北京十一学校2023-2024学年度第3学段常规初二年级初中数学课程教与学诊断（2024.4）

考试时间：120分钟　　　　满分：100分

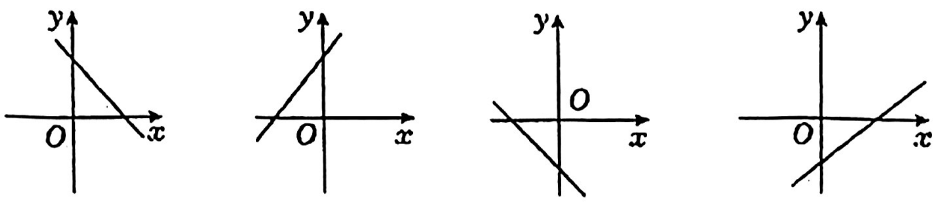
注意事项：

1．本试卷共4页，共三道大题，28道小题.

2．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.

一、选择题（共16分，每小题2分）

1．若直线 $y=kx+b$ 经过第一、二、三象限，则函数 $y=bx-k$ 的大致图象是

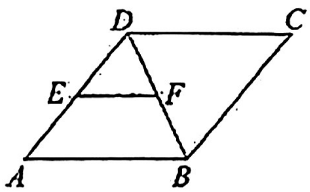


A　　　　B　　　　C　　　　D

2．如图，菱形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AD，BD 的中点，若 $EF=5$，则菱形 $ABCD$ 的周长为

A．40　　　　B．30

C．20　　　　D．10



3．若一元二次方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是

A．2　　　　B．±2　　　　C．±8　　　　D．$\pm2\sqrt{2}$

4．抛物线 $y=(x-2)^2-1$ 的顶点坐标为

A．$(-2,-1)$　　　　B．$(2,-1)$　　　　C．$(-2,1)$　　　　D．$(2,1)$

5．直线 $y=kx-2k+1$ 一定经过点

A．$(0,1)$　　　　B．$(2,1)$　　　　C．$(0,-2k)$　　　　D．$(2,-2k)$

6．参加一次活动的每个人都和其他人各握了一次手，所有人共握手10次，有多少人参加活动？设有 x 人参加活动，可列方程为

A．$\frac{1}{2}x(x+1)=10$　　　　B．$\frac{1}{2}x(x-1)=10$

C．$x(x-1)=10$　　　　D．$2x(x-1)=10$

7. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$中，自变量 x 与函数 y 的对应值如下表：

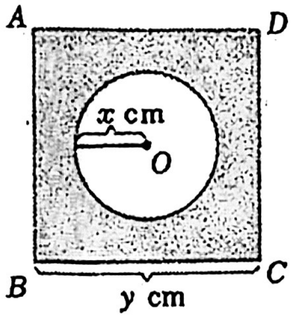
x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
y	-2	$-\frac{1}{4}$	1	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{7}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	-2

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0$，a，b，c 是常数$)$的两个根 x_1，x_2 的取值范围是下列选项中的哪一个

A. $-\frac{1}{2}<x_1<0,\frac{3}{2}<x_2<2$　　B. $-1<x_1<-\frac{1}{2},2<x_2<\frac{5}{2}$

C. $-1<x_1<-\frac{1}{2},\frac{3}{2}<x_2<2$　　D. $-\frac{1}{2}<x_1<0,2<x_2<\frac{5}{2}$

8. 如图，正方形 $ABCD$ 和 $\odot O$ 的周长之和为 $20cm$，设圆的半径为 $x\ cm$，正方形的边长为 $y\ cm$，阴影部分的面积为 $S\ cm^2$．当 x 在一定范围内变化时，y 和 S 都随 x 的变化而变化，则 S 与 x，y 与 x 满足的函数关系分别是(　　)



A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 二次函数关系，一次函数关系

C. 一次函数关系，一次函数关系　　D. 二次函数关系，二次函数关系

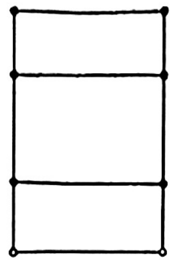
二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 若一次函数 $y=(m-3)x+m^2-9$ 是正比例函数，则 m 的值为__________.

