北京市西城区九年级统一测试试卷

数 学

2024.4

考生须知

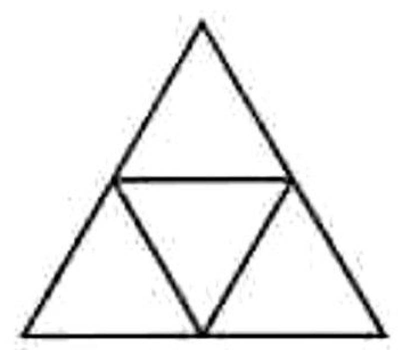
1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．右图是某几何体的展开图，该几何体是



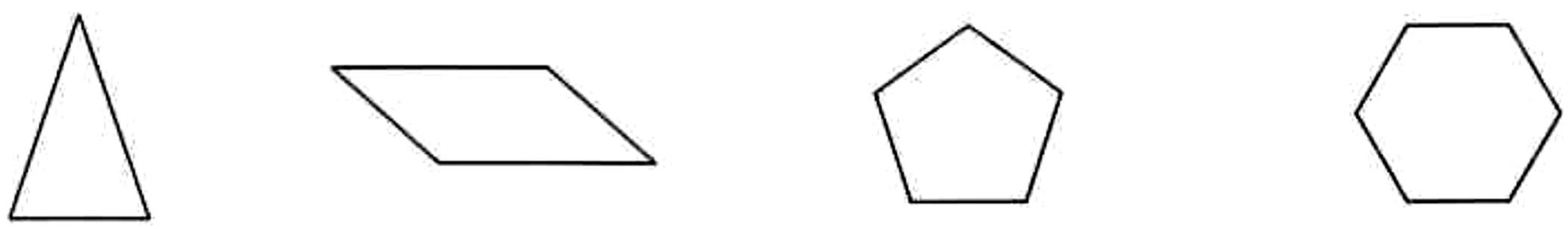
（A）圆锥　　（B）三棱柱

（C）三棱锥　　（D）四棱锥

2．2024 年 5.5G 技术正式开始商用，它的数据下载的最高速率从 5G 初期的 1Gbps 提升到 10Gbps，给我们的智慧生活“提速”. 其中 10Gbps 表示每秒传输 10 000 000 000 位（bit）的数据. 将 10 000 000 000 用科学记数法表示应为

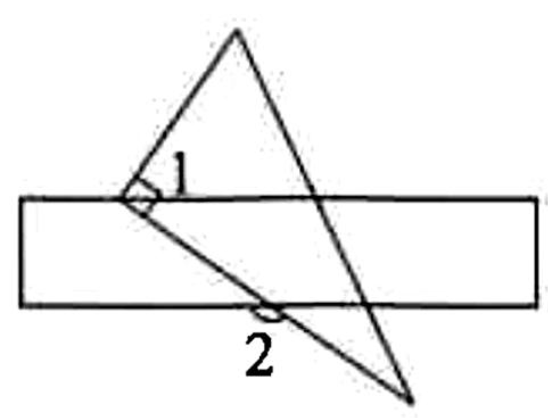
（A）0.1×10^{11}　　（B）1×10^{10}　　（C）1×10^{11}　　（D）10×10^{9}

3．下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

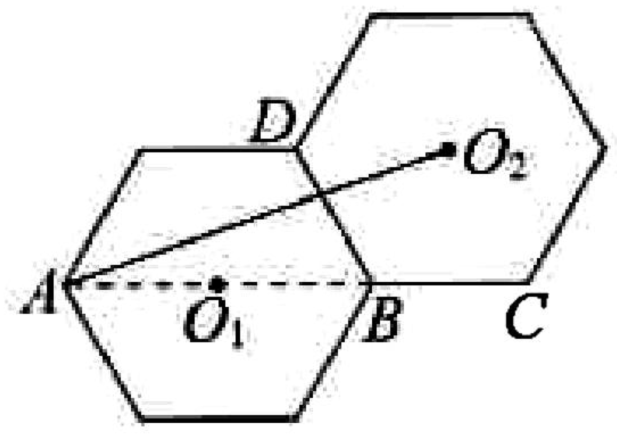
4．直尺和三角板如图摆放，若 $\angle1=55°$，则 $\angle2$ 的大小为



（A）35°　　（B）55°

（C）135°　　（D）145°

15. 如图，两个边长相等的正六边形的公共边为 BD，点 A，B，C 在同一直线上，点 O_1，O_2 分别为两个正六边形的中心．则 $\tan\angle O_2AC$ 的值为______．



16. 将 1，2，3，4，5，…，37 这 37 个连续整数不重不漏地填入 37 个空格中．要求：从左至右，第 1 个数是第 2 个数的倍数，第 1 个数与第 2 个数之和是第 3 个数的倍数，第 1，2，3 个数之和是第 4 个数的倍数，…，前 36 个数的和是第 37 个数的倍数．若第 1 个空格填入 37，则第 2 个空格所填入的数为______，第 37 个空格所填入的数为______．

