



北京市朝阳区九年级综合练习（一）

数学试卷

2024. 4

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考生须知	1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。
------	---

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

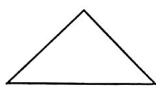
1. 2024 年 1 月 21 日北京市第十六届人民代表大会第二次会议开幕，在政府工作报告中提到，2023 年北京向天津、河北输出技术合同成交额 74 870 000 000 元，将 74 870 000 000 用科学记数法表示应为

(A) 74.87×10^9 (B) 7.487×10^{10} (C) 7.487×10^9 (D) 0.7487×10^{11}

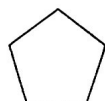
2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是



正三角形
(A)



等腰直角三角形
(B)



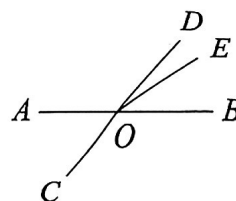
正五边形
(C)



正六边形
(D)

3. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ，若 $\angle AOC = 50^\circ$ ， $\angle DOE = 15^\circ$ ，则 $\angle BOE$ 的度数为

(A) 15°
 (B) 30°
 (C) 35°
 (D) 65°



4. 如果一个几何体的三视图都是矩形，那么这个几何体可能是

(A) 三棱柱 (B) 长方体 (C) 圆柱 (D) 圆锥

5. 若 $a < b$ ，则下列结论正确的是

(A) $-a < -b$ (B) $2a < a + b$
 (C) $1 - a < 1 - b$ (D) $2a + 1 > 2b + 1$

6. 正十边形的内角和为

(A) 144° (B) 360° (C) 1440° (D) 1800°



7. 掷一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，向上一面的点数为 5 的概率是

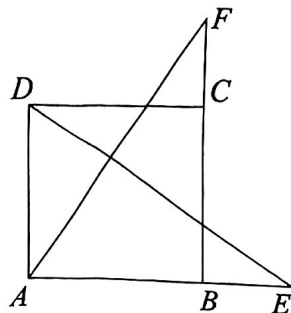
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E, F 分别在 AB, BC 的延长线上，且 $BE=CF$ ，设 $AD=a, AE=b, AF=c$ 。给出下面三个结论：

- ① $a+b > c$ ； ② $2ab < c^2$ ； ③ $\sqrt{a^2+b^2} > 2a$ 。

上述结论中，所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ②③
(C) ①③ (D) ①②③



二、填空题 (共 16 分，每题 2 分)

9. 若式子 $\sqrt{x-14}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____。

10. 分解因式： $3x^2+6xy+3y^2=_____$ 。

11. 方程 $\frac{2}{3x} = \frac{1}{4x-5}$ 的解为_____。

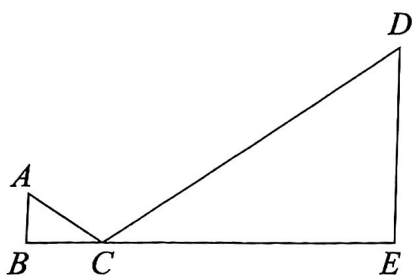
12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+5x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是_____。

13. 某种植户种植了 1 000 棵新品种果树，为了解这 1 000 棵果树的水果产量，随机抽取了 50 棵进行统计，获取了它们的水果产量 (单位：千克)，数据整理如下：

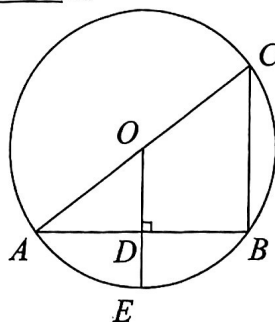
水果产量	$x < 50$	$50 \leq x < 75$	$75 \leq x < 100$	$100 \leq x < 125$	$x \geq 125$
果树棵数	1	15	20	12	2

根据以上数据，估计这 1 000 棵果树中水果产量不低于 75 千克的果树棵数为_____。

14. 在数学活动课上，小南利用镜子、尺子等工具测量学校教学楼高度 (如图所示)，当他刚好在点 C 处的镜子中看到教学楼的顶部 D 时，测得小南的眼睛与地面的距离 $AB=1.6$ m，同时测得 $BC=2.4$ m， $CE=9.6$ m，则教学楼高度 $DE=_____$ m。