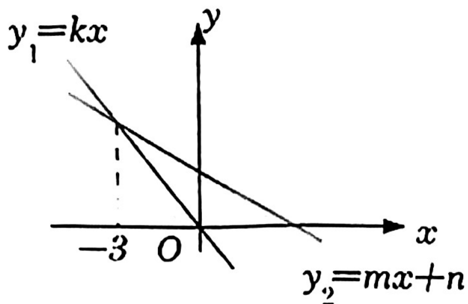
10. 关于 x 的方程 $x^2+mx+8=0$ 的一个根为 -4，则另一个根是__________；关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根分别为 -2、5，则 $p+q$ 的值为__________.

11. 已知点 $A(m+1,y_1)$，$B(m,y_2)$ 都在一次函数 $y=-3x+2$ 的图象上，那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1__________y_2（填“>”，“ =”“ <” ）.

12、用 8 m 长的铝合金型材做一个形状如图所示的矩形窗框，则做成的窗框的最大透光面积是________m^2.（透光面积指的是整个矩形面积）



13、在平面直角坐标系中，一次函数 $y_1=kx$(k 是常数，$k\neq0$) 与 $y_2=mx+n$(m、n 是常数，$m\neq0$) 的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $(k-m)x\geq n$ 的解集为________________.



14. 小方在学习菱形时，发现可以利用菱形纸片拼出著名的"赵爽弦图"：

把如图 1 中的菱形沿对角线分成四个全等的直角三角形，这四个直角三角形可以拼出如图 2 所示的面积为 26 的正方形 $ABCD$，和如图 3 所示的边长为 4 的正方形 $EFGH$，则图 1 中菱形的面积为________________.

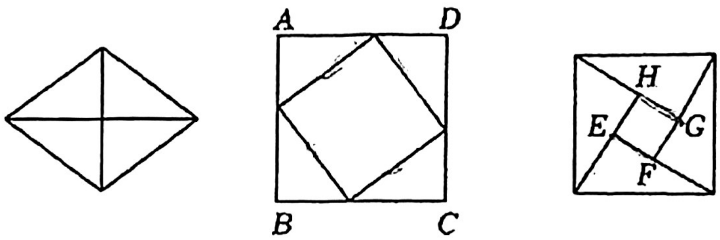


图1　　图2　　图3

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的顶点为 $P(-1,k)$，且经过点 $A(-3,0)$，其部分图象如图所示，下面四个结论中，

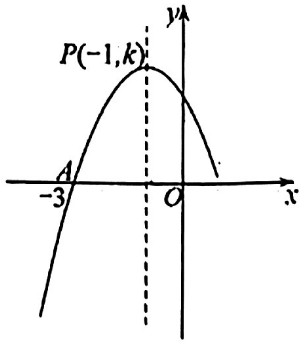
①$b=-2a$；

②$a<0$；

③若点 $N(t,n)$ 在此抛物线上且 $n<c$，则 $t>0$ 或 $t<-2$.

④若点 $M(2,m)$ 在此抛物线上，则 $m<0$；

所有正确结论的序号是________________.



16. 学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动．已知某木艺艺术品加工完成共需 A，B、C，D、E，F、G 七道工序，加工要求如下：

①工序 C，D 须在工序 A 完成后进行，工序 E 须在工序 B，D 都完成后进行，工序 F 须在工序 C，D 都完成后进行；

②一道工序只能由一名学生完成，此工序完成后该学生才能进行其他工序；

③各道工序所需时间如下表所示：

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间 / 分钟	9	9	7	6	8	11	3

在不考虑其他因素的前提下，若由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工，则需要____分钟；若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工，则最少需要____分钟．

三、解答题（共 68 分，第 17 题每小题 3 分，第 18-27 题每题 5 分，第 28 题 6 分）

17．解下列一元二次方程

（1）$x^2-64=0$　　（2）$x^2=2024x$

（3）$2x^2-4x-2=0$（配方法）　　（4）$2x^2-3x-2=0$（公式法）

18．化简求值：

已知 m 是方程 $x^2-2x-3=0$ 的一个根，求 $(m-2)^2+(m+3)(m-3)$ 的值．

19．已知函数 $y=(2m+1)x+m-4$

（1）若函数的图象平行于直线 $y=3x-3$，求 m 的值；

（2）若这个函数是一次函数，且与 y 轴的交点在 x 轴的下方，求 m 的取值范围．

20.. 下面是小李设计的作矩形 $ABCD$ 的尺规作图过程.

已知：$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$.

求作：矩形 $ABCD$.

