2024北京房山初三一模

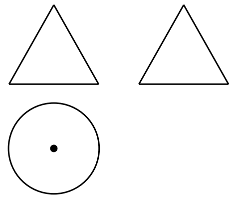
数　　学

学校______________ 班级______________ 姓名

本试卷共 8 页，满分 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.



1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

（A）圆锥　　（B）圆柱

（C）三棱柱　　（D）球

2. 据中国国家铁路集团有限公司消息：在 2024 年为期 40 天的春运期间，全国铁路累计发送旅客 4.84 亿人次，日均发送 12 089 000 人次. 将 12 089 000 用科学记数法表示应为

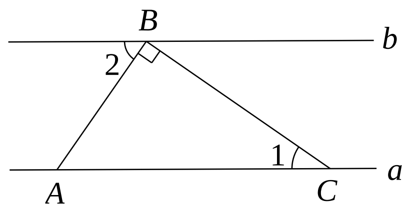
（A）12.089×10^{6}　（B）1.2089×10^{6}　（C）1.2089×10^{7}　（D）0.12089×10^{8}

3. 下面四个博物馆标志，其文字上方的图案既是轴对称图形又是中心对称图形的是

（A）　（B）　（C）　（D）

4. 如图，$a\parallel b$，点 A，C 在直线 a 上，点 B 在直线 b 上，$AB\perp BC$，

若 $\angle1=35^\circ$，则 $\angle2$ 的度数是



（A）25°　（B）35°

（C）45°　（D）55°

5. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+x-m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为

（A）-4　（B）$-\frac{1}{4}$　（C）$\frac{1}{4}$　（D）4

6. 不透明的袋子中装有 1 个红球，1 个白球，除颜色外两个小球无其他差别，从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次都摸到红球的概率是

（A）$\frac{1}{9}$　（B）$\frac{1}{6}$　（C）$\frac{1}{4}$　（D）$\frac{4}{9}$

7. 若 $a<b<0$，则下列结论正确的是

（A）$-a<-b<a<b$　（B）$-b<-a<a<b$

（C）$a<b<-b<-a$　　　　　　（D）$a<b<-a<-b$

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle BCD=90°$，点 E 在 BC 上，$CE<BE$，连接 AE 并延长交 DC 的延长线于点 F，连接 DE，$\triangle ABE \cong \triangle ECD$．给出下面三个结论：

①$AE\perp DE$；②$AB+CD>AE$；③$\sqrt{2}AB\cdot EF=AD\cdot CF$．

上述结论中，所有正确结论的序号是

（A）①②　　　　　　（B）②③

（C）①③　　　　　　（D）①②③

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若代数式 $\dfrac{2}{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是__________．

10．分解因式：$x^2y-4y=$__________．

11．方程 $\dfrac{4}{3x+5}=\dfrac{1}{x}$ 的解为__________．

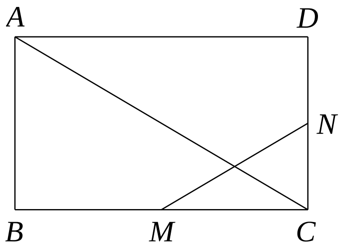
12．在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(-1,y_1)$，$B(-3,y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$ 的图象上，则 y_1__________y_2（填“＞”，“＝”或“＜”）．

13．某校为了调查学生家长对课后服务的满意度，从 600 名学生家长中随机抽取 150 名进行问卷调查，获得了他们对课后服务的评分数据（评分记为 x），数据整理如下：

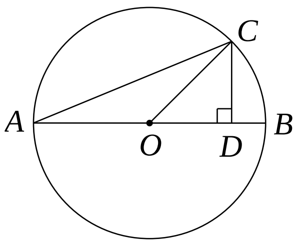
家长评分	$60\leqslant x<70$	$70\leqslant x<80$	$80\leqslant x<90$	$90\leqslant x\leqslant 100$
人数	15	45	60	30

根据以上数据，估计这 600 名学生家长评分不低于 80 分的有__________名.