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $OE \perp AB$ 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 E ，若 $AB=8, DE=2$ ，则 BC 的长为_____。



16. 甲、乙两位同学合作为班级联欢会制作 A、B、C、D 四个游戏道具，每个道具的制作都需要拼装和上色两道工序，先由甲同学进行拼装，拼装完成后再由乙同学上色。两位同学完成每个道具各自的工序需要的时间（单位：分钟）如下表所示：

	A	B	C	D
甲	9	5	6	8
乙	7	7	9	3

- (1) 如果按照 A → B → C → D 的顺序制作，两位同学合作完成这四个道具的总时长最少为 _____ 分钟；
- (2) 两位同学想用最短的时间完成这四个道具的制作，他们制作的顺序应该是 _____。

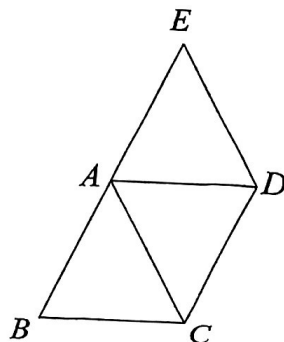
三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $\sqrt{8} + |1 - \sqrt{2}| + (2 - \pi)^0 - 2\sin 45^\circ$ 。

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x - 4 < 3(x - 1), \\ x - 3 < \frac{x - 4}{2}. \end{cases}$$

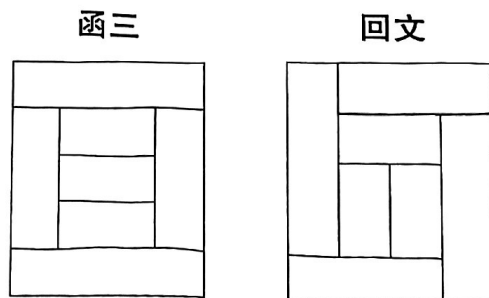
19. 已知 $x + 2y + 2 = 0$ ，求代数式 $(x - \frac{4y^2}{x}) \cdot \frac{2x}{x - 2y}$ 的值。

20. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = AC$ ，过点 D 作 AC 的平行线与 BA 的延长线相交于点 E 。



- (1) 求证：四边形 $ACDE$ 是菱形；
- (2) 连接 CE ，若 $AB = 5$ ， $\tan B = 2$ ，求 CE 的长。

21. 燕几（即宴几）是世界上最早的一套组合桌，设计者是北宋进士黄伯思。全套燕几一共有七张桌子，每张桌子高度相同。其桌面共有三种尺寸，包括 2 张长桌、2 张中桌和 3 张小桌，它们的宽都相同。七张桌面可以拼成一个大的长方形，或者分开组合成不同的图形，其方式丰富多样，燕几也被认为是现代七巧板的前身。右图给出了《燕几图》中列出的名称为“函三”和“回文”的两种桌面拼合方式。若全套七张桌子桌面的总面积为 61.25 平方尺，则长桌的长为多少尺？





22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的图象和反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象都经过点 $A(2, 4)$.

(1) 求该正比例函数和反比例函数的解析式;

(2) 当 $x > 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx + n (m \neq 0)$ 的值都大于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

23. 某广场用月季花树做景观造型, 先后种植了两批各 12 棵, 测量并获取了所有花树的高度 (单位: cm), 数据整理如下:

a. 两批月季花树高度的频数:

	131	135	136	140	144	148	149
第一批	1	3	0	4	2	2	0
第二批	0	1	2	3	5	0	1

b. 两批月季花树高度的平均数、中位数、众数 (结果保留整数):

	平均数	中位数	众数
第一批	140	140	n
第二批	141	m	144

(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 在这两批花树中, 高度的整齐度更好的是 _____ (填“第一批”或“第二批”);

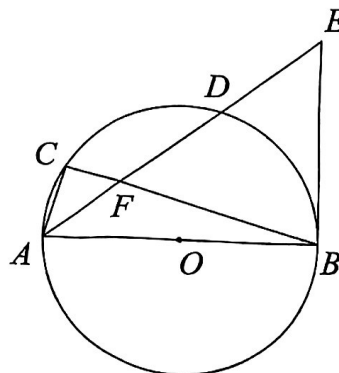
(3) 根据造型的需要, 这两批花树各选用 10 棵, 且使它们高度的平均数尽可能接近.

