数学试卷

班级________ 姓名________ 学号________ 成绩________

考生须知	1.本试卷共 8 页，共 27 道小题，满分 100 分；附加题共 2 道，满分 10 分.考试时间 100 分钟. 2.在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号. 3.答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效. 4.在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

在每道题给出的四个选项中，只有一个选项正确.

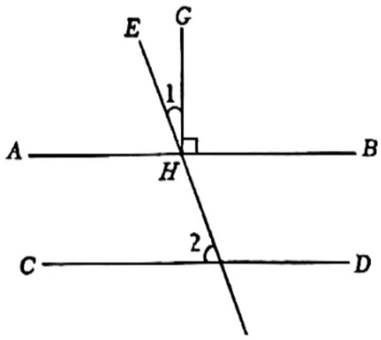
1. 在平面直角坐标系中，点 $(2,-3)$ 在（　　）.

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 如图，手盖住的是两个图形中的一个，若这两个图形其中一个是由另一个平移得到的，则手盖住的图形是（　　）.

A.　　B.　　C.　　D.

3. 如右图，$AB \parallel CD$，$GH \perp AB$ 于 H，$\angle 1 = 25°$，则 $\angle 2 =$（　　）.



A. $55°$　　B. $65°$　　C. $75°$　　D. $85°$

4. 已知 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ 是关于 x，y 的二元一次方程 $ax + 2y = 1$ 的一个解，那么 a 的值为（　　）.

A. 2.5　　B. 1　　C. -2.5　　D. -1

5. 下列等式正确的是（　　）.

A. $\pm\sqrt{9} = 3$　　B. $\sqrt{9} = \pm 3$

C. $\sqrt{(-3)^2} = -3$　　D. $\left|\sqrt{2} - 2\right| = 2 - \sqrt{2}$

6. 已知 $a > b$，则下列不等式中，正确的是（　　）.

A. $-a > -b$　　B. $2a - 1 > 3b - 1$　　C. $a + 3 > b + 3$　　D. $4a < 4b$

7. 下列四个命题，

①对顶角相等；

②有一条公共边，且互补的两个角互为邻补角；

③平行于同一条直线的两条直线平行；

④直线外一点到这条直线的垂线段的长度叫做点到直线的距离；

其中真命题的个数是（　　）.

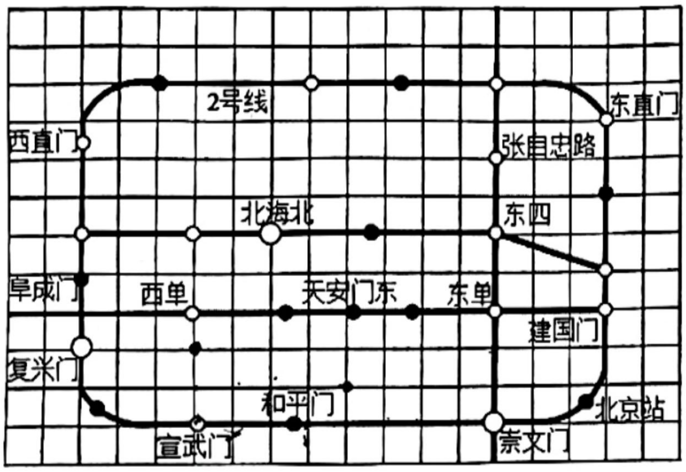
A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

8. 不等式组$\begin{cases}5x-3<3x+5,\\x<a\end{cases}$的解集为$x<4$，则$a$满足的条件是（　　）.

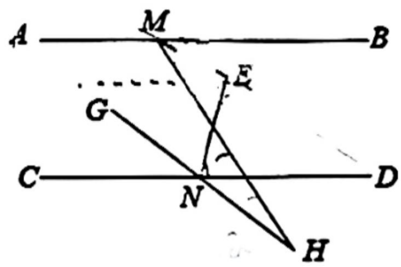
A. $a<4$　　B. $a=4$　　C. $a\leqslant 4$　　D. $a\geqslant 4$

9. 如图是北京地铁部分线路图. 在图中，分别以正东、正北方向为x轴、y轴的正方向建立平面直角坐标系，当表示崇文门站的点的坐标为$(8,-2)$，表示北海北站的点的坐标为$(-4,8)$时，表示复兴门站的点的坐标为（　　）.

