北师大实验中学 2023-2024 学年度第二学期期中试卷

初二年级数学

班级________ 姓名_________ 学号________

考生须知	1. 本试卷共 12 页，共四道大题，29 道小题；答题纸共 3 页。满分 120 分。考试时间 100 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名、学号。 3. 试卷答案一律填写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题须用 2B 铅笔将选中项涂黑涂满，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 命题人：初二数学备课组 审题人：杨洁

A 卷

一、单项选择题（本题共 8 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项最符合题意。每小题 3 分，共 24 分）

1. 下列计算，正确的是（　　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$　　C. $\sqrt{12}\div 2=\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{4\times 9}=2\times 3$

2. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　　）

A. 2，3，4　　B. 4，5，6　　C. 5，12，13　　D. 1，$\sqrt{2}$，3

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，若一次函数 $y=kx+b$ 的图象由直线 $y=kx$（$k<0$）向上平移 4 个单位长度得到，则一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过的象限是（　　）

A. 第一、二、三象限　　B. 第一、二、四象限

C. 第一、三、四象限　　D. 第二、三、四象限

4. 下列命题中，正确的是（　　）

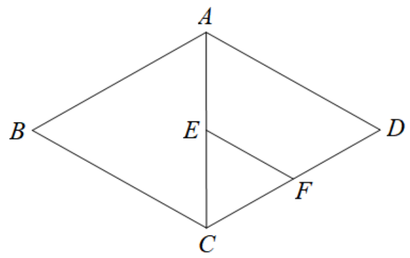
A. 一组对边平行且另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线互相垂直的四边形是平行四边形

C. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

D. 一组对边相等，一组对角相等的四边形是平行四边形

5．如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 AC，DC 的中点．若 $EF=4$，则菱形 $ABCD$ 的周长为（　　）



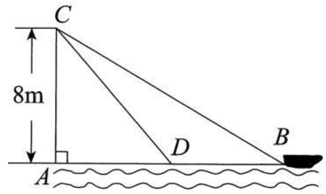
A．8　　　　B．16

C．24　　　　D．32

6. 如图，在离水面点 A 高度为 8m 的岸上点 C 处，有人用绳子拉船靠岸，开始时绳子 BC 的长为 17m，此人以 1m/s 的速度收绳，7s 后船移动到点 D 的位置，则船向岸边移动了（　　）（假设绳子是直的）

A．9 米　　　　B．8 米

C．7 米　　　　D．6 米



7. 直线 $l_1: y=-x+1$ 与直线 $l_2: y=mx+n(m\neq 0)$ 的交点 P 的横坐标为 3，则下列说法错误的是（　　）

A．$3m+n=-1$

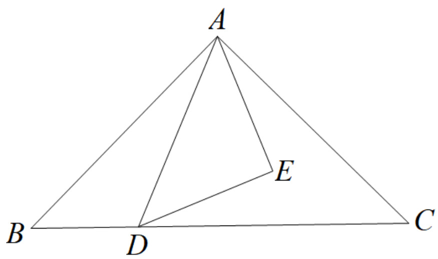
B．点 P 的纵坐标为 -2

C．关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ mx-y=-n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

D．当 $m>0$ 时，$-x+1>mx+n$ 的解集为 $x<3$

8. 如图，在等腰 Rt△ ABC 中，$AB=AC$，D 是 BC 上一动点，以 AD 为底，在 AD 的右侧作等腰 Rt△ ADE，若 $AB=6$，则 CE 的最小值为（　　）

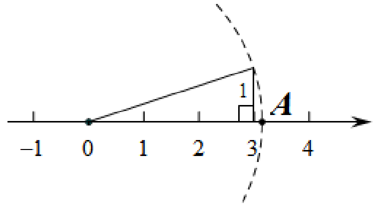
A．4　　　　B．3　　　　C．2　　　　D．1



二、填空题（共 8 道小题，每题 2 分，共 16 分）

9. 函数 $y=\sqrt{x-7}$ 的自变量 x 的取值范围是________.