若第二批去掉了高度为 135 cm 和 149 cm 的两棵花树, 则第一批去掉的两棵花树的高度分别是 _____ cm 和 _____ cm.

24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, D 是 \widehat{BC} 的中点, AD 的延长线与过点 B 的切线交于点 E , AD 与 BC 的交点为 F .

(1) 求证: $BE = BF$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径是 2, $BE = 3$, 求 AF 的长.





25. 某款电热水壶有两种工作模式：煮沸模式和保温模式，在煮沸模式下将水加热至 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 后自动进入保温模式，此时电热水壶开始检测壶中水温，若水温高于 $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，水壶不加热；若水温降至 $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，水壶开始加热，水温达到 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时停止加热……此后一直在保温模式下循环工作. 某数学小组对壶中水量 a (单位: L)，水温 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与时间 t (单位: 分) 进行了观测和记录，以下为该小组记录的部分数据.

表 1 从 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 开始加热至 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，水量与时间对照表

a	0.5	1	1.5	2	2.5	3
t	4.5	8	11.5	15	18.5	22

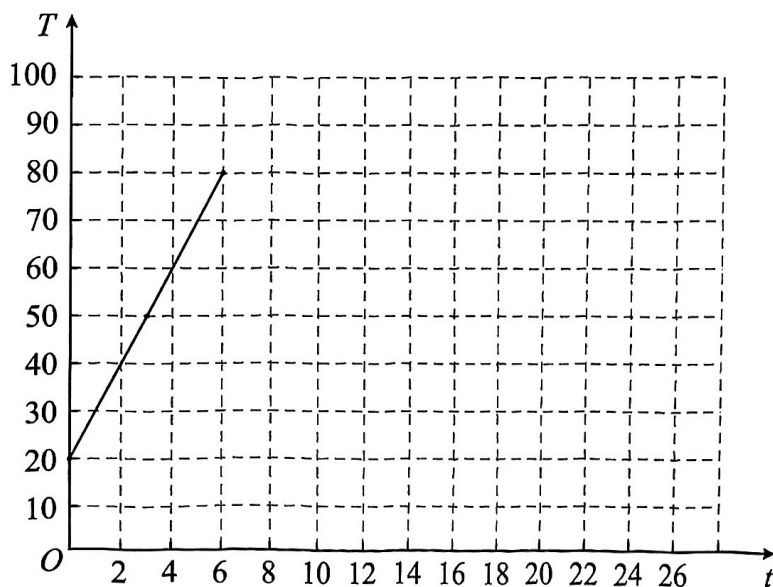
表 2 1 L 水从 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 开始加热，水温与时间对照表

	煮沸模式				保温模式									
t	0	3	6	m	10	12	14	16	18	20	22	24	26	...
T	20	50	80	100	89	80	72	66	60	55	50	55	60	...

对以上实验数据进行分析后，该小组发现，水壶中水量为 1 L 时，无论在煮沸模式还是在保温模式下，只要水壶开始加热，壶中水温 T 就是加热时间 t 的一次函数.

- (1) 写出表中 m 的值；
 (2) 根据表 2 中的数据，补充完成以下内容：

① 在下图中补全水温与时间的函数图象；



② 当 $t=60$ 时， $T=$ _____ ；

- (3) 假设降温过程中，壶中水温与时间的函数关系和水量多少无关. 某天小明距离出门仅有 30 分钟，他往水壶中注入 2.5 L 温度为 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的水，当水加热至 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 后立即关闭电源. 出门前，他_____ (填“能”或“不能”) 喝到低于 $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的水.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上有两点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 它的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 若该抛物线经过点 $(4, 0)$, 求 t 的值;

(2) 当 $0 < x_1 < 1$ 时,

①若 $t > 1$, 则 y_1 _____ 0; (填 “>” “=” 或 “<”)

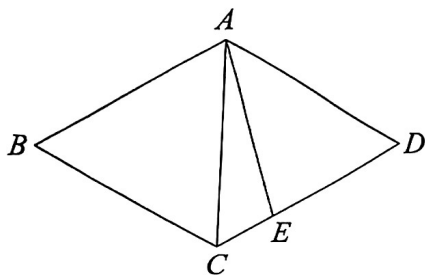
②若对于 $x_1 + x_2 = 2$, 都有 $y_1 y_2 > 0$, 求 t 的取值范围.

27. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, E 是 CD 边上一点 (不与点 C, D 重合). 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AF , 连接 DF , 连接 BF 交 AC 于点 G .

(1) 依据题意, 补全图形;

(2) 求证: $GB = GF$;

(3) 用等式表示线段 BC, CE, BG 之间的数量关系.

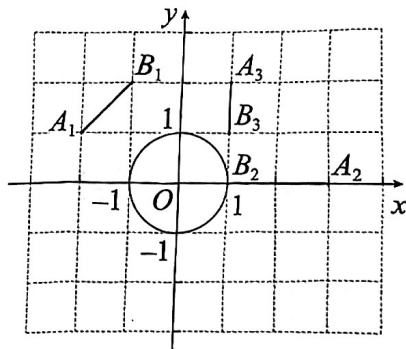


28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1, 对于直线 l 和线段 PQ , 给出如下定义: 若线段 PQ 关于直线 l 的对称图形是 $\odot O$ 的弦 $P'Q'$ (P', Q' 分别为 P, Q 的对应点), 则称线段 PQ 是 $\odot O$ 关于直线 l 的 “对称弦”.

(1) 如图, 点 $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ 的横、纵坐标都是整数. 线段 $A_1 B_1, A_2 B_2, A_3 B_3$ 中, 是 $\odot O$ 关于直线 $y = x + 1$ 的 “对称弦” 的是 _____ ;

(2) CD 是 $\odot O$ 关于直线 $y = kx (k \neq 0)$ 的 “对称弦”, 若点 C 的坐标为 $(-1, 0)$, 且 $CD = 1$, 求点 D 的坐标;

(3) 已知直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 和点 $M(3, 2\sqrt{3})$, 若线段 MN 是 $\odot O$ 关于直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 的 “对称弦”, 且 $MN = 1$, 直接写出 b 的值.





北京市朝阳区九年级综合练习（一）

数学试卷答案及评分参考

2024. 4

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	C	B	B	C	D	A

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

题号	9	10	11	12
答案	$x \geq 14$	$3(x+y)^2$	$x=2$	$m < \frac{25}{4}$
题号	13	14	15	16
答案	680	6.4	6	35; $B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：原式 $= 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4 分
 $= 2\sqrt{2}$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} 2x-4 < 3(x-1), & \text{①} \\ x-3 < \frac{x-4}{2}. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x > -1$ 2 分
 解不等式②，得 $x < 2$ 4 分
 \therefore 原不等式组的解集为 $-1 < x < 2$ 5 分

19. 解： $(x - \frac{4y^2}{x}) \cdot \frac{2x}{x-2y}$
 $= \frac{x^2 - 4y^2}{x} \cdot \frac{2x}{x-2y}$ 1 分
 $= \frac{(x+2y)(x-2y)}{x} \cdot \frac{2x}{x-2y}$ 2 分
 $= 2(x+2y)$ 3 分
 $\therefore x+2y+2=0$,
 $\therefore x+2y=-2$ 4 分
 \therefore 原式 $= -4$ 5 分



20. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AB \parallel CD, AB = CD.$ 1分
 $\because DE \parallel AC,$
 \therefore 四边形 $ACDE$ 是平行四边形. 2分
 $\because AB = AC,$
 $\therefore AC = CD.$
 \therefore 四边形 $ACDE$ 是菱形. 3分

(2) 解: 设 CE 与 AD 相交于点 O .

由 (1) 可知, $AD \perp CE, AD \parallel BC, AB = CD = AE.$

$\therefore \angle BCE = \angle AOE = 90^\circ.$ 4分

\therefore 在 $Rt\triangle BCE$ 中, $\tan B = \frac{CE}{BC} = 2.$

设 $BC = x,$ 则 $CE = 2x.$

$\because AB = 5,$

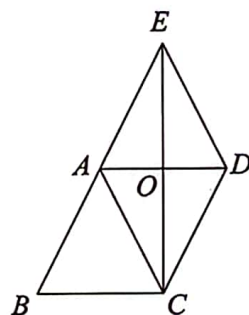
$\therefore BE = 2AB = 10.$

$\because BC^2 + CE^2 = BE^2,$

$\therefore x^2 + (2x)^2 = 10^2.$ 5分

解得 $x_1 = 2\sqrt{5}, x_2 = -2\sqrt{5}$ (舍).