A. $(-9,0)$　　B. $(-14,2)$　　C. $(-9,5)$　　D. $(-7,2)$



（第 9 题图）



（第 10 题图）

10. 如图，直线$AB//CD$，M、N分别在直线AB，CD上，H为平面内一点，连接HM，HN，延长HN至点G，$\angle BMH$和$\angle GND$的角平分线相交于点E. 若$\angle H=\alpha$，则$\angle E$可以用含α的式子可以表示为（　　）.

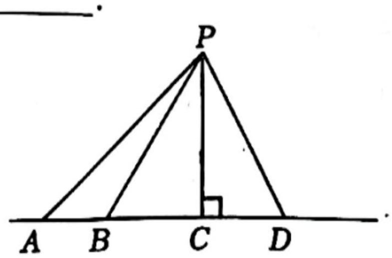
A. $180°-\dfrac{\alpha}{2}$　　B. $180°-\alpha$　　C. $90°+\dfrac{\alpha}{2}$　　D. $90°+\alpha$

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

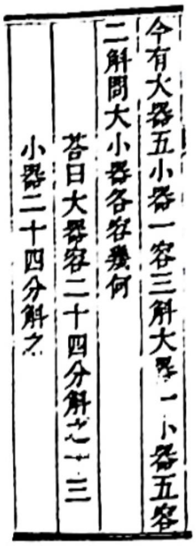
11. 用不等式表示“m的 3 倍与n的差不大于 6”：__________.

12. 写出一个大小在$\sqrt{2}$和$\sqrt{20}$之间的整数是__________.

13. 如图，直线l表示一段河道，点P表示村庄，现要从河l向村庄P引水，图中有四种方案，其中沿线段PC路线开挖的水渠长最短，理由是________.



14. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架. 其中第七卷《盈不足》记载了一道有趣的数学问题：


今有大器五小器一容三斛大器一小器五容二斛問大小器各容幾何
荅曰大器容二十四分斛之十三
小器二十四分斛之

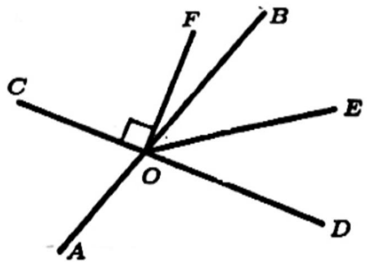
“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛. 问大、小器各容几何？” 译文：“今有大容器 5 个，小容器 1 个，总容量为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容量为 2 斛. 问大容器、小容器的容量各是多少斛？”

（注：斛，音 hú，古量器名，亦是容量单位）

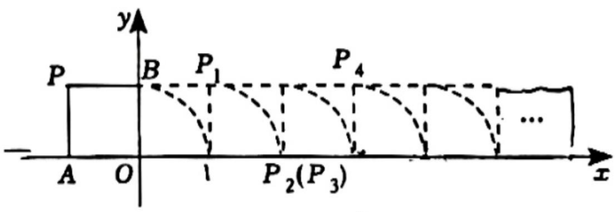
设大容器的容量为 x 斛，小容器的容量为 y 斛，根据题意，可列方程组为________________.

15. 在平面直角坐标系中，$AB // x$ 轴，$AB=2$，若点 $A(1,-3)$，则点 B 的坐标是____________.

16. 如图，直线 AB,CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle BOD$，$OF \perp CD$，垂足为 O．若 $\angle AOC=72°$，则 $\angle EOF$ 的度数是________.



（第 16 题图）



（第 17 题图）

17. 如图，将边长为 1 的正方形 $OAPB$ 沿 x 轴正方向连续翻转 2024 次，点 P 依次落在点 P_1，P_2，P_3，…，P_{2024} 的位置，则 P_5 的坐标为________，P_{2024} 的坐标为____________.

18. 给定实数 a,b，记 $\max\{a,b\}$ 为 a,b 两数的最大者，$\min\{a,b\}$ 为 a,b 两数的最小者，如 $\max\{-2,3\}=3$，$\min\{-3,2\}=-3$．特别地，$\max\{a,a\}=\min\{a,a\}=a$．若 $\min\{5,2x+1\}=\max\{5,x-1\}$，则 x 的取值范围是__________.

三、解答题（共 54 分）

19. （5 分）计算：$\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt[3]{-8}+\sqrt{(-2)^2}+|2-\sqrt{5}|$.