14．如图，在矩形 $ABCD$ 中，M，N 分别为 BC，CD 的中点，则 $\dfrac{MN}{AC}$ 的值为__________．



第 14 题图



第 15 题图

15．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，$CD\perp AB$，垂足为点 D，若 $AB=4$，$\angle A=22.5°$，则 BD 的长为__________．

16．在一次综合实践活动中，某小组用 I 号、II 号两种零件可以组装出五款不同的成品，编号分别为 A，B，C，D，E，每个成品的总零件个数及所需的 I 号、II 号零件个数如下：

成品编号	I 号零件个数	II 号零件个数	总零件个数
A	3	4	7
B	5	4	9
C	4	6	10
D	4	3	7
E	6	2	8

选用两种零件总数不超过25个，每款成品最多组装一个.

（1）如果 I 号零件个数不少于11个，且不多于13个，写出一种满足条件的组装方案__________（写出要组装成品的编号）；

（2）如果 I 号零件个数不少于11个，且不多于13个，同时所需的 II 号零件最多，写出满足条件的组装方案__________（写出要组装成品的编号）.

三、解答题（共 68 分，第 17–19 题，每题 5 分，第 20–21 题，每题 6 分，第 22–23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27–28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$6\sin 45° + (\frac{1}{2})^{-1} + |-3| - \sqrt{18}$.

18. 解不等式组：$\begin{cases} 4x-7 > x-1, \\ \dfrac{3x-5}{2} < x. \end{cases}$

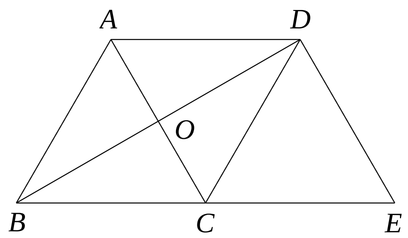
19. 已知 $x-y-3=0$，求代数式 $\dfrac{x^2-2xy+y^2}{2x-2y}$ 的值.

20. 在房山区践行“原色育人，生态发展”教育发展理念的引领下，某校为提升实践育人实效，积极组织学生建设劳动基地，参与校园种植活动. 计划在校园内一块矩形的空地上开垦两块完全相同的矩形菜园，如图所示，已知空地长10米，宽4.5米，矩形菜园的长与宽的比为6:1，并且预留的上、中、下、左、右通道的宽度相等，那么预留通道的宽度和矩形菜园的宽分别是多少米？

21. 如图，在▱$ABCD$ 中，AC，BD 交于点 O，$\angle ABD = \angle CBD$，过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 延长线于点 E.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $OB = \sqrt{3}$，$\angle ABC = 60°$，求 DE 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + b\,(k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象平移得到，且经过点 $(2,3)$.

（1）求该函数的解析式；

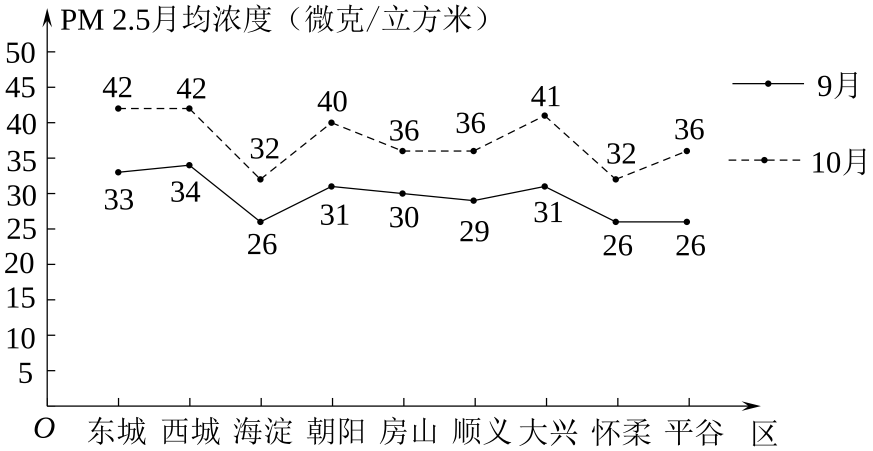
（2）当 $x < 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = x + m$ 的值大于函数 $y = kx + b\,(k \neq 0)$ 的

值，直接写出 m 的取值范围.

23. 2024年1月3日北京市生态环境局召开了“2023年北京市空气质量”新闻发布会，通报了2023年北京市空气质量状况：北京2023年PM2.5年均浓度为32微克/立方米，PM2.5最长连续优良天数为192天，“北京蓝”已成为常态.

