 A 和点 B 分别是“正”和“志”上的点，点 A 的坐标为 $(-5, 1)$ ，点 B 的坐标为 $(6, 2)$.



- (1) 在图中画出平面直角坐标系 xOy ;
 - (2) 点 C 的坐标为 _____ ;
 - (3) 平移图中的“正志”使点 A 与点 C 重合，在图中画出点 B 的对应点 D 的位置，点 D 的坐标为 _____ .
23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A, B, C 的坐标分别为 $(1, 2), (-3, 0), (2, -1)$.



- (1) 直接写出三角形 ABC 的面积;
- (2) 点 P 是 x 轴上的点，若三角形 AOP 的面积是三角形 ABC 面积的一半，求点 P 的坐标.



24. 为了筹备第十八届春季越野比赛，学校计划购买甲、乙两种纪念品. 已知购买7件甲种纪念品和2件乙种纪念品需用25元，购买5件甲种纪念品和4件乙种纪念品需用23元.

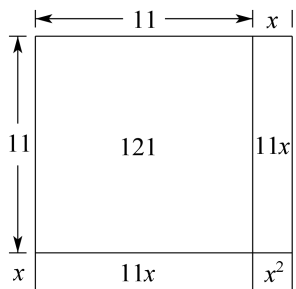
- (1) 求每件甲种纪念品和每件乙种纪念品各多少元；
- (2) 若学校购买甲、乙两种纪念品共1000件，总费用不超过3800元，那么最多可以购买甲种纪念品多少件？

25. 小李同学探索 $\sqrt{137}$ 的近似值的过程如下：

\because 面积为137的正方形的边长是 $\sqrt{137}$ 且 $11 < \sqrt{137} < 12$,

\therefore 设 $\sqrt{137} = 11 + x$, 其中 $0 < x < 1$.

画出示意图，如图所示.



根据示意图，可得图中正方形的面积

$$S_{\text{正方形}} = 11^2 + 2 \times 11 \cdot x + x^2.$$

$$\text{又} \because S_{\text{正方形}} = 137,$$

$$\therefore 11^2 + 2 \times 11 \cdot x + x^2 = 137.$$

当 $x^2 < 1$ 时，可忽略 x^2 ，得 $121 + 22x \approx 137$ ，解得 $x \approx 0.73$.

$$\therefore \sqrt{137} \approx 11.73.$$

(1) $\sqrt{150}$ 的整数部分为_____；

(2) 仿照小李的探索过程，求 $\sqrt{150}$ 的近似值. (画出示意图，标注数据，并写出求解过程)



26. 对于两个关于 x 的不等式，同时满足这两个不等式的 x 的值中，有且仅有 k 个整数，则称这两个不等式是“ k -关联”的. 例如不等式 $x > 2$ 和不等式 $x < 4$ 是“1-关联”的.

- (1) 请判断不等式 $x - 1 < 3$ 和 $x - 2 \geq 1$ 是否是“1-关联”的，并说明理由；
- (2) 若 $3x - a < 0$ 和 $x > 0$ 是“1-关联”的，求 a 的最大值；
- (3) 若不等式 $-x - 1 < -2b$ 和 $x + 2b < 15$ 是“ b -关联”的，直接写出 b 的值.

27. 已知定点 A ，点 M 在点 A 的左侧，直线 l 在直线 AM 的下方， $l \parallel AM$ ，点 P 是这两条直线之间的一个动点， $\angle MAP = \alpha$ ，点 B 在直线 l 上，满足 $\angle APB = 60^\circ$.

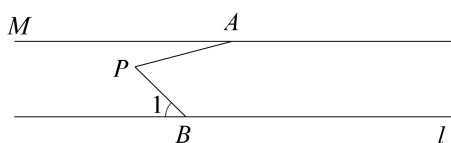
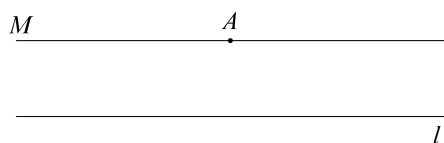


图 1



备用图

- (1) 如图 1，当 $\alpha = 15^\circ$ 时， $\angle 1$ 是线段 PB 与直线 l 的夹角，求 $\angle 1$ 的大小；
- (2) 过点 P 作平分 $\angle APB$ 的直线 m ，
若直线 $m \parallel l$ ，直接写出 α 的大小；
若直线 m 与直线 l 相交于点 Q ，当 $\angle PQB = 20^\circ$ 时，直接写出 α 的大小.



28. 将平面直角坐标系的纵轴绕原点顺时针旋转 30° 得到斜坐标系. 如图 1, 在斜坐标系 xOy 中, 对于该平面内的任意一点 P , 过点 P 分别作 y 轴, x 轴的平行线, 与两轴交点所对应的数分别为 m 与 n , 则称有序数对 (m, n) 为点 P 的坐标. 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 和常数 $k(k > 0)$, 定义 $d_k(P_1, P_2) = |x_1 - x_2| + k|y_1 - y_2|$ 为点 P_1 与 P_2 的“ k -度量”.

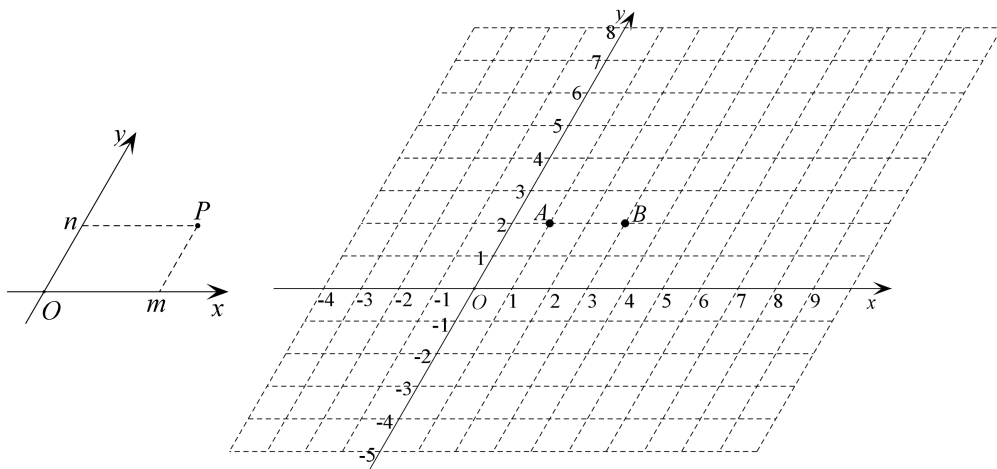


图 1

图 2

如图 2, 在斜坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, 回答下列问题:

- (1) 点 A 与点 O 的“ $\frac{1}{2}$ -度量”为_____;
- (2) 已知点 $C(0, c)$, 过点 C 作平行于 x 轴的直线 l .
 当 $c = -2$ 时, 直接写出直线 l 上与点 O 的“ $\frac{1}{2}$ -度量”为 2 的点的坐标;
 若直线 l 上存在与点 O 的“ $\frac{1}{2}$ -度量”为 2 的点, 直接写出 c 的取值范围;
- (3) 已知点 $M(m - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $N(m + \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 若在线段 AB 上存在点 P , 在线段 MN 上存在点 Q , 使得 $d_1(P, Q) = 5$, 直接写出 m 的取值范围.