北京市西城区九年级统一测试试卷

数学答案及评分参考

2024.4

一、选择题（共16分，每题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	D	A	A	C	B

二、填空题（共16分，每题2分）

9．$x\geqslant 3$　　10．$y(x-6)^2$　　11．$x=-1$　　12．-4

13．$\frac{1}{2}$　　14．25　　15．$\frac{\sqrt{3}}{5}$　　16．1，19

三、解答题（共68分，第17-22题，每题5分，第23-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）

17．解：$\left|-\sqrt{3}\right|-(\frac{1}{5})^{-1}+2\sin 60°-\sqrt{12}$

$=\sqrt{3}-5+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}$ ………………………………… 4分

$=-5$． ………………………………… 5分

18．解：原不等式组为$\begin{cases}2(x+1)<x+5, & ①\\ \frac{x+2}{3}\geqslant\frac{x-1}{2}. & ②\end{cases}$

解不等式①，得$x<3$． ………………………………… 2分

解不等式②，得$x\leqslant 7$． ………………………………… 4分

∴ 原不等式组的解集为$x<3$． ………………………………… 5分

19．解：$(x-2)^2+(x-1)(x+3)$

$=(x^2-4x+4)+(x^2+2x-3)$

$=2x^2-2x+1$． ………………………………… 3分

∵ $x^2-x-4=0$，

∴ $x^2-x=4$．

∴ 原式$=2(x^2-x)+1=9$． ………………………………… 5分

20．（1）证明：如图1．

∵ $AE=AD$，$AF\perp BD$于点F，

∴ $\angle EAG=\angle DAG$，$EF=DF$．

∵ 四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore$ $AD /\!/ BC$.

$\because$ $EG /\!/ BC$,

$\therefore$ $AD /\!/ EG$.

$\therefore$ $\angle AGE=\angle DAG$.

$\therefore$ $\angle EAG=\angle AGE$.

$\therefore$ $AE=EG$.

$\therefore$ $AD=EG$.

$\therefore$ 四边形 $AEGD$ 是平行四边形.

又$\because$ $AE=AD$,

$\therefore$ 四边形 $AEGD$ 是菱形. ……………………………………………………3 分

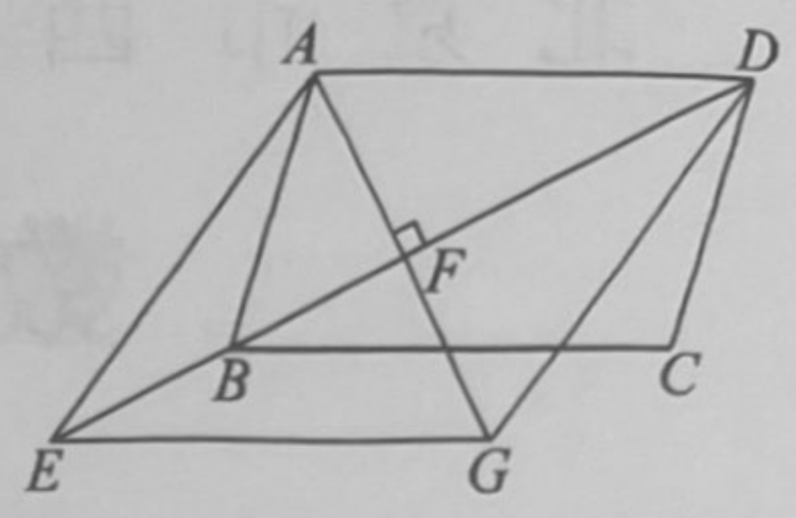

图 1

（2）解：在 Rt$\triangle ABF$ 中，$\angle AFB=90°$，$AF=BF$，$AB=4$,

$\therefore$ $\angle ABF=45°$，$AF = AB\cdot\sin 45° = 2\sqrt{2}$.

