

延庆区 2024 年初三统一练习

数 学 2024.04

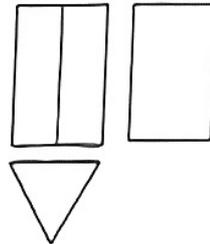
考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。
------------------	--

一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 长方体 (D) 三棱柱

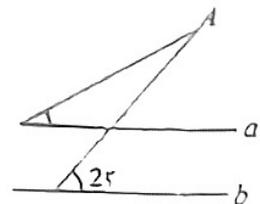


2. 截止 2024 年 2 月 18 日，在春节期间延庆区共接待游客 1320000 人，火盆锅、十字花柿为火热的延庆旅游春节档增添了流量。将 1320000 用科学记数法表示应为

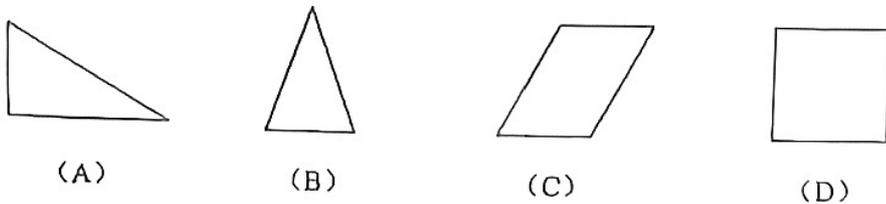
- (A) 0.132×10^7 (B) 1.32×10^7 (C) 1.32×10^6 (D) 13.2×10^5

3. 如图，直线 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为

- (A) 20° (B) 30°
(C) 40° (D) 50°



4. 下列图形，既是中心对称图形又是轴对称图形的是

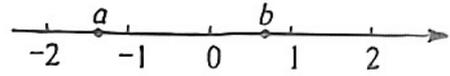


5. 正七边形的外角和是

- (A) 180° (B) 360° (C) 900° (D) 1260°

6. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论正确的是

- () $a > -1$ (B) $b < 1$
 () $a > b$ (D) $a + b > 0$



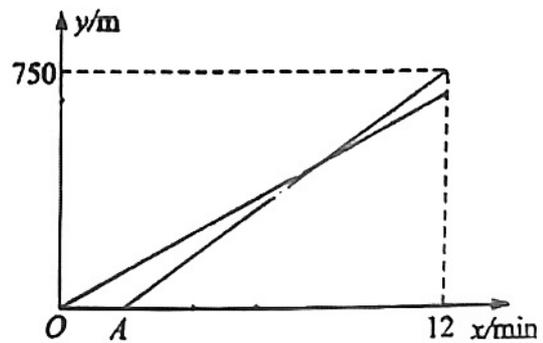
7. 不透明的盒子中装有黑白两个小球, 除颜色外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇动, 再从中随机摸出一个小球, 那么第一次摸出白球, 第二次摸出黑球的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

8. 小明和弟弟周末去图书馆. 二人先后从家出发沿同一条路匀速去往图书馆, 小明用 10min 到达图书馆, 弟弟比他早出发 2min, 但是在小明到达时弟弟还距离图书馆 30m. 设小明和弟弟所走的路程分别为 y_1, y_2 , 其中 y_1, y_2 与时间 x 之间的函数关系如图所示. 则下列结论正确的是

- ①小明家与图书馆之间的距离为 750m;
 ②当小明出发时, 弟弟已经离家 120m;
 ③小明每分钟比弟弟多走 10m;
 ④小明出发 7 分钟后追上弟弟.

- (A) ①② (B) ①③
 (C) ②③ (D) ①②④



二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

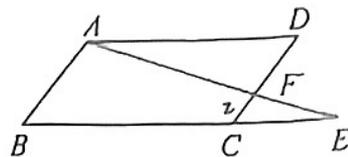
9. 若代数式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $x^3 - xy^2 =$ _____.

11. 方程 $\frac{2}{3x-1} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $A(1, y_1), B(3, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>” “=” 或 “<”).

13. 如图, $\square ABCD$ 中, 延长 BC 至 E , 使得 $CE = \frac{1}{2}BC$.
若 $CF=2$, 则 DF 的长为_____.



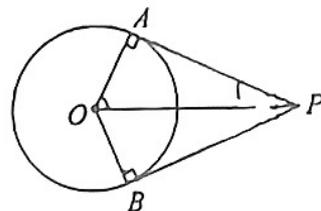
14. 某次射击训练中, 在同一条件下, 甲、乙两名运动员五次射击成绩如下表.