37				…			

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：$\left|-\sqrt{3}\right|-(\frac{1}{5})^{-1}+2\sin 60°-\sqrt{12}$．

18. 解不等式组：$\begin{cases}2(x+1)<x+5,\\ \dfrac{x+2}{3}\geqslant\dfrac{x-1}{2}.\end{cases}$

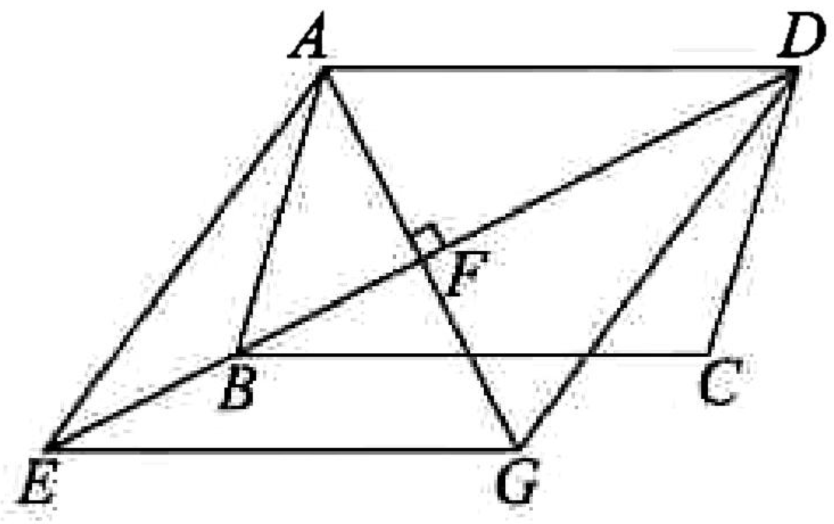
19. 已知 $x^2-x-4=0$，求代数式 $(x-2)^2+(x-1)(x+3)$ 的值．

20. 如图，点 E 在▱$ABCD$ 的对角线 DB 的延长线上，$AE=AD$．$AF\perp BD$ 于点 F，$EG//BC$ 交 AF 的延长线于点 G，连接 DG．

（1）求证：四边形 $AEGD$ 是菱形；

（2）若 $AF=BF$，$\tan\angle AEF=\dfrac{1}{2}$，$AB=4$，

求菱形 $AEGD$ 的面积．



21. 某学校组织学生社团活动，打算恰好用 1000 元经费购买围棋和象棋，其中围棋每套 40 元，象棋每套 30 元．所购买围棋的套数能否是所购买象棋套数的 2 倍？若能，请求出所购买的围棋和象棋的套数，若不能，请说明理由．

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的图象经过点 $A(3,5)$，$B(-2,0)$，且与 y 轴交于点 C．

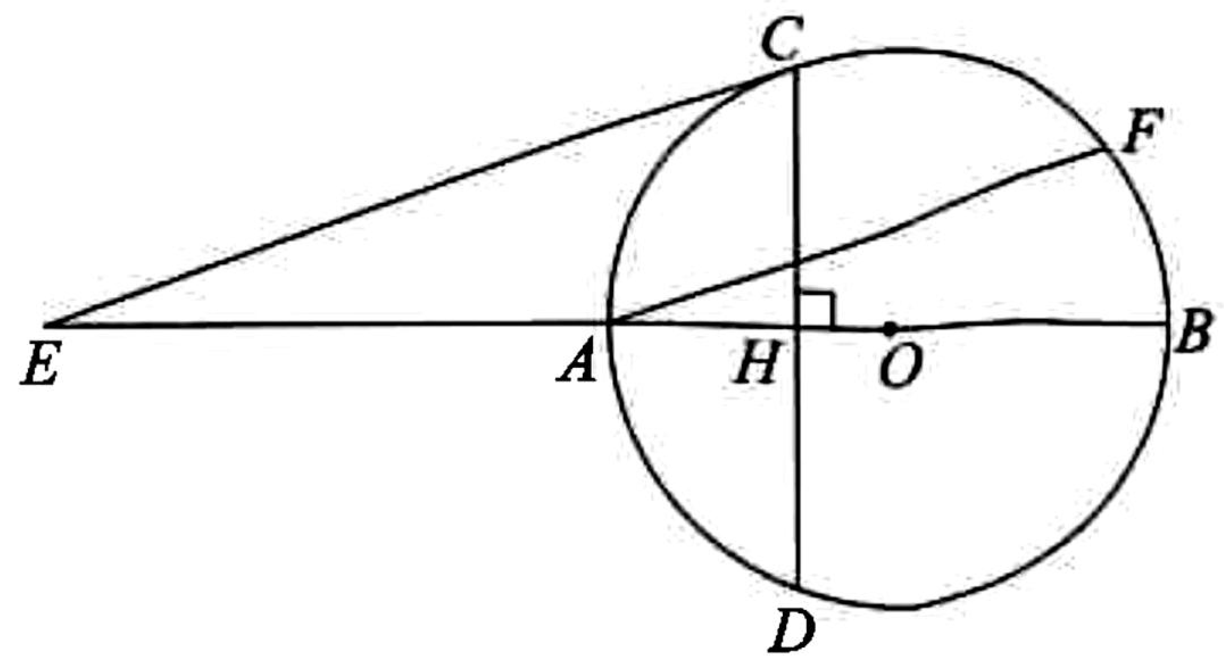
（1）求该函数的解析式及点 C 的坐标；

（2）当 $x<2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=-3x+n$ 的值大于函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）的值，直接写出 n 的取值范围．