下面对2023年北京市九个区PM2.5月均浓度的数据进行整理，给出了部分信息：

a. 2023年9月和10月北京市九个区PM2.5月均浓度的折线图：



b. 2023年9月和10月北京市九个区PM2.5月均浓度的平均数、中位数、众数：

PM2.5月均浓度	平均数	中位数	众数
9月	29.6	m	n
10月	37.4	36	36

（1）写出表中 m，n 的值；

（2）2023年9月北京市九个区PM2.5月均浓度的方差为 S_1^2，2023年10月北京市九个区PM2.5月均浓度的方差为 S_2^2，则 S_1^2 __________ S_2^2（填“>”，“=”或“<”）；

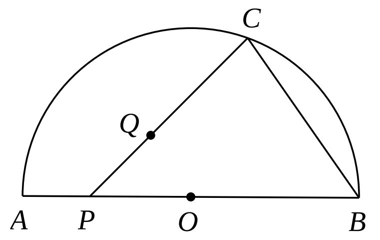
（3）2013年至2023年，北京市空气优良级别达标天数显著增加，2013年空气优良达标天数为176天，2023年比2013年增幅达到约54%，2023年达标天数约为__________天.

24. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上一点，过点 C 作⊙O 的切线 CD 与 AB 的延长线交于点 D，过点 B 作 $BE \parallel CD$，BE 与⊙O 交于点 E，连接 AE，CE.

（1）求证：$\angle ACE = \angle D$；

（2）若 $\tan\angle ACE = \dfrac{3}{4}$，$AE = 3$，求 CE 的长.

25. 如图，点 P 是半圆 O 的直径 AB 上一动点，点 Q 是半圆 O 内部的一定点，作射线 PQ 交 AB 于点 C，连接 BC．已知 $AB = 10\text{cm}$，设 AP 的长度为 $x\text{cm}$，BC 的长度为 $y_1\text{cm}$，PC 的长度为 $y_2\text{cm}$．（当点 P 与点 A 重合时，x 的值为0）.

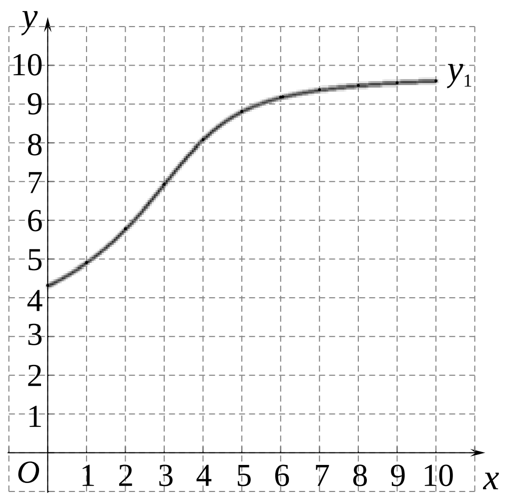


小山根据学习函数的经验，对函数 y_1， y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行探究.

对于点 P 在 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了 x， y_1， y_2 的几组值，如下表：

x / cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_1 / cm	4.32	4.91	5.78	6.93	8.08	8.81	9.18	9.37	9.48	9.55	9.60
y_2 / cm	9.02	7.86	6.63	5.46	4.79	5.00	5.73	6.64	7.61	8.60	9.60

（1）在同一平面直角坐标系 xOy 中，小山已画出函数 y_1 的图象，请你画出函数 y_2 的图象；



（2）结合函数图象，解决问题：

① 当 AP 的长度为6.5cm 时，则 BC 的长度约为__________ cm（结果保留小数点后一位）.

② 当△ BCP 为等腰三角形时，则 AP 的长度约为__________ cm（结果保留小数点后一位）.

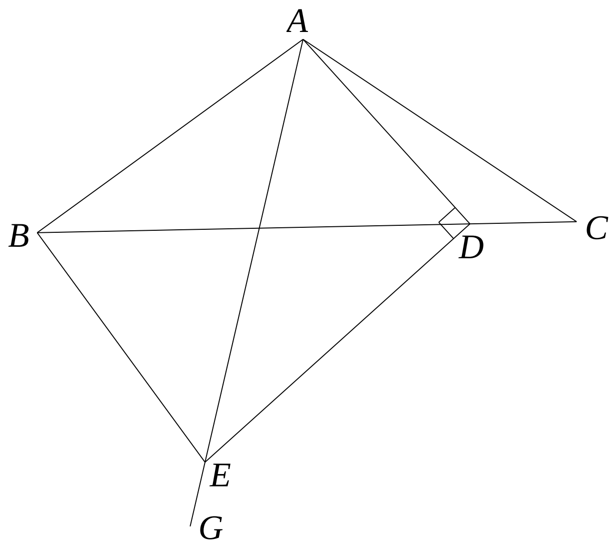
26. 在平面直角坐标系 xOy 中， $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 是抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-2$ 上任意两点.