$\therefore CE = 4\sqrt{5}.$ 6分



21. 解: 设每张桌面的宽为 x 尺. 1分

由图形可知, 小桌的长为 $2x$ 尺, 中桌的长为 $3x$ 尺, 长桌的长为 $4x$ 尺. 2分

依题意, 可得 $2 \times 4x^2 + 2 \times 3x^2 + 3 \times 2x^2 = 61.25.$ 3分

解得 $x_1 = \frac{7}{4}, x_2 = -\frac{7}{4}$ (舍). 4分

$\therefore 4x = 7.$ 5分

答: 长桌的长为 7 尺. 6分

22. 解: (1) $\because y = mx$ 的图象经过点 $A(2, 4),$

$\therefore m = 2.$

$\therefore y = 2x.$ 2分

$\because y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(2, 4),$

$\therefore k = 8.$

$\therefore y = \frac{8}{x}.$ 3分

(2) $n \geq -\frac{10}{3}.$ 5分

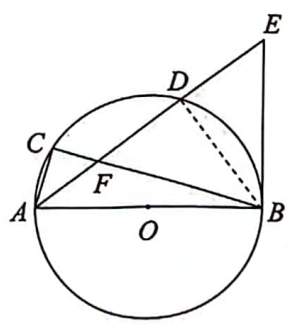


23. 解: (1) $m = 142, n = 140$; 2分
 (2) 第二批; 3分
 (3) 131, 135. 5分

24. (1) 证明: $\because D$ 是 \widehat{BC} 的中点,
 $\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$.
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ 1分
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle C = 90^\circ$ 2分
 $\therefore \angle CAD + \angle AFC = 90^\circ$.
 $\because \angle EFB = \angle AFC$,
 $\therefore \angle CAD + \angle EFB = 90^\circ$.
 $\because BE$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore \angle ABE = 90^\circ$.
 $\therefore \angle BAD + \angle E = 90^\circ$.
 $\therefore \angle EFB = \angle E$.
 $\therefore BE = BF$ 3分

(2) 解: 连接 BD .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$.
 $\therefore \angle EAB + \angle ABD = 90^\circ$.
 $\because \angle EBD + \angle ABD = 90^\circ$.
 $\therefore \angle EAB = \angle EBD$.
 $\because \odot O$ 的半径是 2,
 $\therefore AB = 4$.
 $\because BE = 3$,

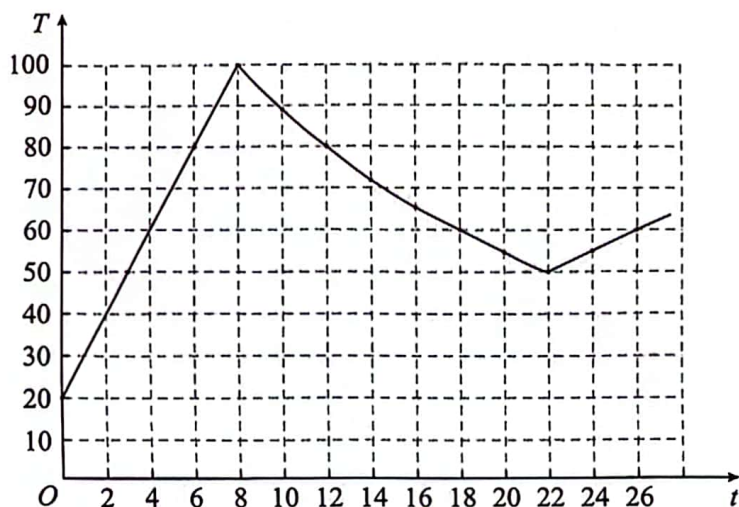


\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = 5$ 4分
 $\therefore \sin \angle EBD = \sin \angle EAB = \frac{BE}{AE} = \frac{3}{5}$.
 $\therefore ED = BE \cdot \sin \angle EBD = \frac{9}{5}$ 5分
 $\because BE = BF, BD \perp EF$,
 $\therefore EF = 2ED = \frac{18}{5}$.
 $\therefore AF = AE - EF = \frac{7}{5}$ 6分



25. 解: (1) 8; 1分

(2) ①补全的函数图象如下:



.....3分

② 60; 4分

(3) 不能. 5分

26. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过点 $(4, 0)$,

$$\therefore 16a + 4b = 0.$$

$$\therefore b = -4a.$$

$$\therefore t = 2. \quad \dots\dots\dots 2分$$

(2) ① $<$; 3分

② $\because a > 0,$

\therefore 当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x \leq t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

$$\because 0 < x_1 < 1, x_1 + x_2 = 2,$$

$$\therefore 1 < x_2 < 2.$$

(i) 当 $t \leq 0$ 时,

$$\because 0 < x_1 < x_2,$$

$$\therefore y_1 > 0, y_2 > 0.$$

\therefore 总有 $y_1 y_2 > 0$, 符合题意.