甲	8	6	7	7	7
乙	9	5	7	6	8

甲、乙二人射击成绩的平均数分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 方差分别为 $s_甲^2$, $s_乙^2$,

则 $\bar{x}_甲$ _____ $\bar{x}_乙$, $s_甲^2$ _____ $s_乙^2$ (填 “>” “<” 或 “=”).

15. 如图, PA, PB 与 $\odot O$ 分别相切于 A, B 两点, 连接 OA, OB . 若 $\angle APB=48^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为_____.



16. 小明是某蛋糕店的会员, 他有一张会员卡, 在该店购买的商品均按定价打八五折. 周末他去蛋糕店, 发现店内正在举办特惠活动: 任选两件商品, 第二件打七折, 如果两件商品不同价, 则按照低价商品的价格打折, 并且特惠活动不能使用会员卡. 小明打算在该店购买两个面包, 他计算后发现, 使用会员卡与参加特惠活动两者的花费相差 0.9 元, 则_____花费较少 (直接填写序号: ①使用会员卡; ②参加特惠活动); 两个面包的定价相差_____元.

三、解答题 (共 68 分; 17-20 题, 每小题 5 分; 21 题 6 分; 22 题 5 分; 23 题 6 分; 24 题 5 分; 25-26 题, 每小题 6 分; 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算: $4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+1 \geq x, \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \end{cases}$$

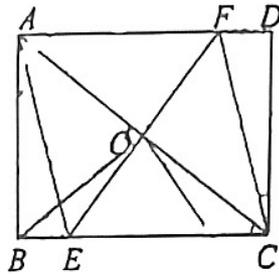
19. 已知 $x^2 - x - 3 = 0$, 求代数式 $x(x-4) + (x+1)^2$ 的值.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值及此时方程的根

21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 的垂直平分线与边 BC ， AD 分别交于点 E ， F ，连接 AE ， CF 。

(1) 求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

(2) 连接 OB ，若 $AF=4$ ， $\tan \angle AEB = \sqrt{15}$ ，求 OB 的长。



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0, 1)$ 和点 $B(3, 2)$ ：

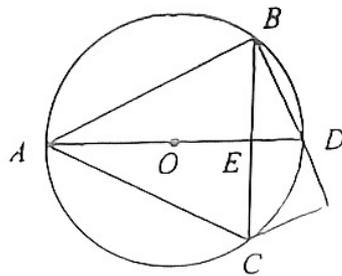
(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 当 $x < 3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx-1(m \neq 0)$ 的值小于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围。

23. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\odot O$ 的直径 AD 交 BC 于点 E ，点 D 为 BC 的中点，连接 BD 。

(1) 求证： $\angle DBC = \angle BAD$ ；

(2) 过点 C 作 $CF \perp BD$ ，交 BD 的延长线于点 F ，若 $\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $DF=3$ ，求 AC 的长。



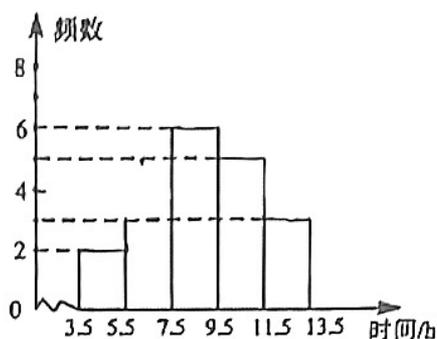
24. 某校七、八年级各有 400 名学生，为了解他们每学期参加社会实践活动的时间情况，现从七、八年级各随机抽取 20 名学生进行调查，下面给出部分信息.

a. 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据如下：

3, 4, 8, 9, 6, 8, 10, 11, 5, 7, 7, 11, 8, 10, 7, 8, 10, 5

b. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的频数分布直方图如下：(数据分为

5 组： $3.5 \leq x < 5.5$, $5.5 \leq x < 7.5$, $7.5 \leq x < 9.5$, $9.5 \leq x < 11.5$, $11.5 \leq x < 13.5$)



c. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据在 $7.5 \leq x < 9.5$ 这一组的是：