（1）当 $a=1$时，求抛物线与 y 轴的交点坐标及顶点坐标；

（2）若对于 $0<x_1<\frac{1}{2}$， $\frac{1}{2}<x_2<1$，都有 $y_1>y_2$，求 a 的取值范围.

27. 在△ ABC 中， $AB=AC$， $\angle BAC=2\alpha\,(45°<\alpha<90°)$， D 是 BC 上的动点(不与点 C 重合)，且 $BD>DC$，连接 AD，将射线 AD 绕点 A 顺时针旋转 α 得到射线 AG，过点 D 作 $DE\perp AD$ 交射线 AG 于点 E，连接 BE，在 BD 上取一点 H，使 $HD=CD$，

连接 EH.



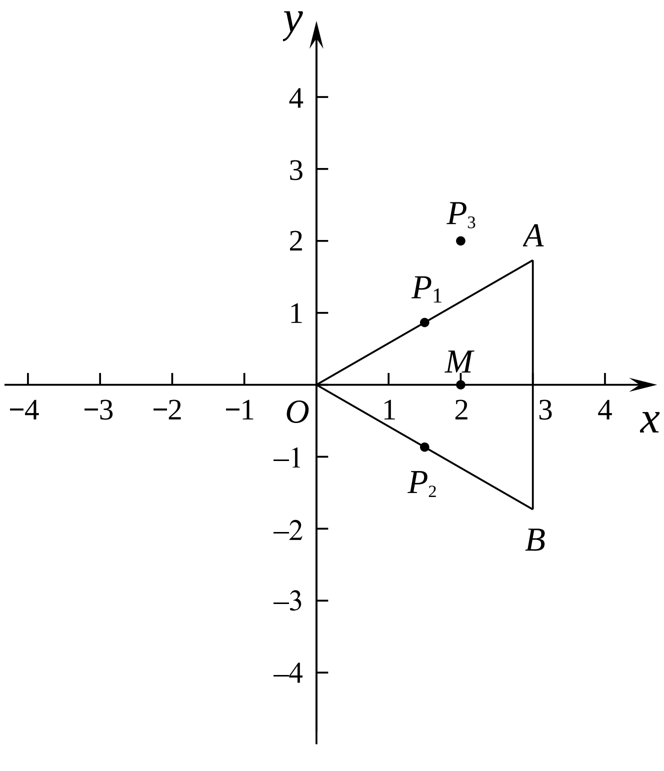
（1）依题意补全图形；

（2）直接写出$\angle ABE$的大小，并证明.

28. 在平面直角坐标系xOy中，将中心为M的等边三角形记作等边三角形M，对于等边三角形M和点P（不与O重合）给出如下定义：若等边三角形M的边上存在点N，使得直线OP与以MN为半径的$\odot M$相切于点P，则称点P为等边三角形M的“相关切点”.

（1）如图，等边三角形M的顶点分别为点$O(0,0)$，$A(3,\sqrt{3})$，$B(3,-\sqrt{3})$.

①在点$P_1(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$P_2(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，$P_3(2,2)$中，等边三角形$M$的“相关切点”是__________；



②若直线$y=x+b$上存在等边三角形M的“相关切点”，求b的取值范围；

（2） 已知点$M(m，m-2)$，等边三角形M的边长为$2\sqrt{3}$．若存在等边三角形M的两个“相关切点”E，F，使得$\triangle OEF$为等边三角形，直接写出m的取值范围．

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	B	C	C	D

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \neq 3$

10. $y(x+2)(x-2)$

11. $x=5$

12. $<$

13. 360

14. $\dfrac{1}{2}$

15. $2-\sqrt{2}$

16. （1）答案不唯一：ABD；ACD；ACE；ADE；BE；

（2）ACD.

（注：第 16 题一空 1 分）

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解：$6\sin 45° + (\frac{1}{2})^{-1} + |-3| - \sqrt{18}$

$= 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 2 + 3 - 3\sqrt{2}$

$= 5$.