在 Rt$\triangle AEF$ 中，$\angle AFE=90°$，$\tan\angle AEF=\frac{1}{2}$，$AF=2\sqrt{2}$，

$\therefore$ $EF=\dfrac{AF}{\tan\angle AEF}=4\sqrt{2}$.

$\because$ 四边形 $AEGD$ 是菱形,

$\therefore$ $AG=2AF=4\sqrt{2}$，$DE=2EF=8\sqrt{2}$.

$\therefore$ $S_{菱形AEGD}=\frac{1}{2}AG\times DE=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 8\sqrt{2}=32$. ……………………5 分

21．解：设购买 x 套围棋，y 套象棋. ……………………………………………………1 分

假设所购买围棋的套数能是所购买象棋套数的 2 倍，

则 $\begin{cases}40x+30y=1000, & ①\\ x=2y. & ②\end{cases}$ ……………………………………………………3 分

解得 $y=\dfrac{100}{11}$. ……………………………………………………4 分

此时 y 不为正整数，不合题意.

答：所购买围棋的套数不能是所购买象棋套数的 2 倍. ……………………………5 分

22．解：（1）$\because$ 函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象经过点 $A(3,5)$，$B(-2,0)$,

$\therefore$ $\begin{cases}3k+b=5,\\ -2k+b=0.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=1,\\ b=2.\end{cases}$