时间/h	8	9
人数	4	2

根据以上信息，解答下列问题：

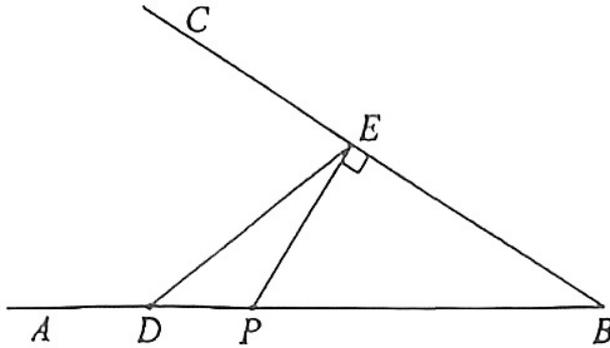
(1) 补全 b 中的频数分布直方图；

(2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是_____；

八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是_____；

(3) 为鼓励学生积极参加社会实践活动，对七、八年级在本学期参加社会实践活动时间不小于 8 小时的同学进行表彰，估计这两个年级共有多少同学受表彰？

25. 如图, 已知 $\angle ABC$, 点 D 是边 AB 上一点, 且 $DB=6\text{cm}$, 点 P 是线段 DB 上的动点, 过点 P 作 BC 的垂线, 垂足为 E , 连接 DE . 设 $DP=x$, $DE=y$.



通过分析发现可以用函数来刻画 y 与 x 之间的关系, 请将以下过程补充完整:

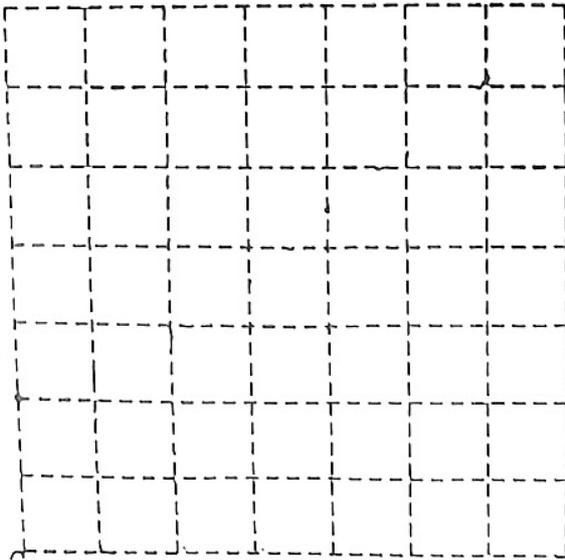
(1) 选点、画图、测量, 得到 x 与 y 的几组数值, 数据如下:

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y/cm	2.0	2.2	2.8	3.5	4.3	5.1	m

(说明: 补全表格时相关数值保留一位小数);

(2) 自变量 x 的取值范围是_____;

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出此函数的图象;



(4) 结合函数图象解决问题: 当 $DE=2DP$ 时, DE 的长约为_____cm(结果精确到0.1).

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3, m)$, 点 $B(5, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上. 设抛物线的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 若 $m = n$, 求 t 的值;

(2) 点 $C(x_0, p)$ 在该抛物线上, 若对于 $0 < x_0 < 1$, 都有 $m < n < p$, 求 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在线段 AC 上 (点 D 与点 A 、点 C 不重合), 连接 BD , 过点 D 作 DB 的垂线交直线 AB 于点 E , 过点 A 作 AB 的垂线交直线 DE 于点 F .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 AC 上时,

① 求证: $\angle ABD = \angle AFD$;

② 用等式表示线段 AB , AD , AF 之间的数量关系并证明.

(2) 如图 2, 当点 D 在线段 AC 的延长线上时, 依题意补全图形, 并直接用等式表示线段 AB , AD , AF 之间的数量关系.