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 4x-7 > x-1, & ① \\ \dfrac{3x-5}{2} < x. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x > 2$.

解不等式②，得 $x < 5$.

∴原不等式组的解集为$2<x<5$.

19．解：$\frac{x^2-2xy+y^2}{2x-2y}$

$=\frac{(x-y)^2}{2(x-y)}$

$=\frac{x-y}{2}$.

∵ $x-y-3=0$，

∴ $x-y=3$.

∴原式$=\frac{x-y}{2}=\frac{3}{2}$.

20．解：设矩形菜园的宽为x米，则矩形菜园的长为$6x$米.

由题意可得，

$\frac{10-6x}{2}=\frac{4.5-2x}{3}$.

解得$x=1.5$.

∴ $\frac{10-6x}{2}=0.5$.

答：预留通道的宽度是0.5米，矩形菜园的宽是1.5米.

21．（1）证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴ $AD\parallel BC$.

∴ $\angle ADB=\angle CBD$.

∵ $\angle ABD=\angle CBD$，

∴ $\angle ABD=\angle ADB$.

∴ $AB=AD$.

∴四边形$ABCD$是菱形.

（2）解：∵四边形$ABCD$是菱形，

∴ $AC\perp BD$， $BD=2OB$， $\angle DBE=\frac{1}{2}\angle ABC$.

∵ $DE\parallel AC$，

∴ $\angle BDE=\angle BOC=90°$.

∵ $OB=\sqrt{3}$，

$\therefore BD = 2OB = 2\sqrt{3}$.

$\because \angle ABC = 60^\circ$，

$\therefore \angle DBE = \dfrac{1}{2}\angle ABC = 30^\circ$.

在 Rt$\triangle BDE$ 中， $\tan\angle DBE = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$， $BD = 2\sqrt{3}$.

$\therefore \tan\angle DBE = \dfrac{DE}{BD} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore DE = 2$.

22. 解：（1）$\because$ 函数 $y = kx + b\,(k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象平移得到，

$\therefore k = 2$.

$\therefore$ 得到函数的解析式为 $y = 2x + b$.

$\because$ 函数 $y = 2x + b$ 的图象过点 $(2,3)$，

$\therefore 2\times 2 + b = 3$.

$\therefore b = -1$.

$\therefore$ 函数 $y = kx + b$ 的解析式为 $y = 2x - 1$.

（2）$m \geqslant 1$.

23. 解：（1） $m = 30$， $n = 26$；

（2）$<$；

（3）271.

24.（1）证明：$\because AE = AE$，

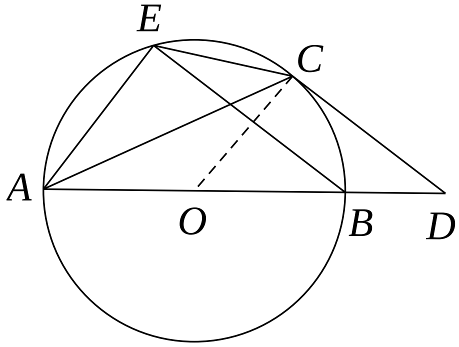
$\therefore \angle ACE = \angle ABE$，

又 $\because BE \parallel CD$，

$\therefore \angle ABE = \angle D$.

$\therefore \angle ACE = \angle D$.

（2）解：连接 OC，交 BE 于点 F .



$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线，切点为 C，

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$.

$\because BE \parallel CD$，

$\therefore \angle OFB = \angle OCD = 90^\circ$.

$\therefore BE \perp OC$.

$\therefore F$ 为 BE 中点.

$\because O$ 为直径 AB 中点，

$\therefore OF$ 为$\triangle AEB$ 的中位线，

$\therefore OF = \frac{1}{2}AE$.

$\because AE = 3$，

$\therefore OF = \frac{3}{2}$.

$\because \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{AE}$，

$\therefore \angle ACE = \angle ABE$.

$\because \tan\angle ACE = \frac{3}{4}$，

$\therefore \tan\angle ABE = \frac{3}{4}$.

$\because AB$ 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中

$\because \tan\angle ABE = \frac{3}{4}$，

$\therefore BE = 4$.

由勾股定理得 $AB = 5$.

$\therefore OC = \frac{5}{2}$.

$\therefore CF = 1$.