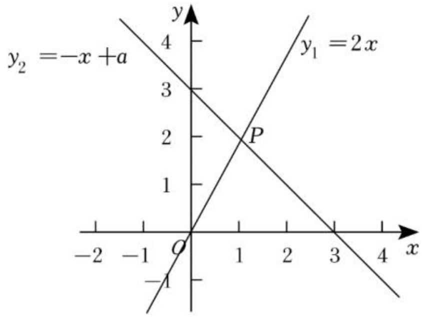
10. 如图，在数轴上点 A 表示的实数是________.



11. 已知菱形 $ABCD$ 的两条对角线 AC，BD 交于点 O，若 AC=5，BD=4，则菱形 $ABCD$ 的面积为________.

12. 已知一次函数 $y=(k+2)x+b$（k，b 是常数）的图象上有两点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，若当 $x_1<x_2$ 时，$y_1>y_2$，则 k 的取值范围是________.

13. 如右图，直线 $y_1=2x$ 与 $y_2=-x+a$ 交于点 $P(1,2)$，则不等式 $2x\le -x+a$ 的解集为________.



14. 如图 1，在△ABC 中，$AB>AC$，D 是边 BC 上的动点. 设 B，D 两点之间的距离为 x，A，D 两点之间的距离为 y，表示 y 与 x 的函数关系的图象如图 2 所示. 线段 AC 的长为________，线段 AB 的长为________.

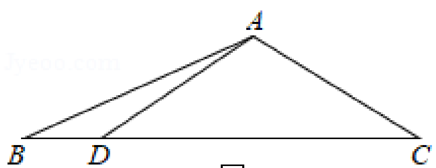


图1

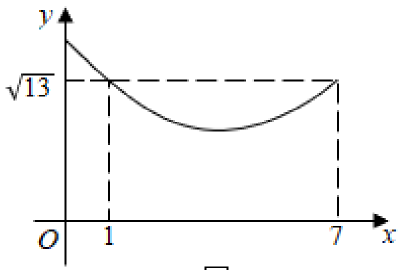
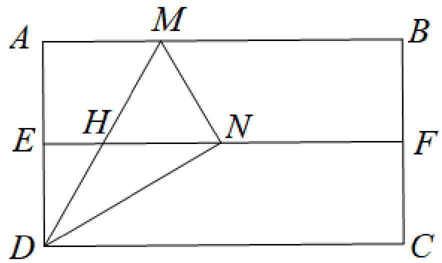


图2

15. 将矩形 $ABCD$ 对折使 AB 与 DC 重合，得到折痕 EF，再次折叠，使点 A 落在折痕 EF 上，并使折痕经过点 D，得到折痕 DM 和线段 DN，记 DM 与 EF 的交点为 H. 若 $AD=2\sqrt{3}$，则 HN=________.



16. 如图，在正方形 $ABCD$ 外取一点 E，连接 AE，BE，DE，过点 A 作 AE 的垂线交 BE 于 P. 若 $AE=AP=1$，$DP=2\sqrt{2}$，则下列结论：

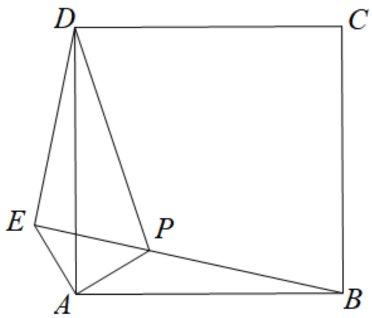
①$DE\perp BE$；

②点 D 到直线 AE 的距离为 $\sqrt{2}$；

③$S_{\triangle APD}+S_{\triangle APB}=\sqrt{3}+1$；

④正方形 $ABCD$ 的面积为 $7+2\sqrt{3}$；

以上结论中，正确的序号是________.



三、解答题（共 10 道小题，第 17，18，20 题每题 5 分，第 19，21，22，24 题每题 6 分，第 23，25，26 题每题 7 分，共 60 分）

17. 计算：$3\sqrt{\dfrac{1}{3}}+\sqrt{27}-\sqrt{2}\times\sqrt{18}$.