24．如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 H，⊙O 的切线 CE 与 BA 的延长线交于点 E，$AF//CE$，AF 与⊙O 的交点为 F．

（1）求证：$AF=CD$；

（2）若⊙O 的半径为 6，$AH=2OH$，求 AE 的长．



25．如图，点 O 为边长为 1 的等边三角形 ABC 的外心．线段 PQ 经过点 O，交边 AB 于点 P，交边 AC 于点 Q．若 $AP=x$，$AQ=y_1$，$S_{\triangle APQ}:S_{\triangle ABC}=y_2$，下表给出了 x，y_1，y_2 的一些数据（近似值精确到 0.0001）．

x	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1
y_1	1	0.8462	0.75	0.6842	0.6364	0.6	0.5714	0.5484	0.5294	0.5135	0.5
y_2		0.4654	0.45	0.4447	0.4455	0.45	0.4571	0.4661	0.4765	0.4878	0.5

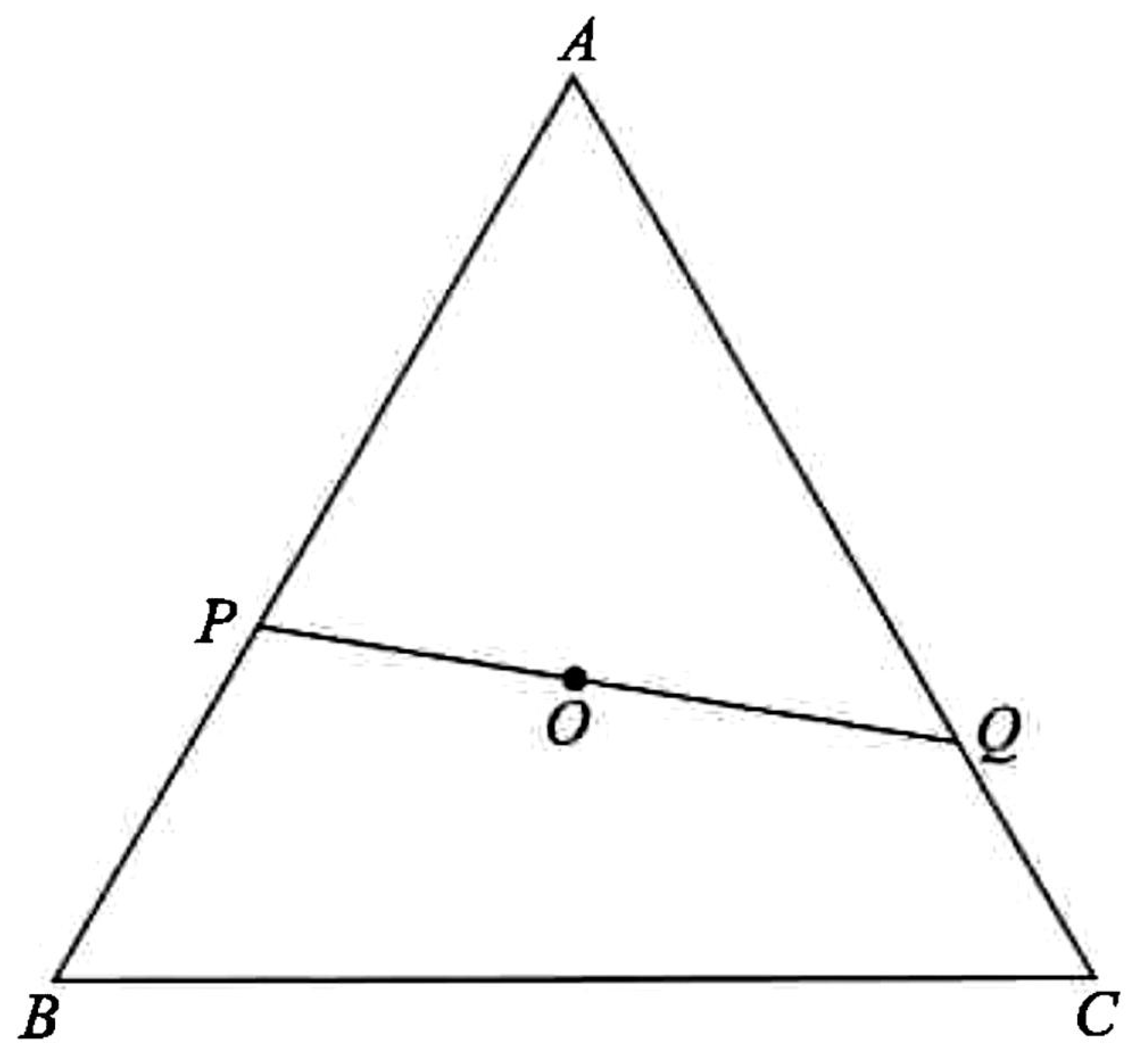
（1）补全表格；

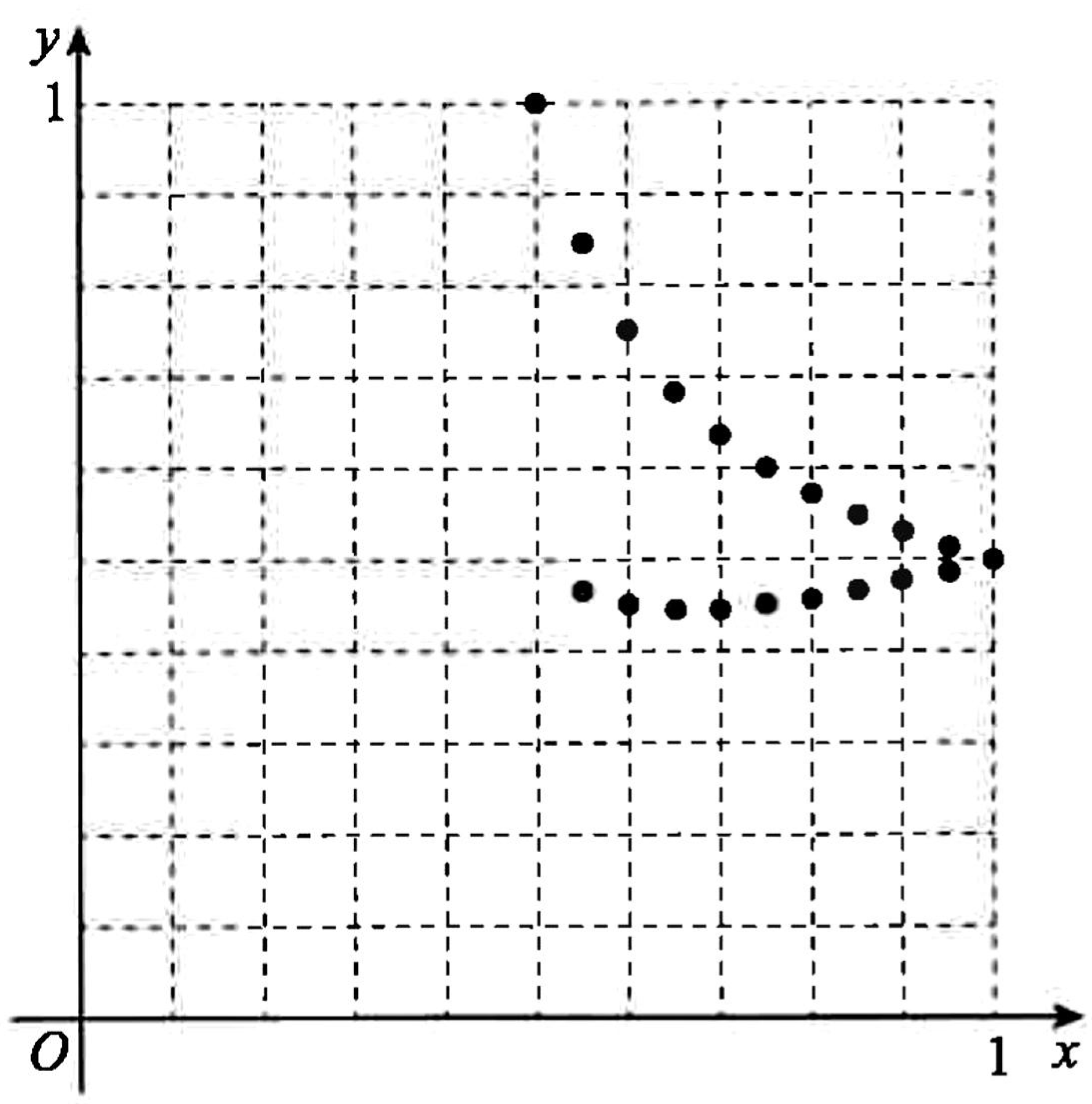
（2）在同一平面直角坐标系 xOy 中描出了部分点 (x,y_1)，(x,y_2)．请补全表格中数据的对应点，并分别画出 y_1 与 y_2 关于 x 的函数图象；

（3）结合函数图象，解决下列问题：

①当△APQ 是等腰三角形时，y_1 关于 x 的函数图象上的对应点记为 (a,b)，请在 x 轴上标出横坐标为 a 的点；

②当 y_2 取最大值时，x 的值为______．





5．不透明袋子中装有红、蓝小球各一个，除颜色外无其他差别，随机摸出一个小球后，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，则两次都摸到蓝球的概率为

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{3}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{2}{3}$

