

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 在下列几何体中,俯视图是矩形的几何体是 **B**



A



B



C



D

2. 2024 年 2 月 29 日,在国家统计局发布的《中华人民共和国 2023 年国民经济和社会发展统计公报》中,2023 年全年完成造林面积 400 万公顷,其中人工造林面积 133 万公顷.将数字 1 330 000 用科学记数法表示应为 **C**

A. 1.33×10^7

B. 13.3×10^5

C. 1.33×10^6

D. 0.13×10^7

3. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(0,2), B(-1,0), C(2,0)$ 为 $\square ABCD$ 的顶点,则顶点 D 的坐标为 **C**

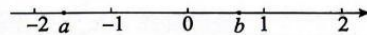
A. $(-3,2)$

B. $(2,2)$

C. $(3,2)$

D. $(2,3)$

4. 若实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,在下列结论中,正确的是 **B**



A. $|a| < |b|$

B. $a+1 < b+1$

C. $a^2 < b^2$

D. $a > -b$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $P(1,2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象上.下列各点中,在该反比例函数图象上的是 **C**

A. $(-2,0)$

B. $(-1,2)$

C. $(-1,-2)$

D. $(1,-2)$

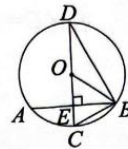
6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, CD 是 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$ 于点 E . 在下列结论中,不一定成立的是 **D**

A. $AE = BE$

B. $\angle CBD = 90^\circ$

C. $\angle COB = 2\angle D$

D. $\angle COB = \angle C$



7. 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球,把它们分别标号为 1, 2, 3. 随机摸出一个小球后放回,摇匀后再随机摸出一个小球,两次摸出的小球标号相同的概率为 **B**

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{9}$

8. 2024 年 1 月 23 日,国内在建规模最大塔式光热项目——甘肃省阿克塞汇东新能源“光热+光伏”试点项目,一万多面定日镜(如图 1)全部安装完成.该项目建成后,年发电量将达 17 亿千瓦时.该项目采用塔式聚光热技术,使用国内首创的五边形巨蜥式定日镜,单块定日镜(如图 2)的形状可近似看作正五边形,面积约为 48 m^2 ,则该正五边形的边长大约是 **A**

(结果保留一位小数,参考数据: $\tan 36^\circ \approx 0.7, \tan 54^\circ \approx 1.4, \sqrt{42} \approx 6.5, \sqrt{21} \approx 4.6$)



图 1



图 2

A. 5.2 m

B. 4.8 m

C. 3.7 m

D. 2.6 m

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

10. 因式分解: $2xy^2 - 18x = 2x(y+3)(y-3)$

11. 方程 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-3}$ 的解为 $x=9$.

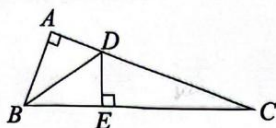
12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根,则实数 m 的取值范围是 $m < 1$.

13. 为了解某校初三年级 500 名学生每周在校的体育锻炼时间(单位:小时),随机抽取了 50 名学生进行调查,结果如下表所示:

锻炼时间 x	$5 \leq x < 6$	$6 \leq x < 7$	$7 \leq x < 8$	$x \geq 8$
学生人数	10	16	19	5

以此估计该校初三年级 500 名学生一周在校的体育锻炼时间不低于 7 小时的约有 240 人.

14. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $DE \perp BC$ 于点 E , 且 $DE = DA$, 连接 DB . 若 $\angle C = 20^\circ$, 则 $\angle DBE$ 的度数为 35 $^\circ$.



15. 阅读材料:

如图,已知直线 l 及直线 l 外一点 P .

按如下步骤作图:

①在直线 l 上任取两点 A, B , 作射线 AP , 以点 P 为圆心, PA 长为半径画弧, 交射线 AP 于点 C ;

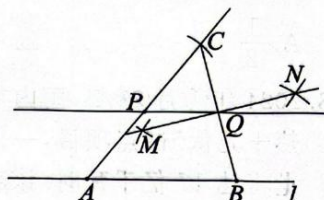
②连接 BC , 分别以点 B, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧, 两弧分别交于点 M, N , 作直线 MN , 交 BC 于点 Q ;

③作直线 PQ .