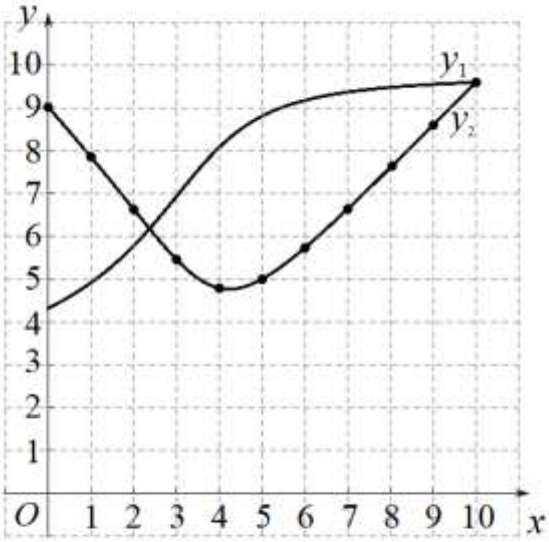
$\because F$ 为 BE 中点，$BE = 4$，

$\therefore EF = 2$.

在 Rt$\triangle ECF$ 中，由勾股定理得

$CE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

25.（1）画出函数 y_2 的图象, 如图.



（2）① 9.2；

② 2.3，3.1，5.0.

26. 解：（1）令 $x=0$，则 $y=a^2-2$.

当 $a=1$ 时，$y=-1$.

∴抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0，-1)$；

∵ $y=x^2-2ax+a^2-2=(x-a)^2-2$，

当 $a=1$ 时，抛物线的顶点坐标为 $(1，-2)$.

（2）∵ $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 是抛物线 $y=x^2-2ax+a^2-2$ 上任意两点，

∴ $y_1=(x_1-a)^2-2$，$y_2=(x_2-a)^2-2$.

∴ $y_1-y_2=(x_1-a)^2-(x_2-a)^2=(x_1-x_2)(x_1+x_2-2a)$.

∵ $0<x_1<\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2}<x_2<1$，

∴ $x_1<x_2$，$\dfrac{1}{2}<x_1+x_2<\dfrac{3}{2}$.

∵ $x_1<x_2$，$y_1>y_2$，

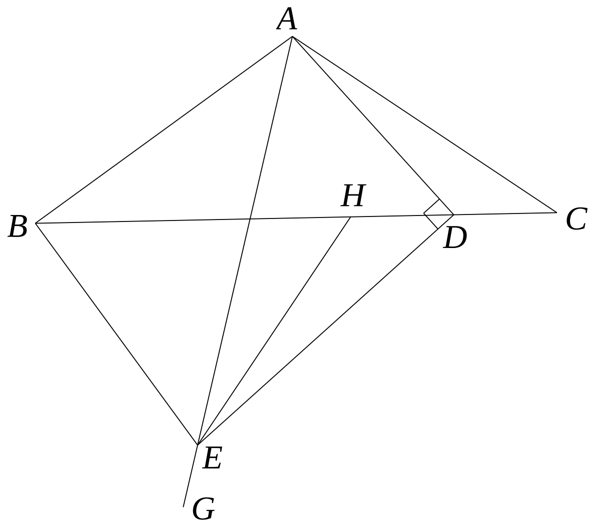
∴ $x_1+x_2-2a<0$.

即 $x_1+x_2<2a$.

∴ $2a\geqslant\dfrac{3}{2}$.

∴ $a\geqslant\dfrac{3}{4}$.

27.（1）依题意补全图形，如图.

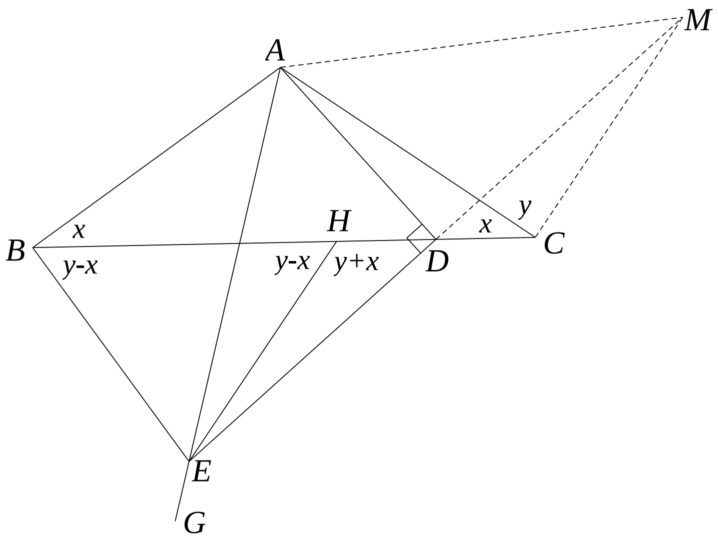


（2）$\angle ABE = 90°$.