6．已知 $-2<a<-1$，则下列结论正确的是

（A）$a<1<-a<2$　　（B）$1<a<-a<2$

（C）$1<-a<2<a$　　（D）$-a<1<a<2$

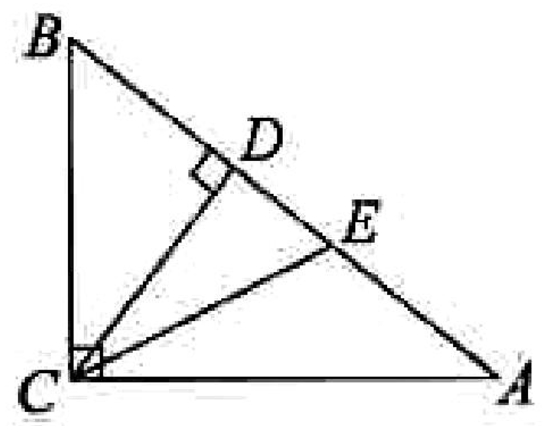
7．若关于 x 的一元二次方程 $kx^2+x-2=0$ 有两个实数根，则实数 k 的取值范围是

（A）$k\leqslant-\frac{1}{8}$　　（B）$k>-\frac{1}{8}$ 且 $k\neq0$

（C）$k\geqslant-\frac{1}{8}$ 且 $k\neq0$　　（D）$k\geqslant-\frac{1}{4}$ 且 $k\neq0$

8．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$BC=a$，$AC=b$（其中 $a<b$）．$CD\perp AB$ 于点 D，点 E 在边 AB 上，$BE=BC$．设 $CD=h$，$AD=m$，$BD=n$，给出下面三个结论：

①$n^2+h^2<(m+n)^2$；②$2h^2>m^2+n^2$；③AE 的长是关于 x 的方程 $x^2+2ax-b^2=0$ 的一个实数根．上述结论中，所有正确结论的序号是



（A）①　　（B）①③

（C）②③　　（D）①②③

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

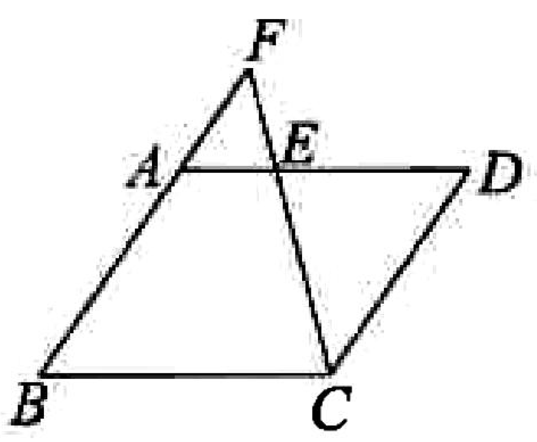
9．若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______．

10．分解因式：$x^2y-12xy+36y=$______．

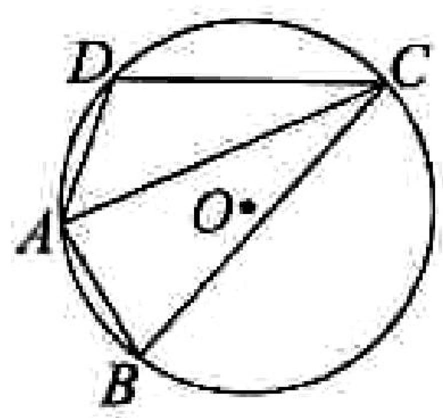
11．方程 $\frac{4}{3x-1}=\frac{3}{x-2}$ 的解为______．

12．在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象经过点 $(-1,8)$ 和 $(2,n)$，则 n 的值为______．

13．如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，BA，CE 的延长线交于点 F．若 $AF=1$，$AB=2$，则 $\frac{AE}{ED}=$______．