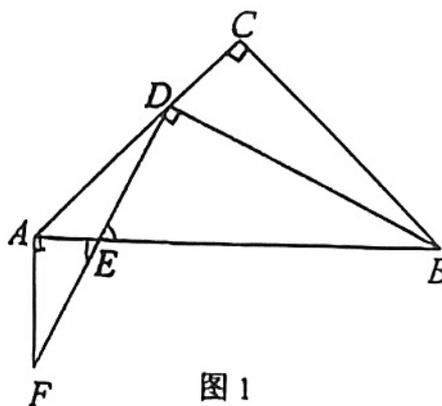


图 1

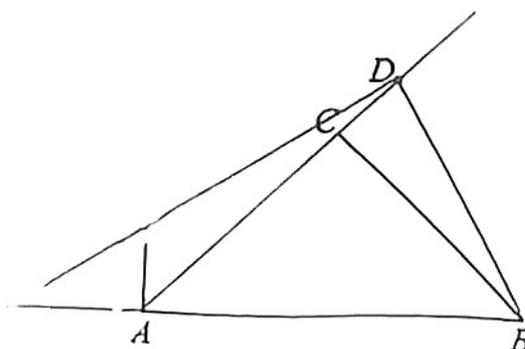


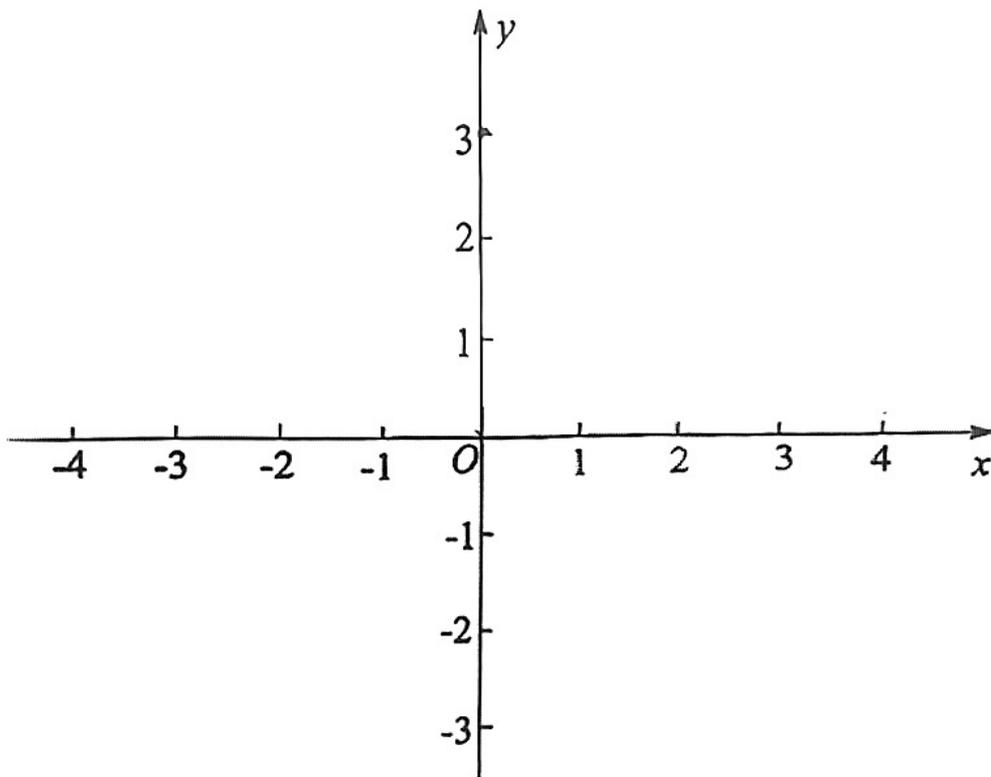
图 2

8. 我们规定：将图形 M 先向右平移 a ($a > 0$) 个单位，得到图形 M' ，再作出图形 M' 关于直线 $x=b$ 的对称图形 M'' ，则称图形 M'' 是图形 M 的 a, b 平对图形.

(1) 已知点 $B(1, 2)$ ，若 $a=3, b=1$ ，则点 B' 的坐标是_____；点 B'' 的坐标是_____；

(2) 已知点 $C(0, 3)$ ，它的平对图形 $C''(4, 3)$ ，求出 a 与 b 的数量关系；

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 1，其中 $a \geq 1$ ，若存在实数 b ，使 $\odot O$ 的平对图形与直线 $y=ax+b$ 有公共点，直接写出 b 的最小值及相应的 a 的值.



延庆区 2024 年初三统一练习

数学试卷答案 2024.04

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	A

第二部分 非选择题

二、填空题：（共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq 4$ 10. $x(x+y)(x-y)$ 11. $x=1$ 12. $>$
 13. 4 14. $=, <$ 15. 132 16. ①, 6

三、解答题（共 68 分）

17. 解： $4 \sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$
 $= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 3 + 2$ 4 分
 $= 5.$ 5 分

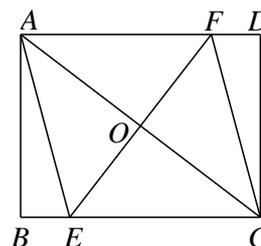
18. 解： $\begin{cases} 2x+1 \geq x, \text{①} \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \text{②} \end{cases}$
 由①得， $x \geq -1$;2 分
 由②得， $x < 1$;4 分
 \therefore 原不等式组的解集为： $-1 \leq x < 1.$ 5 分