回答问题:


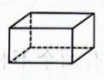
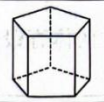

(1)由步骤②得到的直线 MN 是线段 BC 的 中垂线;

(2)若 $\triangle CPQ$ 与 $\triangle CAB$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 则 $S_1 : S_2 = 1 : 4$.



16. 简单多面体的顶点数(V)、面数(F)、棱数(E)之间存在一定的数量关系,称为欧拉公式.

(1) 四种简单多面体的顶点数、面数、棱数如下表:

名称	图形	顶点数(V)	面数(F)	棱数(E)
三棱锥		4	4	6
长方体		8	6	12
五棱柱		10	7	15
正八面体		6	8	12

在简单多面体中, V, F, E 之间的数量关系是 $V+F-E=2$

(2) 数学节期间,老师布置了让同学们自制手工艺品进行展示的任务,小张同学计划做一个如图所示的简单多面体作品.该多面体满足以下两个条件:①每个面的形状是正三角形或正五边形;②每条棱都是正三角形和正五边形的公共边.

小张同学需要准备正三角形和正五边形的材料共 32 个.



17. 计算: $\sqrt{48} - 2\cos 30^\circ + (\pi - 1)^0 - |-2|$.

解: 原式 = $4\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 2$
 $= 3\sqrt{3} - 1$

18. 解不等式组: $\begin{cases} x+2 < 6, & \text{①} \\ \frac{5x+1}{3} - 1 \geq \frac{x-6}{2}. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①得: $x < 4$

解不等式②得: $\frac{5x+1-3}{3} \geq \frac{x-6}{2}$

$10x - 4 \geq 3x - 18$

$7x \geq -14$

$x \geq -2$

综上: $-2 \leq x < 4$

19. 已知 $2x - y - 9 = 0$, 求代数式 $\frac{6x - 3y}{4x^2 - 4xy + y^2}$ 的值.

解: 原式 = $\frac{3(2x - y)}{(2x - y)^2} = \frac{3}{2x - y}$. $\because 2x - y - 9 = 0$
 $\therefore 2x - y = 9$
 \therefore 原式 = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

20. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形. 延长 BA 到点 E , 使得 $AE = AB$, 延长 DA 到点 F , 使得 $AF = AD$, 连接 BD, DE, EF, FB .

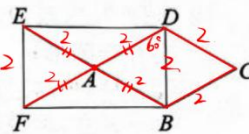
(1) 求证: 四边形 $BDEF$ 是矩形;

(2) 若 $\angle ADC = 120^\circ, EF = 2$, 求 BF 的长.

(1) 证明: 在菱形 $ABCD$ 中
 $AD = AB$.
 $\because AE = AB, AF = AD$
 $\therefore AE = AB = AF = AD$
 \therefore 四边形 $BDEF$ 是矩形

(2) $\because \angle ADC = 120^\circ$
 $\therefore \angle ADB = \angle CDB = 60^\circ$
 又 $AD = AB$
 $\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形
 $\therefore EF = BD = AD = AB = 2$

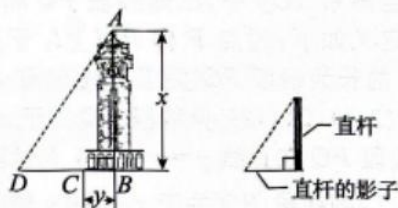
$\therefore DF = 4$
 $BF = \sqrt{DF^2 - BD^2}$
 $= \sqrt{16 - 4}$
 $= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$



21. 每当优美的“东方红”乐曲从北京站的钟楼响起时, 会唤起很多人的回忆, 也引起了同学们的关注. 某数学兴趣小组测量北京站钟楼 AB 的高度, 同学们在钟楼下有建筑物遮挡, 不能直接到达钟楼底部点 B 的位置, 被遮挡部分的水平距离为 BC 的长度. 通过对示意图的分析讨论, 制定了多种测量方案, 其中一种方案的测量工具是皮尺和一根直杆. 同学们在某两天的正午时刻测量了钟楼顶端 A 的影子 D 到点 C 的距离, 以及同一时刻直杆的高度与影长. 设 AB 的长为 x 米, BC 的长为 y 米.