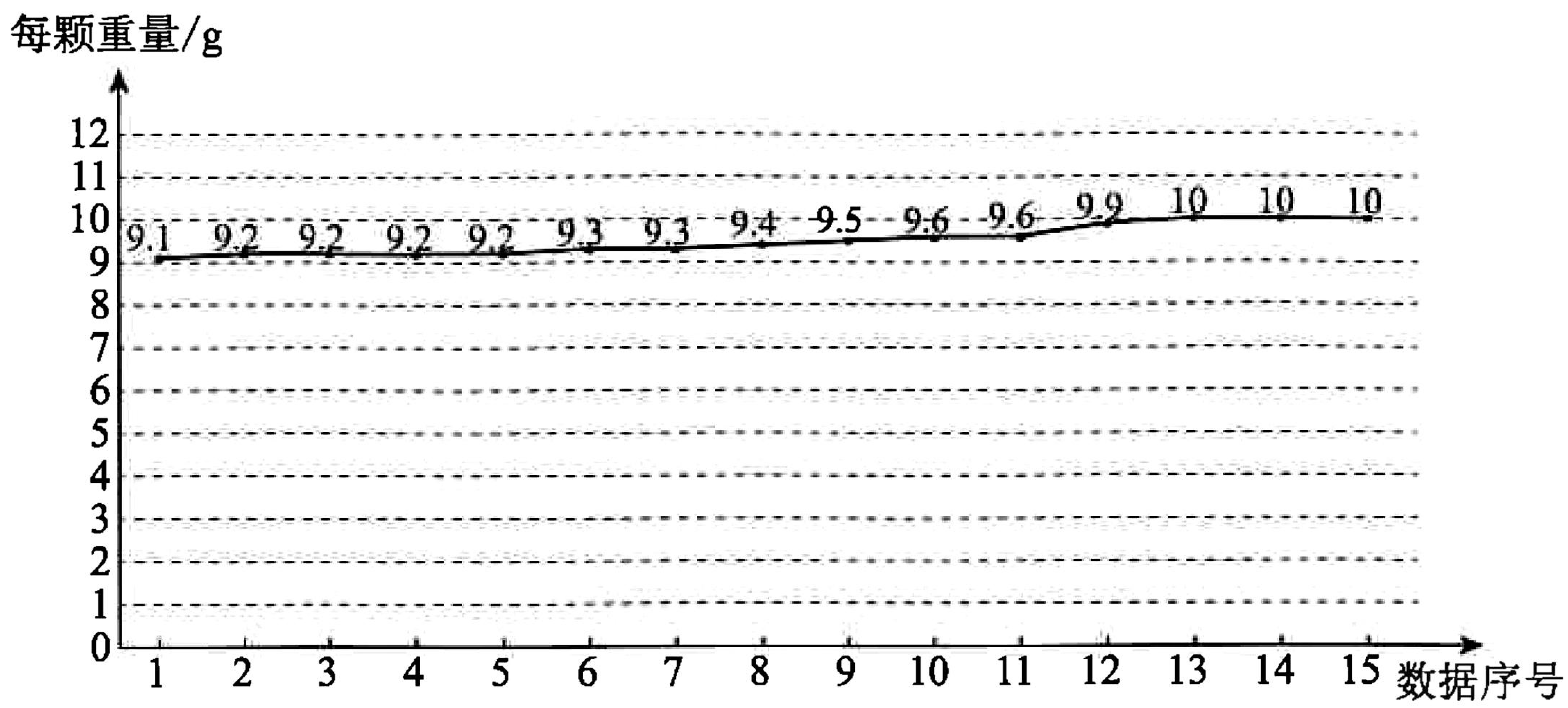


14．如图，在⊙O 的内接四边形 $ABCD$ 中，点 A 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，连接 AC，若 $\angle DAB=130°$，则 $\angle ACB=$______°．



23．某学校组织学生采摘山楂制作冰糖葫芦（每串冰糖葫芦由 5 颗山楂制成）．同学们经过采摘、筛选、洗净等环节，共得到 7.6 kg 的山楂．甲、乙两位同学各随机分到了 15 颗山楂，他们测量了每颗山楂的重量（单位：g），并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．甲同学的山楂重量的折线图：



b．乙同学的山楂重量：

8，8.8，8.9，9.4，9.4，9.4，9.6，9.6，9.6，9.8，10，10，10，10，10

c．甲、乙两位同学的山楂重量的平均数、中位数、众数：

	平均数	中位数	众数
甲	9.5	m	9.2
乙	9.5	9.6	n

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m，n 的值；

（2）对于制作冰糖葫芦，如果一串冰糖葫芦中 5 颗山楂重量的方差越小，则认为这串山楂的品相越好．

①甲、乙两位同学分别选择了以下 5 颗山楂制作冰糖葫芦．据此推断：品相更好的是______（填写“甲”或“乙”）；

甲	9.2	9.2	9.2	9.2	9.1
乙	9.4	9.4	9.4	8.9	8.8

②甲同学从剩余的 10 颗山楂中选出 5 颗山楂制作一串冰糖葫芦参加比赛，首先要求组成的冰糖葫芦品相尽可能好，其次要求冰糖葫芦的山楂重量尽可能大．他已经选定的三颗山楂的重量分别为 9.4，9.5，9.6，则选出的另外两颗山楂的重量分别为______和______；

（3）估计这些山楂共能制作多少串冰糖葫芦．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(m,y_3)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+3$（$a>0$）上．设抛物线的对称轴为直线 $x=t$．

（1）若 $y_1=3$，求 t 的值；

（2）若当 $t+1<m<t+2$ 时，都有 $y_1>y_3>y_2$，求 t 的取值范围．

27．在△ABC 中，$\angle ABC=\angle ACB=45°$，$AM\perp BC$ 于点 M．D 是射线 AB 上的动点（不与点 A，B 重合)，点 E 在射线 AC 上且满足 $AE=AD$，过点 D 作直线 BE 的垂线交直线 BC 于点 F，垂足为点 G，直线 BE 交射线 AM 于点 P．