18. 计算：$\left(2\sqrt{5}+4\right)\left(2\sqrt{5}-4\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)^2$.

19. 下面是小聪同学设计的“利用等腰三角形作菱形”的作图过程.

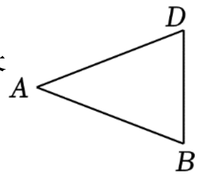
已知：等腰△*ABD*，*AB*＝*AD*.

求作：点 *C*，使得四边形 *ABCD* 为菱形.

作法：①作∠*BAD* 的角平分线 *AO*，交线段 *BD* 于点 *O*；

②以点 *O* 为圆心，线段 *AO* 长为半径作弧，交线段 *AO* 的延长线于点 *C*；

③连接 *BC*，*DC*，所以四边形 *ABCD* 为菱形，点 *C* 即为所求.



根据小聪同学设计的作图过程，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵*AB*＝*AD*，*AO* 平分∠*BAD*，

∴*BO*＝*DO*，*AO*⊥*BD*（______________________________）.（填推理的依据）

∵*BO*＝*DO*，*AO*＝*CO*，

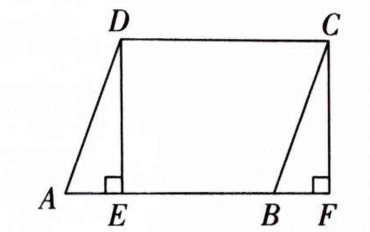
∴四边形 *ABCD* 为平行四边形（_______________________）.（填推理的依据）

∵*AC*⊥*BD*，

∴四边形 *ABCD* 为菱形（______________________________）.（填推理的依据）

20. 如图，在平行四边形 *ABCD* 中，*DE*⊥*AB*，点 *F* 在 *AB* 的延长线上，且 *CF*⊥*AB*.

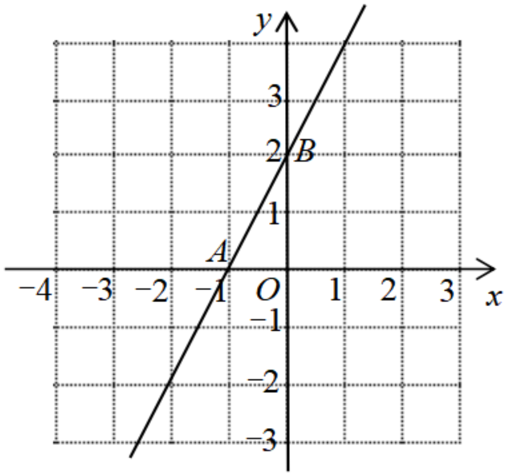
求证：四边形 *CDEF* 为矩形.



21. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,0)$ 和 $B(0,2)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）若点 C 是 x 轴上一点，且 $\triangle ABC$ 的面积为 3，求点 C 的坐标.

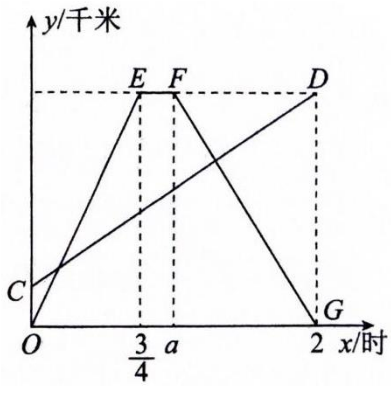


22. 一辆电动车从 A 地出发沿一条笔直的公路匀速驶向 B 地，$\frac{1}{4}$ 小时后，一辆货车从 A 地出发，沿同一路线每小时行驶 72 千米匀速驶向 B 地，货车到达 B 地装填货物耗时 15 分钟，然后立即按原路返回 A 地. 电动车、货车离 A 地的距离 y（千米）与货车出发的时间 x（时）之间的函数关系如图所示，请结合图象解答下列问题：