作法：如图，

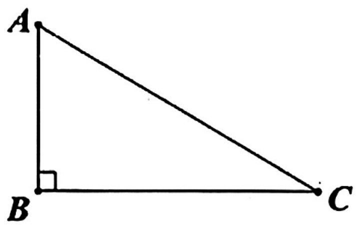
1、以点 A　圆心，BC 长为半径作弧；

2、以点 C 为圆心，AB 长为半径作弧，两弧交于点 D（点 D 与点 B 在直线 AC 异侧）；

3、连接 AD，CD.

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形.

根据小李设计的尺规作图过程，



（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明（括号里填推理的依据）.

证明：$\because AB=$______，$BC=$______，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形（_______）.

又$\because \angle ABC=90°$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是矩形（________）.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点 $(2,1)$.

（1）求该抛物线的表达式，并用描点法画出函数图象；

（2）将该抛物线向上平移_______个单位后，所得抛物线与 x 轴只有一个公共点.

22. 已知关于 x 的 $mx^2+(2+3m)x+(2m+2)=0$.

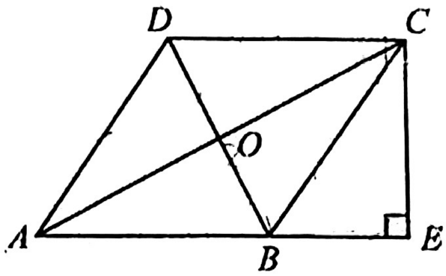
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若 m 为整数，当此方程有两个互不相等的负整数根时，直接写出 m 的值.

23.如图，在四边形$ABCD$中，$AB \parallel DC$，$AB=AD$，对角线AC，BD交于点O，AC平分$\angle BAD$，过点C作$CE \perp AB$交AB的延长线于点E.

（1）求证：四边形$ABCD$是菱形；

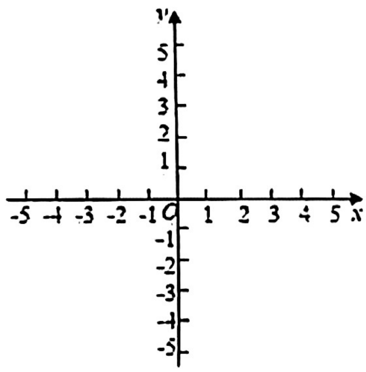
（2）若$AB=\sqrt{5}$，$BD=2$，直接写出BE的长.



24．在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b(k \neq 0)$的图象由函数$y=\frac{1}{2}x$的图象向下平移2个单位长度得到.

（1）直接写出这个一次函数的解析式；

（2）当$x \geq -2$时，对于x的每一个值，函数$y=mx(m \neq 0)$的值大于一次函数$y=kx+b$的值，直接写出m的取值范围.



25．定义：若x_1、x_2是方程$ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$的两个实数根，若满足$|x_1-x_2|=|x_1 \cdot x_2|$，则称此类方程为“差积方程”．例如：$(x-\frac{1}{2})(x-1)=0$是差积方程.

（1）下列方程是“差积方程”的是 ________；

①$6x^2-5x+1=0$

②$3x^2+8x+4=0$

③$x^2-4x=0$

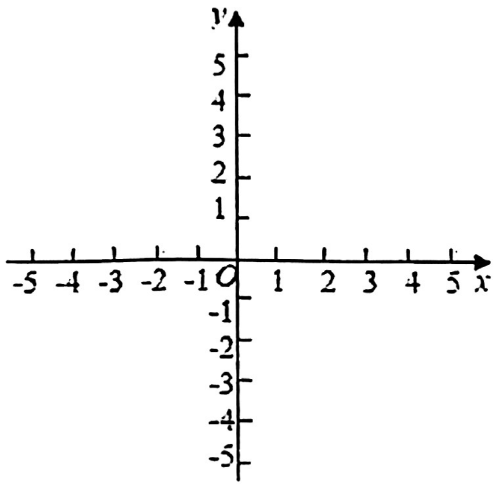
（2）若方程$x^2-(m+2)x+2m=0$是“差积方程”，直接写出m的值；

（3）当方程$ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$为“差积方程”时，写出a、b、c满足的数量关系并证明.