20. （5 分）解下列方程组：$\begin{cases}x+y=-1,\\2x-3y=8.\end{cases}$

21. （8 分）解下列不等式（组）

（1）$\dfrac{x+3}{6}+1\leq\dfrac{2x-5}{4}$；　　　　（2）$\begin{cases}2x+3\leq x+11,\\\dfrac{5x+4}{3}>x.\end{cases}$

22. （6 分）完成下面的证明：

如图，已知：$AD\perp BC$，$FG\perp BC$，垂足分别为D，G，且$\angle1=\angle2$，

求证：$\angle BDE=\angle C$．

证明：$\because AD\perp BC$，$FG\perp BC$（已知），

$\therefore\angle ADC=\angle FGC=90^\circ$（____________），

$\therefore AD//FG$（________________________）．

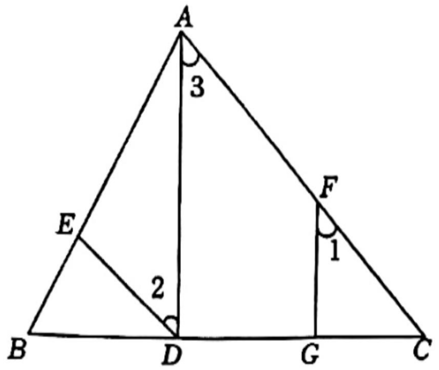
$\therefore\angle1=$________（______________________）．

又$\because\angle1=\angle2$（已知），

$\therefore\angle2=$________．

$\therefore DE//AC$（________________________）．

$\therefore\angle BDE=\angle C$．



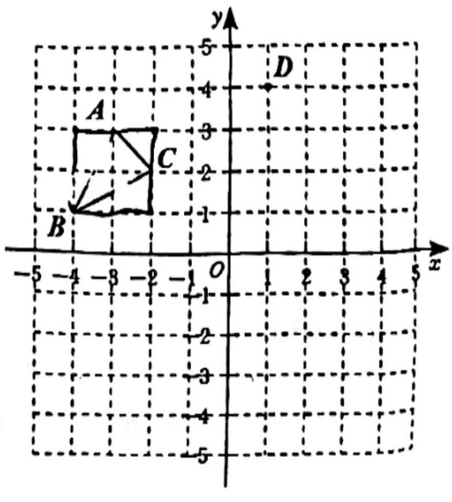
23. （5 分）已知在平面直角坐标系xOy中，点$A(-3,3)$，点$B(-4,1)$，点$C(-2,2)$．

（1）写出$\triangle ABC$的面积．

（2）将$\triangle ABC$平移，使得点A与点$D(1,4)$重合，得到$\triangle DEF$，点B，C的对应点分别是点E，F．

①画出平移后的$\triangle DEF$，并写出点E和点F的坐标；

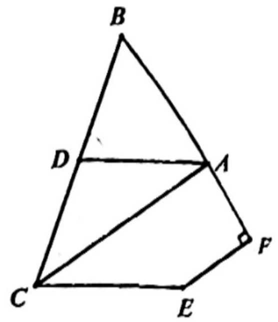
②若$\triangle ABC$中任意一点$P(x,y)$经同样的平移得到对应点为$P'(x+m,y+n)$，则$mn=$__________．



24. （7 分）如图，已知$\angle ADB=\angle BCE$，$\angle CAD+\angle E=180^\circ$.

（1）判断AC与EF的位置关系，并证明；

（2）若CA平分$\angle BCE$，$EF\perp AF$于点F，$\angle ADB=70^\circ$，求$\angle BAD$的度数.



25. （7 分）学校计划为“数学文化活动”购买奖品．已知购买 3 个A奖品和 2 个B奖品共需 130 元；购买 5 个A奖品和 4 个B奖品共需 230 元.

（1）求A，B两种奖品的单价；

（2）学校准备购买A，B两种奖品共 40 个，且A奖品的数量不少于B奖品数量的$\frac{1}{3}$. 购买预算金不超过 920 元，请通过计算说明，学校有几种不同的购买方案.

26. （4 分）对于实数a，我们规定：用符号$[\sqrt{a}]$表示不大于$\sqrt{a}$的最大整数，称$[\sqrt{a}]$为a的根整数，例如：$[\sqrt{9}]=3$，$[\sqrt{10}]=3$；还可以对a连续求根整数，直到结果为 1 为止，例如：对 10 连续求根整数 2 次：$[\sqrt{10}]=3$，$[\sqrt{3}]=1$，得到结果为 1.