（1）A，B 两地之间的距离是__________千米，$a=$__________；

（2）直接写出线段 FG 的解析式，并指出自变量 x 的取值范围；

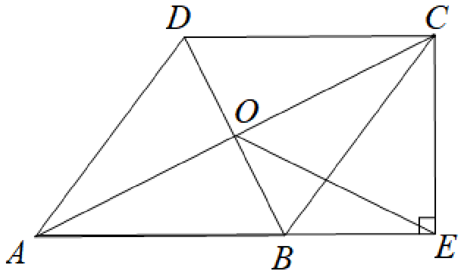
（3）求电动车与货车第二次相遇的时间.



23. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB // DC$，$AB=AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

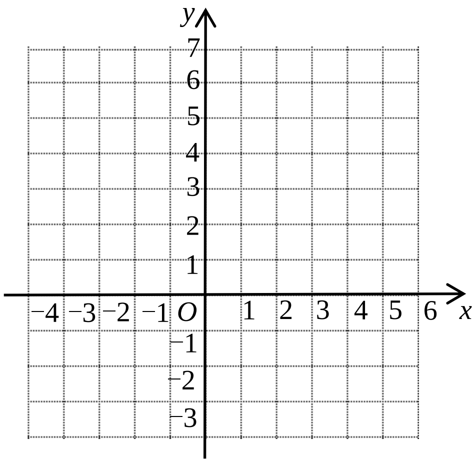
（2）若 $AB = 2\sqrt{5}$， $BD = 4$，求 OE 的长.



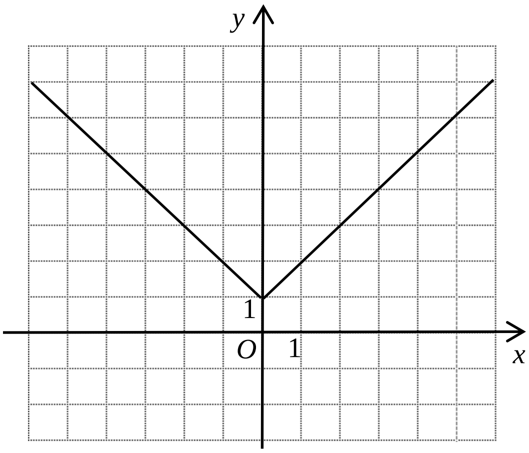
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + 6$ 与直线 $y = x - 3$ 交于点 $A(\frac{9}{4}, m)$.

（1）求 k，m 的值；

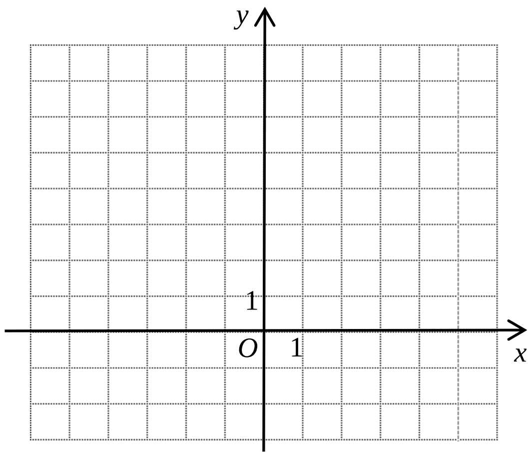
（2）已知点 $P(n，n)$，过点 P 作垂直于 y 轴的直线与直线 $y = x - 3$ 交于点 M，过点 P 作垂直于 x 轴的直线与直线 $y = kx + 6$ 交于点 N（P 与 N 不重合）. 若 $PN \le 2PM$，结合图象，求 n 的取值范围.



25. 把一次函数 $y=kx+b$（k、b 为常数，$k\neq 0$）在 y 轴右侧的图象沿 y 轴向左翻折，与原来在 y 轴及右侧的图象组合，得到一个新的函数图象，这个新函数的解析式为 $y=k|x|+b$（k、b 为常数，$k\neq 0$）. 例如：$y=|x|+1$ 的图象如图①所示.