证明：延长 ED 至点 M，使 $DM = ED$, 连接 AM, CM.

在$\triangle EHD$与$\triangle MCD$中，

$$\begin{cases} HD = CD, \\ \angle EDH = \angle MDC, \\ ED = DM. \end{cases}$$



$\therefore \triangle EHD \cong \triangle MCD$ (SAS).

$\therefore \angle EHD = \angle MCD$.

$\because AD \perp EM$, $ED = DM$,

$\therefore AE = AM$.

$\therefore \angle EAM = 2\angle EAD = 2\alpha$.

$\because \angle BAC = 2\alpha$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAM$.

$\because AB = AC$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACM$ (SAS).

$\therefore \angle ABE = \angle ACM$.

$\because EB = EH$,

$\therefore \angle EBH = \angle EHB$.

设$\angle ABC = x$，$\angle ACM = y$.

$\therefore \angle EHD = \angle MCD = x + y$, $\angle ABE = \angle ACM = y$.

$\therefore \angle EHB=\angle EBH=y-x$.

$\because \angle EHB+\angle EHD=y-x+x+y=180°$.

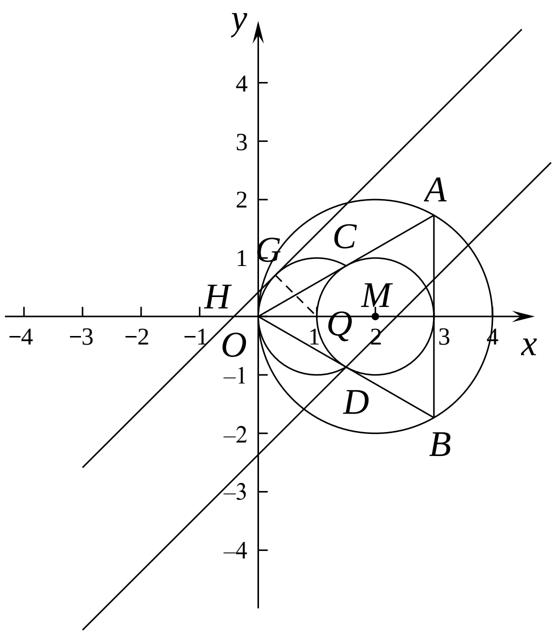
$\therefore y=90°$.

$\therefore \angle ABE=90°$.

28.（1）①P_1，P_2；

②解:依题意可知，点$M(2，0)$，点N为等边三角形边上的点，

则$1\leqslant MN\leqslant 2$.



$\because OP$与以MN为半径的$\odot M$相切于点P，

$\therefore OP\perp MP$，$MP=MN$.

$\therefore \angle OPM=90°$.

$\therefore$点P在以OM为直径的$\odot Q$上，

且$1\leqslant MN\leqslant 2$，其中点$Q(1，0)$.

$\therefore$符合条件的点P组成的图形为COD

（点O除外），其中点$C(\frac{3}{2}，\frac{\sqrt{3}}{2})$，

$D(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$，

如图，当直线$y=x+b$与$\odot Q$相切时，设切点

为G，与x轴交点为

H，则QG与直线$y=x+b$垂直时，$\angle GHQ=45°$.

由$QG=1$，可得$QH=\sqrt{2}$.

$\therefore H(1-\sqrt{2}，0)$.

当直线$y=x+b$过$H(1-\sqrt{2}，0)$时，

代入$y=x+b$中，可得$b=\sqrt{2}-1$.

当直线$y=x+b$过点$D(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$时，

代入$y=x+b$中，可得$b=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}$.

$\because$直线$y=x+b$上存在“相关切点”，

∴b的取值范围是$-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}\leqslant b\leqslant\sqrt{2}-1$.

（2）$2\leqslant m\leqslant 1+\sqrt{7}$或$1-\sqrt{7}\leqslant m\leqslant 0$.