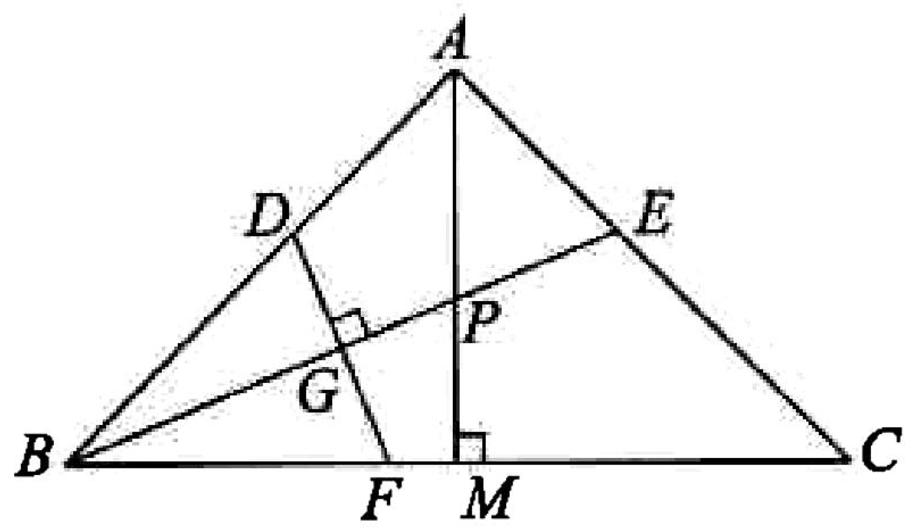


图 1

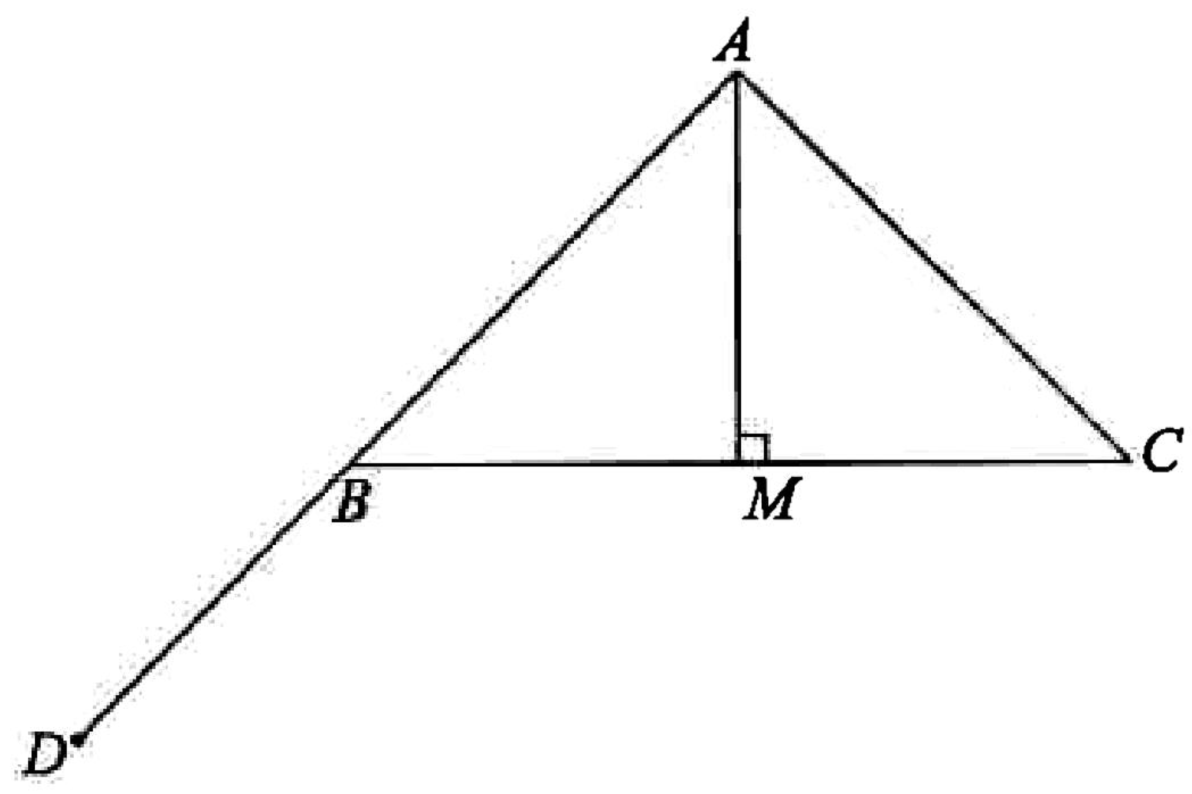
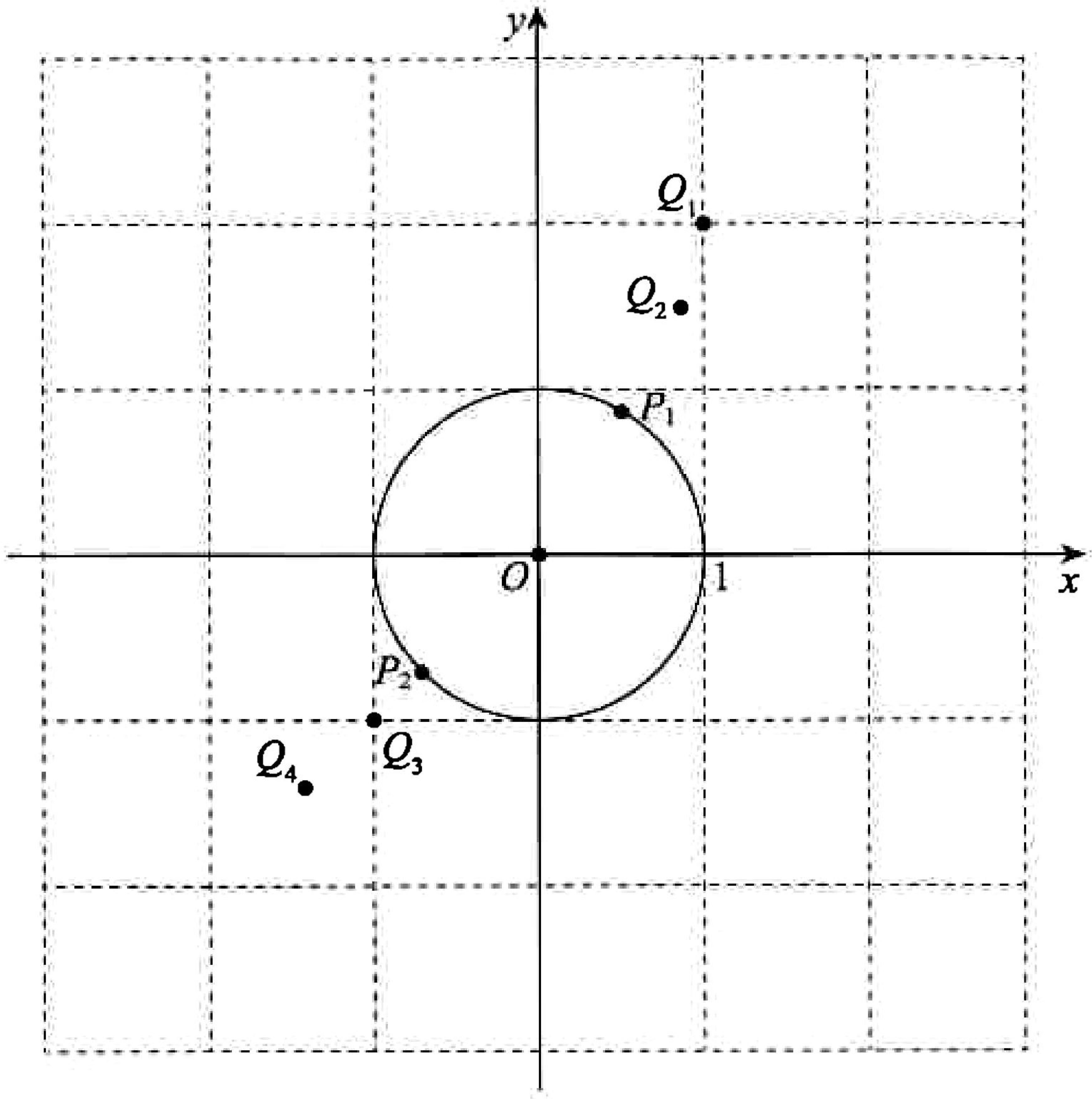