$\therefore$ 该函数的解析式为 $y=x+2$， ……………………………………2 分

点 C 的坐标为 $C(0,2)$. ……………………………………………………3 分

（2）$n\geqslant 10$. ……………………………………………………………5 分

23．解：（1）9.4，10；······························ 2分

（2）①甲；······························ 3分

②9.3，9.6；······························5分

（3）$\dfrac{7600}{9.5\times5}=160$（串）．

答：估计这些山楂共能制作160串糖葫芦．······························6分

24．（1）证明：如图2，连接OC，OC与AF交于点G．

∵ CE与⊙O相切，切点为C，

∴ $CE\perp OC$．······························ 1分

∴ $\angle OCE=90°$．

∵ $AF/\!/CE$，

∴ $\angle OGA=\angle OCE=90°$．

∴ $OC\perp AF$于点G．

∴ $AF=2AG$．

∵ $CD\perp AB$于点H，

∴ $\angle OHC=90°$，$CD=2CH$．

∴ $\angle OGA=\angle OHC$．

又∵ $\angle AOG=\angle COH$，$OA=OC$，

∴ $\triangle OAG\cong\triangle OCH$．

∴ $AG=CH$．

∴ $AF=CD$．······························ 3分

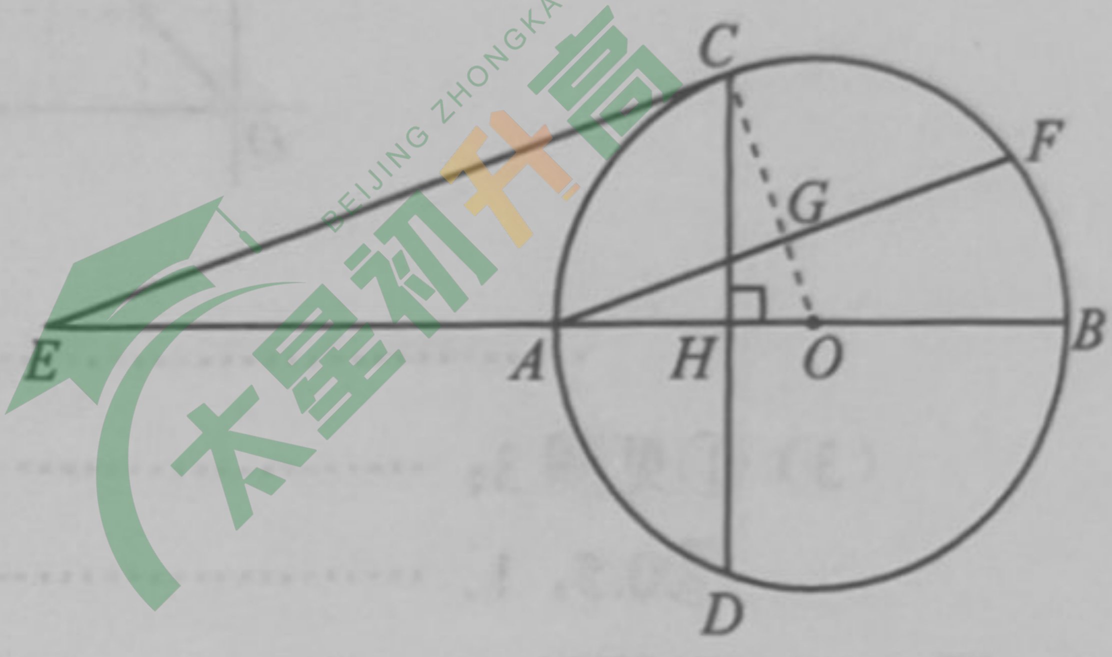

图2

（2）解：∵ ⊙O的半径为6，$AH=2OH$，

∴ $OH=2$，$AH=4$．

在Rt$\triangle OCH$中，$\angle OHC=90°$，$\cos\angle COH=\dfrac{OH}{OC}=\dfrac{1}{3}$．