(ii) 当 $0 < t \leq \frac{1}{2}$ 时,

$$\because 1 < x_2 < 2,$$

$$\therefore x_2 > 2t.$$

$$\therefore y_2 > 0.$$

当 $0 < x_1 < t$ 时, $y_1 < 0$.

$$\therefore y_1 y_2 < 0.$$

\therefore 不符合题意.



(iii) 当 $t > \frac{1}{2}$ 时,

$$\therefore 0 < x_1 < 1,$$

$$\therefore y_1 < 0.$$

要使 $y_1 y_2 > 0$, 只需 $y_2 < 0$.

$$\therefore (0, 0) \text{ 关于 } x=t \text{ 的对称点为 } (2t, 0),$$

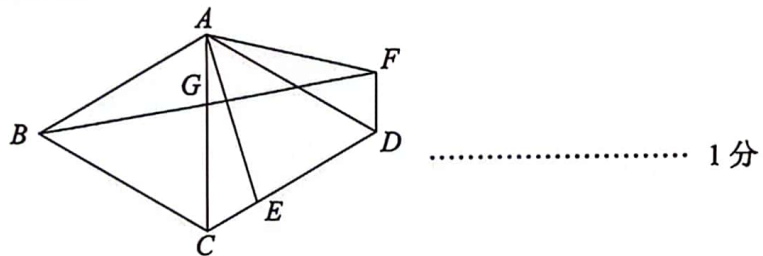
$$\therefore x_2 < 2t.$$

$$\therefore 2t \geq 2.$$

$$\therefore t \geq 1.$$

综上所述, t 的取值范围是 $t \leq 0$ 或 $t \geq 1$ 6分

(1) 依题意补全图形, 如图所示:



(2) 证明: 连接 BD , 与 AC 相交于点 O .

\therefore 线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AF ,

$$\therefore \angle EAF = 60^\circ, AE = AF,$$

\therefore 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ, AD = CD$,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAD = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形.

$$\therefore AC = AD.$$

$$\therefore \angle CAE = \angle DAF. \quad \dots\dots\dots 2分$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ADF. \quad \dots\dots\dots 3分$$

$$\therefore \angle ADF = \angle ACD = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle ADF = \angle CAD.$$

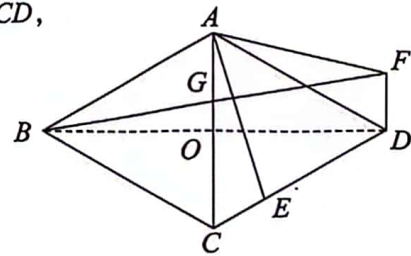
$$\therefore DF \parallel AC. \quad \dots\dots\dots 5分$$

$$\therefore \frac{BG}{GF} = \frac{BO}{OD}.$$

$$\therefore BO = OD,$$

$$\therefore GB = GF. \quad \dots\dots\dots 6分$$

$$(3) 3BC^2 + CE^2 = 4BG^2. \quad \dots\dots\dots 7分$$





28. 解: (1) A_1B_1 ; 1 分

(2) 设点 C, D 关于直线 $y=kx (k \neq 0)$ 的对称点为 C', D' ,

\therefore 直线 $y=kx (k \neq 0)$ 垂直平分 CC', DD' .

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 关于直线 $y=kx (k \neq 0)$ 的“对称弦”,

$\therefore C', D'$ 在 $\odot O$ 上.

\therefore 直线 $y=kx (k \neq 0)$ 经过圆心 O ,

\therefore 点 D 在 $\odot O$ 上. 3 分

$\therefore CD=1$,

$\therefore \triangle OCD$ 是等边三角形.

可求点 D 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 或 $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 5 分

(3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 7 分