19. 解： $x(x-4) + (x+1)^2$
 $= x^2 - 4x + x^2 + 2x + 1$
 $= 2x^2 - 2x + 1$
 $= 2(x^2 - x) + 1.$ 3 分
 $\because x^2 - x - 3 = 0,$
 $\therefore x^2 - x = 3.$ 4 分
 \therefore 原式=7.5 分

20. 解: \because 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$ 有实数根,
 $\therefore \Delta \geq 0$.
 $\because a=1, b=-4, c=3m+1$,
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(3m+1) = 12 - 12m \geq 0$.
 $\therefore m \leq 1$2 分
 $\because m$ 为正整数,
 $\therefore m = 1$3 分
 \therefore 此时的方程为: $x^2 - 4x + 4 = 0$4 分
 \therefore 方程的解为: $x_1 = x_2 = 2$5 分

21. (1) 证明: \because 矩形 $ABCD$,

- $\therefore AF \parallel EC$,
 $\therefore \angle FAC = \angle ACE$.
 $\because EF$ 的垂直平分 AC ,
 $\therefore AO = CO, \angle AOF = \angle EOC = 90^\circ$.
 $\therefore \triangle AOF \cong \triangle EOC$.
 $\therefore AF = EC$.
 \therefore 四边形 $AECF$ 为平行四边形.
 $\because \angle AOF = 90^\circ$,
 \therefore 平行四边形 $AECF$ 为菱形.3 分



(2) 解: \because 菱形 $AECF$,

- $\therefore AF = AE = EC = 4$.
 \because 矩形 $ABCD$,
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$.
 $\because \tan \angle AEB = \sqrt{15}$,
 $\therefore \frac{AB}{EB} = \sqrt{15}$.
 设 $BE = x$, 则 $\sqrt{15}x$,
 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 + BE^2 = AE^2$,
 $\therefore x = 1$.
 $\therefore BE = 1, BC = 5$.
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得 $AB^2 + BC^2 = AC^2$,
 $\therefore AC = 2\sqrt{10}$.
 $\therefore OB = \frac{1}{2}AC = \sqrt{10}$6 分

22. 解: (1) \because 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(0, 1)$ 和点 $B(3, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} 1=b, \\ 2=3k+b. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b=1, \\ k=\frac{1}{3}. \end{cases}$$

\therefore 一次函数表达式为 $y=\frac{1}{3}x+1$3 分

(2) m 的取值范围是 $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$5 分

23. (1) 证明:

\because 点 D 为 \widehat{BC} 的中点,

\therefore 弧 CD =弧 BD .

$\therefore \angle BDA = \angle CDA$2 分

(2) $\because \cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle DBC = 30^\circ$.

$\because AD$ 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$,

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$.

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$.

\because 弧 AB =弧 AC ,

$\therefore AB=AC$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore AC=BC$.

$\because \angle DBC = \angle DAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 30^\circ$.

$\therefore \angle BDA = \angle ADC = 60^\circ$.

$\therefore \angle CDF = 60^\circ$.

$\because CF \perp BD$,

$\therefore \angle DCF = 30^\circ$.

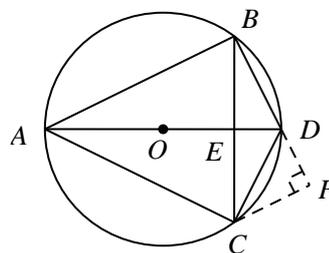
$\because DF=3$,

$\therefore DC=6$.

$\therefore AD=12$.

$\therefore AC=BC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$.

$\therefore AC$ 的长是 $6\sqrt{3}$6 分



24. 解：(1) 图略；1分

(2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是 9；2分

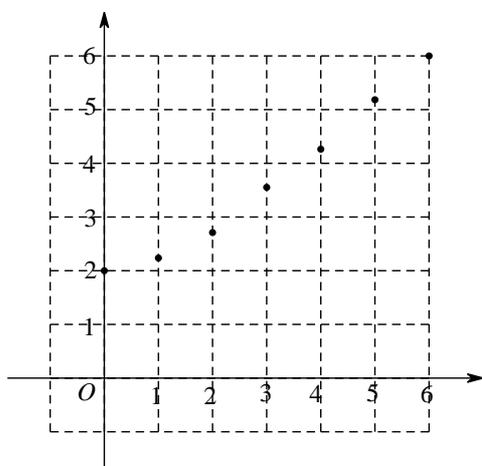
八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是 8.5；3分