在Rt$\triangle OCE$中，$\angle OCE=90°$，$\cos\angle COE=\dfrac{1}{3}$，$OC=6$，

∴ $OE=\dfrac{OC}{\cos\angle COE}=18$．

∴ $AE=OE-OA=18-6=12$．······························ 6分

25．解：（1）0.5；…………………………………………………………………………1 分

（2）

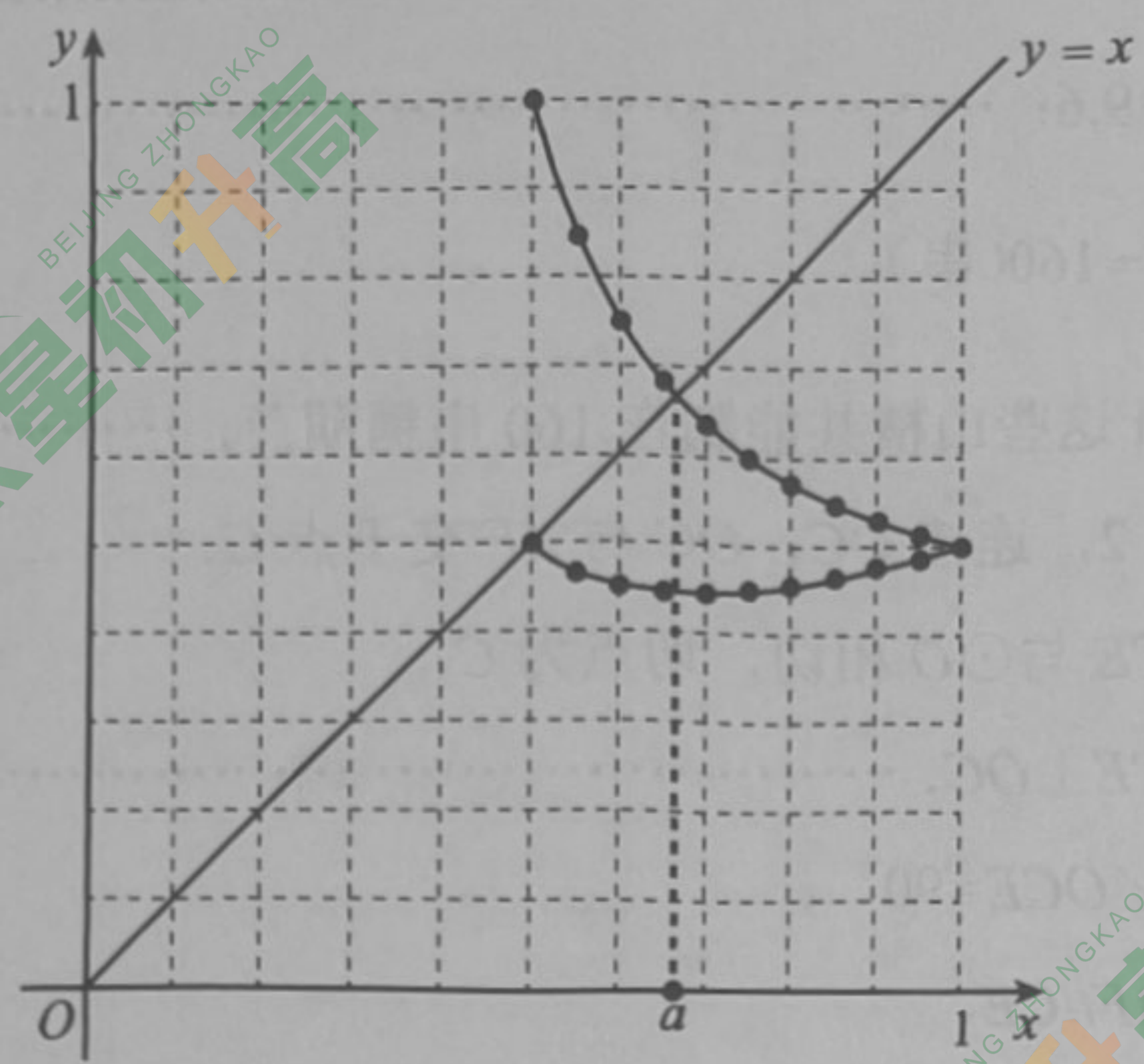

图 3

…………………………………………………………………………………… 3 分

（3）①见图 3；……………………………………………………………………4 分

②0.5，1．……………………………………………………………………6 分

26．解：（1）抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 y 轴的交点的坐标为 $(0,3)$．

∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 过 $A(-2,y_1)$，$y_1=3$，

∴ $A(-2,3)$ 与 $(0,3)$ 关于直线 $x=t$ 对称．

∴ $t=\dfrac{-2+0}{2}=-1$．…………………………………………………… 2 分

（2）∵ $a>0$，

∴ 当 $x\leqslant t$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x\geqslant t$ 时，y 随 x 的增大而增大．

$A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(m,y_3)$．

①当 $t\leqslant -2$ 时，

∵ $t\leqslant -2<2$，

∴ $y_1<y_2$，不合题意．

②当 $-2<t<2$ 时，$A(-2,y_1)$ 关于对称轴 $x=t$ 的对称点为 $A'(2t+2,y_1)$．

∵ 当 $t+1<m<t+2$ 时，都有 $y_1>y_3>y_2$，

∴ $\begin{cases}t+1\geqslant 2,\\ t+2\leqslant 2t+2.\end{cases}$

解得 $t\geqslant 1$．

∴ $1\leqslant t<2$．

③当 $t\geqslant 2$ 时，$A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$ 关于对称轴 $x=t$ 的对称点分别为 $A'(2t+2,y_1)$，$B'(2t-2,y_2)$．

∵ 当 $t+1<m<t+2$ 时，都有 $y_1>y_3>y_2$，

∴ $\begin{cases} t+1 \geq 2t-2, \\ t+2 \leq 2t+2. \end{cases}$

解得 $0 \leqslant t \leqslant 3$.

∴ $2 \leqslant t \leqslant 3$.

综上所述，t 的取值范围是 $1 \leqslant t \leqslant 3$. ………………………………………… 6 分

27. 解：（1）如图 4.