图 2

（1）如图 1，若点 D 在线段 AB 上，当 $AP=AE$ 时，求$\angle BDF$ 的大小；

（2）如图 2，若点 D 在线段 AB 的延长线上，依题意补全图形，用等式表示线段 CF，MP，AB 的数量关系，并证明．

28．在平面直角坐标系 xOy 中，已知⊙O 的半径为 1．对于⊙O 上的点 P 和平面内的直线 $l: y=ax$ 给出如下定义：点 P 关于直线 l 的对称点记为 P'，若射线 OP 上的点 Q 满足 $OQ=PP'$，则称点 Q 为点 P 关于直线 l 的"衍生点".



（1）当 $a=0$ 时，已知⊙O 上两点 $P_1(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$P_2(-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$．在点 $Q_1(1,2)$，$Q_2(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2})$，$Q_3(-1,-1)$，$Q_4(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$ 中，点 P_1 关于直线 l 的"衍生点"是______，点 P_2 关于直线 l 的"衍生点"是______；

（2）P 为⊙O 上任意一点，直线 $y=x+m$（$m\neq0$）与 x 轴，y 轴的交点分别为点 A，B．若线段 AB 上存在点 S，T，使得点 S 是点 P 关于直线 l 的"衍生点"，点 T 不是点 P 关于直线 l 的"衍生点"，直接写出 m 的取值范围；

（3）当 $-1\leqslant a\leqslant1$ 时，若过原点的直线 s 上存在线段 MN，对于线段 MN 上任意一点 R，都存在⊙O 上的点 P 和直线 l，使得点 R 是点 P 关于直线 l 的"衍生点"．将线段 MN 长度的最大值记为 $D(s)$，对于所有的直线 s，直接写出 $D(s)$ 的最小值．