26．在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=-2x^2+bx+c$经过点$A(0,2)$，$B(3,-4)$．

（1）求抛物线的表达式及对称轴；

（2）设点B关于原点的对称点为C，点D是抛物线对称轴上一动点，记抛物线在A，B之间的部分为图象G（包含A，B两点），若直线CD与图象G恰有一个公共点，结合函数图象直接写出点D纵坐标t的取值范围．



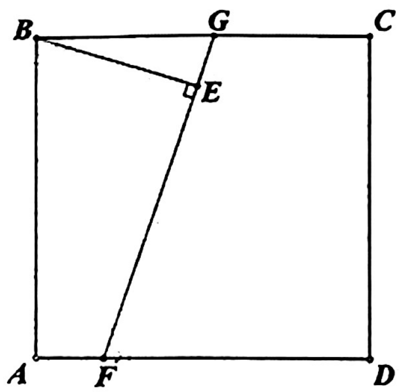
27．如图所示，四边形$ABCD$为正方形，F、G分别为边AD、BC上的点，$BE\perp FG$于G．

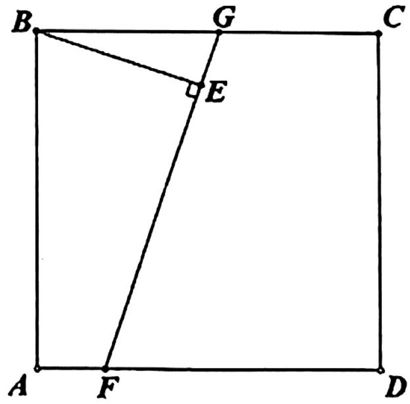
（1）求证：$\angle ABE=\angle GFD$；

（2）在EF上截取$EH=BE$，连接DH，O为DH的中点，连接AO、AE．

①依题意补全图形；

②用等式表示线段AO和AE的数量关系，并证明．





28.在平面直角坐标系xOy中，对于点P和正方形$OABC$，给出如下定义：若点P关于y轴的对称点P'到正方形$OABC$的边所在直线的最大距离是最小距离的2倍，则称点P是正方形$OABC$的“最佳距离点”.

已知：点$A(a,0)$，$B(a,a)$.

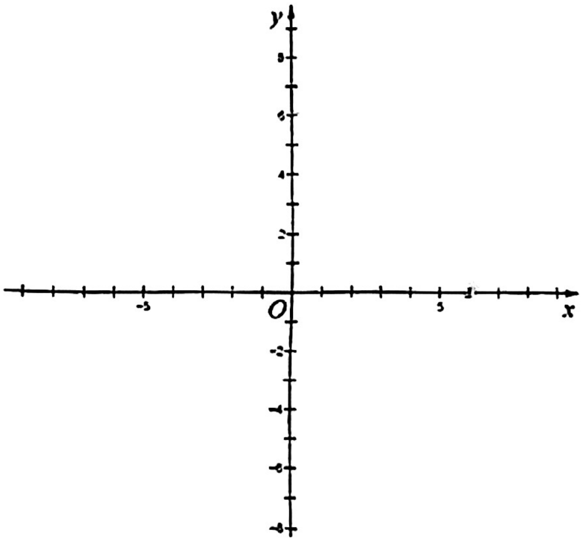
（1）当$a=6$时，

①点C的坐标是____________；

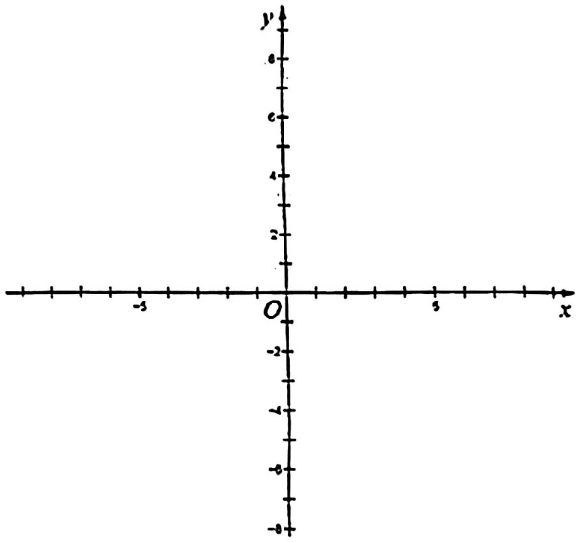
②在$P_1(-1,1)$，$P_2(-2,2)$，$P_3(-4,4)$，$P_4(-3,2)$三个点中，____________是正方形$OABC$的“最佳距离点”；

（2）当$a=9$时，点$P(-6,2n)$（其中$n>0$）是正方形$OABC$的“最佳距离点”，求n的取值范围；

（3）点$M(-3,3)$，$N(-5,5)$．若线段MN上存在正方形$OABC$的“最佳距离点”，直接写出a的取值范围.



备用图



备用图