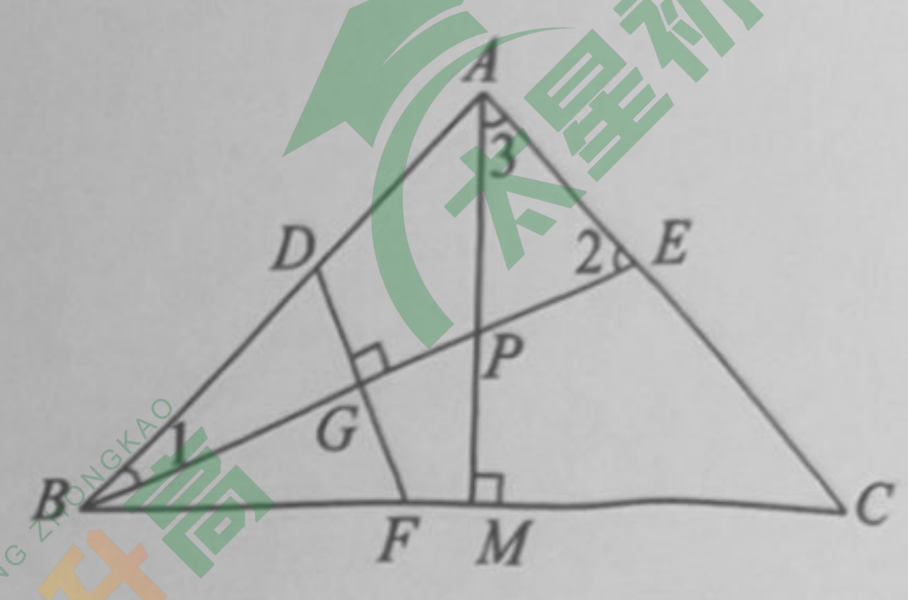

图 4

∵ 在△ABC 中，$\angle ABC=\angle ACB=45°$，

∴ $AB=AC$，$\angle BAC=90°$，$\angle 1+\angle 2=90°$.

∵ $AM \perp BC$ 于点 M，

∴ $\angle 3=\dfrac{\angle BAC}{2}=45°$，$BM=CM$.

∵ $AP=AE$，

∴ $\angle 2=\dfrac{180°-\angle 3}{2}=\dfrac{180°-45°}{2}=67.5°$.

∵ $DF \perp BE$ 于点 G，

∴ $\angle 1+\angle BDF=90°$.

∴ $\angle BDF=\angle 2=67.5°$. ………………………………………… 2 分

（2）补全图形见图 5.