图①



图②

（1）请在图②中画出函数 $y=2|x|+1$ 的图象，并直接写出该图象与 y 轴交点 A 的坐标__________；

（2）若函数 $y=-|x|+4$ 的图象与 y 轴交于点 C，与函数 $y=2|x|+1$ 的图象交于 B，D 两点（点 B 在点 D 的右侧），求四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）已知函数 $y_1=k|x|-3k+1(k\neq 0)$ 与函数 $y_2=kx-2(k\neq 0)$，若对于 $x>-2$，都有 $y_1>y_2$，直接写出 k 的取值范围.

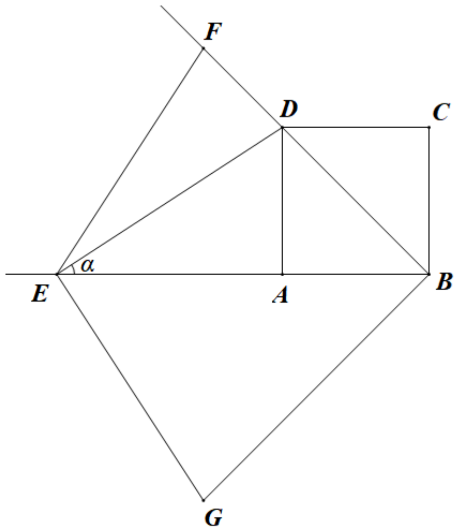
26. 如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是直线 AB 上一点，点 F 是直线 BD 上一点（F 与 D 不重合），$EF=ED$，作点 F 关于直线 AB 的对称点 G，连接 EG，BG.

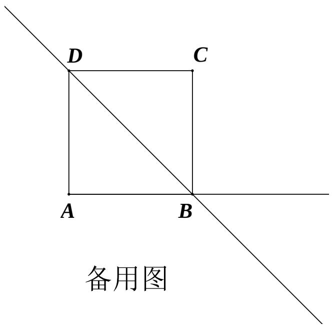
（1）如图，点 E 在线段 BA 的延长线上，点 F 在线段 BD 的延长线上，

①记$\angle DEA=\alpha$，求$\angle BEG$ 的度数（用含α的式子表示）；

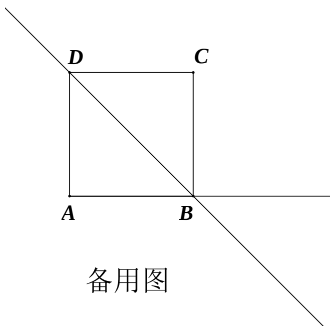
②用等式表示 BE，BD，BG 之间的数量关系，并证明；

（2）当点 E 在射线 AB 上，点 F 在直线 BD 上时，直接用等式表示 BE，BD，BG 之间的数量关系.





备用图



备用图

B 卷

四、解答题（第 27 题 5 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分，共 20 分）

27. 先观察下列等式，再回答问题：

①$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$;

②$\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=1\frac{1}{6}$;

③$\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=1\frac{1}{12}$.

（1）根据上面三个等式提供的信息，请你猜想 $\sqrt{1+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}}=$____________;

（2）请按照上面各等式反映的规律，直接写出用含 n（n 为自然数且 $n\geq 1$）的式子表示的等式：____________________________;

（3）对任意实数 a，$[a]$表示不超过 a 的最大整数，例如$[4]=4$，$[\sqrt{3}]=1$，

求：$\left[\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}\right]$的值.

28. 在查阅勾股定理证明方法的过程中，小明看到一种利用“等积变形——同底等高的两个平行四边形的面积相等”证明勾股定理的方法，并尝试按自己的理解将这种方法介绍给同学.