北京站钟楼



钟楼、直杆及影长示意图

测量数据(精确到 0.1 米)如表所示:

	直杆高度	直杆影长	CD 的长
第一次	1.0	0.6	15.8
第二次	1.0	0.7	20.1

(1) 由第一次测量数据列出关于 x, y 的方程是 $y = 0.6x - 15.8$

由第二次测量数据列出关于 x, y 的方程是 $y = 0.7x - 20.1$

(2) 该小组通过解上述方程组成的方程组, 已经求得 $y = 10$, 则钟楼的高度约为

43 米.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象由函数 $y=\frac{1}{3}x$ 的图象平移得到, 且经过点 $A(3,2)$, 与 x 轴交于点 B .

(1) 求这个一次函数的解析式及点 B 的坐标; $y=\frac{1}{3}x+1, B(-3,0)$

(2) 当 $x > -3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=x+m$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围. $m > 3$

23. 某校初三年级两个班要举行韵律操比赛. 两个班各选择 8 名选手, 统计了他们的身高(单位: cm), 数据整理如下:

a. 1 班 168 171 172 174 174 176 177 179

2 班 168 170 171 174 176 176 178 183

b. 每班 8 名选手身高的平均数、中位数、众数如下:

班级	平均数	中位数	众数
1 班	173.875	174	174
2 班	174.5	175	176

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 写出表中 m, n 的值;

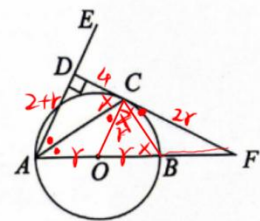
(2) 如果某班选手的身高的方差越小, 则认为该班选手的身高比较整齐. 据此推断: 在 1 班和 2 班的选手中, 身高比较整齐的是 1 班(填“1”或“2”);

(3) 1 班的 6 位首发选手的身高分别为 171, 172, 174, 174, 176, 177. 如果 2 班已经选出 5 位首发选手, 身高分别为 171, 174, 176, 176, 178, 要使得 2 班 6 位首发选手的平均身高不低于 1 班 6 位首发选手的平均身高, 且方差尽可能小, 则第六位选手的身高是 170 cm.

24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle EAC = \angle CAB$, 直线 $CD \perp AE$ 于点 D , 交 AB 的延长线于点 F .

(1) 求证: 直线 CD 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 $\tan F = \frac{1}{2}, CD = 4$ 时, 求 BF 的长.



(1) 证明: 连接 OC

则 $\angle OCA = \angle OAC = \angle EAC$.

$\because CD \perp AE$.

$\therefore \angle EAC + \angle DCA = 90^\circ$

$\therefore \angle OCA + \angle DCA = 90^\circ$

即 $OC \perp DF$

$\because OC$ 为 $\odot O$ 的半径

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r

$\tan F = \frac{1}{2} = \frac{OC}{CF} = \frac{AD}{DF}$

$\therefore CF = 2r$.

$AD = \frac{1}{2}(4+2r) = 2+r$

$\because \angle ADC = \angle OCF = 90^\circ$

$\therefore OF = \sqrt{OC^2 + CF^2} = \sqrt{5}r$

$\therefore AF = \sqrt{5}r + r$

又 $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2}$
 $= \sqrt{5}(2+r)$

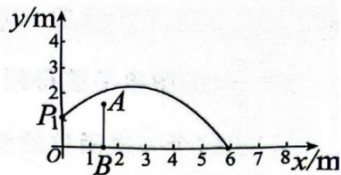
$\therefore \sqrt{5}r + r = 2\sqrt{5} + \sqrt{5}r$

解得 $r = 2\sqrt{5}$

$\therefore OF = \sqrt{5}r = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 10$

$\therefore BF = OF - OB = 10 - 2\sqrt{5}$

25. 小明是一位羽毛球爱好者,在一次单打训练中,小明对“挑球”这种击球方式进行路线分析,球被击出后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分.建立如图所示的平面直角坐标系 xOy ,击球点 P 到球网 AB 的水平距离 $OB=1.5$ m.



小明在同一击球点练习两次,球均过网,且落在界内.

第一次练习时,小明击出的羽毛球的飞行高度 y (单位:m)与水平距离 x (单位:m)近似满足函数关系 $y=-0.2(x-2.5)^2+2.35$.

第二次练习时,小明击出的羽毛球的飞行高度 y (单位:m)与水平距离 x (单位:m)的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4
飞行高度 y/m	1.1	1.6	1.9	2	1.9

根据上述信息,回答下列问题:

(1)直接写出击球点的高度; 1.1 m

(2)求小明第二次练习时,羽毛球的飞行高度 y 与水平距离 x 满足的函数关系式;

(3)设第一次、第二次练习时,羽毛球落地点与球网的距离分别为 d_1, d_2 , 则 $d_1 < d_2$ (填“>”,“<”或“=”).