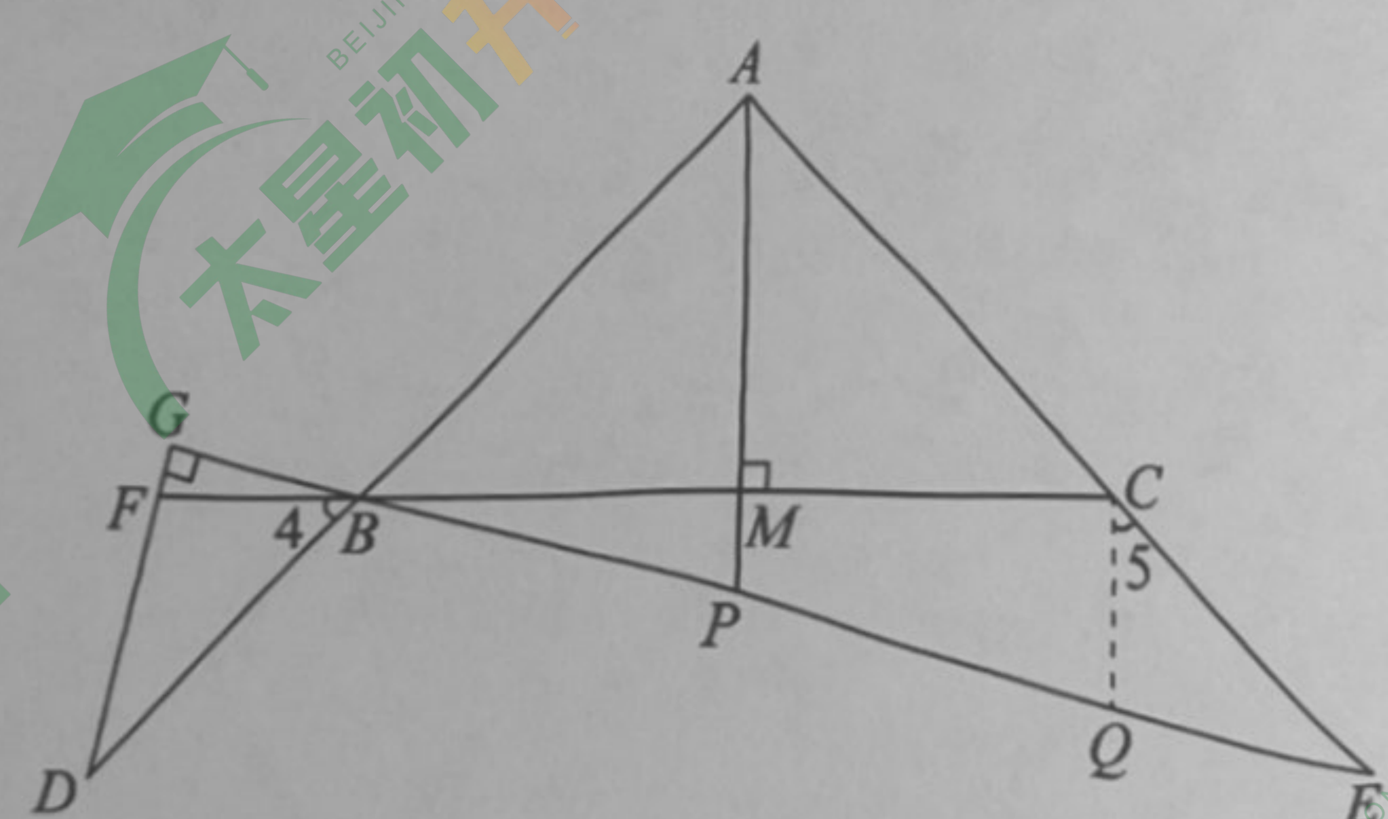

图 5

$CF=2MP+\sqrt{2}AB$.

证明：如图 4，作 $CQ // AP$ 交 BE 于点 Q.

∵ $CQ // AP$，$BM=CM$，$AM \perp BC$，

∴ $\dfrac{MP}{CQ}=\dfrac{BM}{BC}=\dfrac{1}{2}$，$\angle BCQ=\angle AMC=90°$.

∴ $CQ=2MP$，$\angle 5=180°-\angle ACB-\angle BCQ=45°$.

∵ $\angle 4=\angle ABC=45°$，

∴ $\angle 4=\angle 5$.

$\because$ $\angle DBG=\angle ABE$，$DG\perp BE$ 于点 G，$\angle BAC=90°$，

$\therefore$ $\angle D=\angle E$.

$\because$ $AD=AE$，$AB=AC$，

$\therefore$ $AD-AB=AE-AC$，即 $BD=CE$.

$\therefore$ $\triangle BDF\cong\triangle CEQ$.

$\therefore$ $BF=CQ$.

$\because$ $CF=BF+BC$，$BC=\sqrt{2}AB$，

$\therefore$ $CF=CQ+\sqrt{2}AB=2MP+\sqrt{2}AB$. ……………………………7 分

28．解：（1）Q_2，Q_3；……………………………………………………2 分

（2）$-2\sqrt{2}\leqslant m\leqslant -2$ 或 $2\leqslant m\leqslant 2\sqrt{2}$；……………………………5 分

（3）$2-\sqrt{2}$. ……………………………………………………………7 分