（1）仿照以上方法计算：$[\sqrt{26}]=$________；

（2）对 123 连续求根整数，________次之后结果为 1；

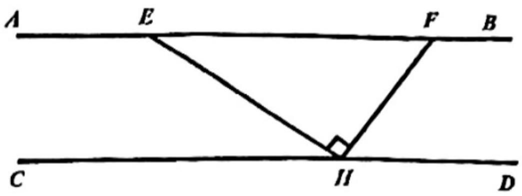
（3）只需进行 3 次连续求根整数运算后结果为 1 的所有正整数中，最大的正整数是多少？请通过计算说明.

27.（7 分）如图 1，$AB//CD$，点 E，F 在直线 AB 上，点 H 在直线 CD 上，且 $EH\perp FH$；作射线 FG 平分 $\angle EFH$，交直线 CD 于点 G；在 $\angle EHC$ 内部作射线 HN 交直线 AB 于点 N，使 $\angle NHG=3\angle NHE$；射线 FG 与射线 HN 交于点 M.

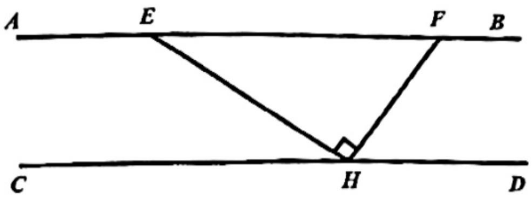
（1）在图 1 中补全图形；

（2）若 $\angle FGH=\angle NHG$，求 $\angle FMH$ 的度数；

（3）在（2）的条件下，将 $\triangle FMH$ 绕着点 F 以每秒 3° 的速度顺时针旋转，旋转时间为 t，当 MF 边与射线 FB 重合时停止，直接写出 t 为何值时，$\triangle FMH$ 的边 MH 与 $\triangle EHF$ 的某一边平行.



（图 1）



（备用图）

附加题（共 10 分）

1．（4 分）对于给定的自然数 $m(m\geq 3)$，用 1 和 -1 作为元素填满 m 行 m 列的数表 A，数表 A 中第 i 行第 j 列的元素记作 a_{ij}，记 $r(i)$ 为数表 A 的第 i 行的各数之和，$c(j)$ 为数表 A 的第 j 列的各数之和，其中 $i,j=1,2,\cdots,m$．

记 $M(A)=\dfrac{m^2-|r(1)+r(2)+\cdots+r(m)|}{2}$ 为数表 A 的"代表数"．若数 a_{ij} 满足 $a_{ij}\cdot r(i)>0$ 且 $a_{ij}\cdot c(j)>0$，则称元素 a_{ij} 是"好的"，记 $H(A)$ 是数表 A 中"好的"元素的个数．

（1）对以下数表 A_0，$m=5$，则 $M(A_0)=$__________；

1	1	1	1	1
1	1	1	1	−1
1	−1	−1	−1	−1
−1	−1	−1	−1	−1
−1	−1	−1	−1	−1

数表 A_0

（2）当自然数 $m(m\geq 3)$ 是偶数时，数表 A 的"代表数" $M(A)$ 的最大值是__________．（用含 m 的代数式表示）

（3）在数表 A 中，若 $r(1),r(2),\cdots,r(m)$ 中恰有 s 个正数，$c(1),c(2),\cdots,c(m)$ 中恰有 t 个正数，其中，$s\geq\dfrac{m}{2}$，$t\geq\dfrac{m}{2}$，则 $H(A)$ 的最大值是__________．（用含 s，t 和 m 的代数式表示）

2.（6 分）在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x_1,y_1)$，给出如下定义：当点 $Q(x_2,y_2)$ 满足 $k|x_2-x_1|=|y_2-y_1|$ 时，称点 Q 是点 P 的 k 倍等距点.

已知，点 $P(2，0)$.

（1）在 $Q_1(0，1)$，$Q_2(3，2)$，$Q_3(-2，2)$ 中，点 P 的 2 倍等距点是________；

（2）已知点 $M(m,-1)$，$N(m+1,-4)$，若在线段 MN 上存在点 E 是点 P 的 2 倍等距点，求 m 的取值范围；

（3）已知点 Q（3，0），A（-2，1），B（0，1），以 AB 为边在直线 AB 的上方作正方形 $ABCD$，以 PQ 为边在直线 PQ 的上方作正方形 $PQMN$，对于正方形 $PQMN$ 边上任意一点 E，若正方形 $ABCD$ 的边上都存在点 E 的 k 倍等距点，直接写出 k 的取值范围.