（1）根据信息将以下小明的证明思路补充完整：

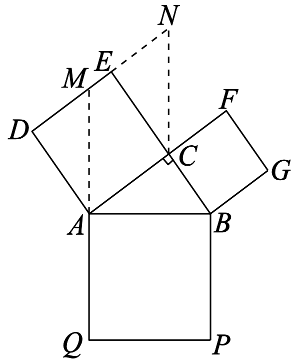


图 1

①如图 1，在△ ABC 中，$\angle ACB=90°$，四边形 $ADEC$，四边形 $BCFG$，四边形 $ABPQ$ 都是正方形．延长 QA 交 DE 于点 M，过点 C 作 $CN\parallel AM$ 交 DE 的延长线于点 N，可得四边形 $AMNC$ 的形状是__________；

②在图 1 中利用“等积变形”可得 $S_{\text{正方形}ADEC}=$__________；

③如图 2，将图 1 中的四边形 $AMNC$ 沿直线 MQ 向下平移 MA 的长度，得到四边形 $A'M'N'C'$，即四边形 $QACC'$；

④设 CC' 交 AB 于点 T，延长 CC' 交 QP 于点 H，在图 2 中再次利用“等积变形”可得 $S_{\text{四边形}QACC'}=$__________，则有 $S_{\text{正方形}ADEC}=$__________；

⑤同理可证 $S_{\text{正方形}BCFG}=S_{\text{四边形}HTBP}$，因此得到 $S_{\text{正方形}ADEC}+S_{\text{正方形}BCFG}=S_{\text{正方形}ABPQ}$，进而证明了勾股定理.

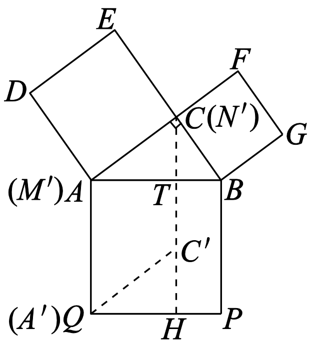


图 2

（2）小芳阅读完小明的证明思路后，对其中的第③步提出了疑问，请将以下小明对小芳的说明补充完整：

图 1 中△______≌△______，则有______$=AB=AQ$，由于平行四边形的对边相等，从而四边形 $AMNC$ 沿直线 MQ 向下平移 MA 的长度，得到四边形 $QACC'$.

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于正方形 $ABCD$ 和它边上的动点 P，以 OP 为斜边作等腰 Rt△OPQ 且 O，P，Q 三点按顺时针排列，则称点 Q 是点 P 关于正方形 $ABCD$ 的“相关点”．

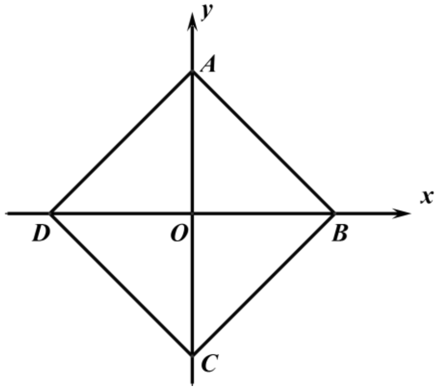
已知 $A(0,a)$， $B(a,0)$， $C(0,-a)$， $D(-a,0)$，这里 $a>0$．

（1）如图 1，若 $a=4$，当点 P 在正方形的边 AB 上运动时，设点 P 关于正方形 $ABCD$ 的“相关点”为点 Q.

①若点 Q 恰好也在正方形 $ABCD$ 的边上，这样的点 P 的个数是__________；

A. 0 个　　　B. 1 个　　　C. 2 个　　　D. 4 个

②设点 P 的横坐标为 p，求点 Q 的坐标；



（2）当$1\le a\le 5$时，对于正方形 $ABCD$ 和它边上的动点 P，则所有点 P 关于正方形 $ABCD$ 的“相关点”组成图形的面积为__________；

（3）如图 2， $E(-\frac{1}{2},1-a)$， $F(1,3-a)$，当点 P 在正方形的四条边上运动时，若线段 EF 上有且只有一个 P 关于正方形 $ABCD$ 的“相关点”，直接写出 a 的取值范围.