解: (2)由题,得最高点为 $(3, 2)$

设函数关系式为 $y=a(x-3)^2+2$.

将 $(0, 1.1)$ 代入,得 $9a+2=1.1$

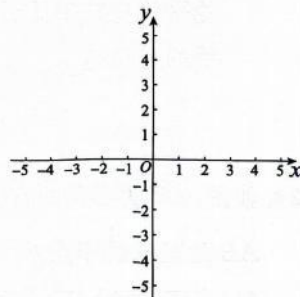
$\therefore a=-0.1$

\therefore 函数关系式为 $y=-0.1(x-3)^2+2$

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+1 (a>0)$ 上任意两点,设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

(1)若点 $(2, 1)$ 在该抛物线上,求 t 的值;

(2)当 $t \leq 0$ 时,对于 $x_2 > 2$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 x_1 的取值范围.



27. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 点 D, E 是 BC 边上的点, $DE=\frac{1}{2}BC$, 连接 AD . 过点 D 作 AD 的垂线, 过点 E 作 BC 的垂线, 两垂线交于点 F . 连接 AF 交 BC 于点 G .

(1) 如图 1, 当点 D 与点 B 重合时, 直接写出 $\angle DAF$ 与 $\angle BAC$ 之间的数量关系;

(2) 如图 2, 当点 D 与点 B 不重合(点 D 在点 E 的左侧)时,

① 补全图形;

② $\angle DAF$ 与 $\angle BAC$ 在(1)中的数量关系是否仍然成立? 若成立, 加以证明; 若不成立, 请说明理由.

(3) 在(2)的条件下, 直接用等式表示线段 BD, DG, CG 之间的数量关系.

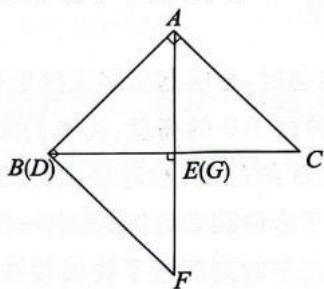


图 1

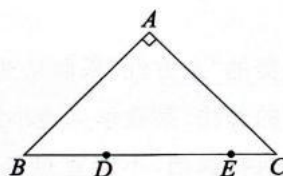


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知线段 PQ 和直线 l_1, l_2 , 线段 PQ 关于直线 l_1, l_2 的“垂点距离”定义如下: 过点 P 作 $PM \perp l_1$ 于点 M , 过点 Q 作 $QN \perp l_2$ 于点 N , 连接 MN , 称 MN 的长为线段 PQ 关于直线 l_1 和 l_2 的“垂点距离”, 记作 d .

(1) 已知点 $P(2, 1), Q(1, 2)$, 则线段 PQ 关于 x 轴和 y 轴的“垂点距离” d 为 _____;

(2) 如图 1, 线段 PQ 在直线 $y = -x + 3$ 上运动(点 P 的横坐标大于点 Q 的横坐标),

若 $PQ = \sqrt{2}$, 则线段 PQ 关于 x 轴和 y 轴的“垂点距离” d 的最小值为 _____;

(3) 如图 2, 已知点 $A(0, 2\sqrt{3}), \odot A$ 的半径为 1, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 与 $\odot A$ 交于 P, Q

两点(点 P 的横坐标大于点 Q 的横坐标), 直接写出线段 PQ 关于 x 轴和直线 $y = -\sqrt{3}x$ 的“垂点距离” d 的取值范围.

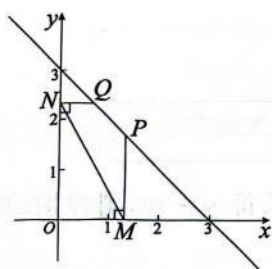


图 1

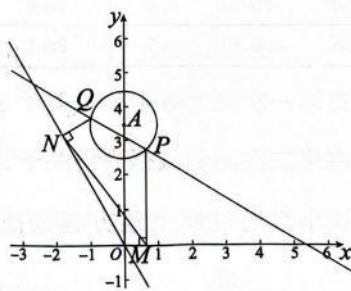


图 2