(3) 估计这两个年级共有 500 名同学受表彰。5分

25. 解：(1) 表中的 m 的值为 6.0；1分

(2) x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 6$ ；3分

(3)



.....5分

(3) DE 的长约为 2.4 cm.6分

26. (1) 解：∵ 点 $A(3, m)$ ，点 $B(5, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上，且 $m = n$ ，

抛物线的对称轴为 $x = t$ ，

$$\therefore 5 - t = t - 3.$$

$$\therefore t = 4.$$

.....2分

(2) ∵ 点 $A(3, m)$ ，点 $B(5, n)$ ，点 $C(x_0, p)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上，

$$\therefore m = 9a + 3b + c,$$

$$n = 25a + 5b + c,$$

$$p = ax_0^2 + bx_0 + c.$$

.....3分

$$\therefore m < n < p,$$

$$\therefore m < n \text{ 且 } n < p.$$

① 当 $m < n$ 时，有 $9a + 3b + c < 25a + 5b + c$ ，

$$\therefore 9a + 3b < 25a + 5b.$$

$$\therefore 8a + b > 0.$$

$$\therefore b > -8a.$$

$$\begin{aligned} \because a > 0. \\ \therefore -a < 0. \\ \therefore \frac{b}{-2a} < 4. \\ \because -\frac{b}{2a} = t, \\ \therefore t < 4. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

②当 $n < p$ 时, 有 $25a + 5b + c < ax_0^2 + bx_0 + c$,

$$\begin{aligned} \therefore 5b - bx_0 < ax_0^2 - 25a. \\ \therefore b(5 - x_0) < a(x_0 + 5)(x_0 - 5). \\ \because 0 < x_0 < 1, \\ \therefore b < a(x_0 + 5). \\ \therefore -\frac{b}{2a} > \frac{x_0 + 5}{2}. \\ \therefore t \geq 3. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

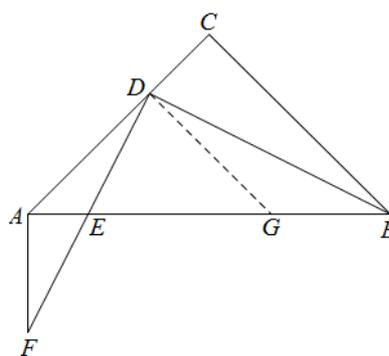
综上: $3 \leq t < 4$. \dots\dots\dots 6分

27. (1) ①证明: $\because DB \perp DE, AF \perp AB$,

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDE = \angle EAF = 90^\circ. \\ \therefore \angle DBE + \angle DEB = \angle AFE + \angle AEF. \\ \because \angle DEB = \angle AEF, \\ \therefore \angle DBE = \angle AFE. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

②过点 D 作 $DG \perp AC$, 交 AB 于 G ,

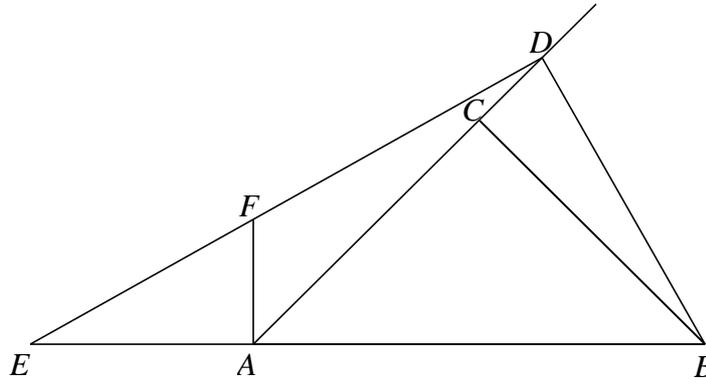
$$\begin{aligned} \because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ, \\ \therefore \angle DAG = \angle DGA = 45^\circ. \\ \therefore AD = DG, \angle DGB = \angle DAF = 135^\circ. \\ \because \angle ADG = \angle BDF = 90^\circ, \\ \therefore \angle DAF = \angle BDG. \\ \therefore \triangle DAF \cong \triangle BDG. \\ \therefore AF = BG. \end{aligned}$$



在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, 由勾股定理得, $AG = \sqrt{2}AD$. \dots\dots\dots 4分

$$\begin{aligned} \because AB = AG + BG, \\ \therefore AB = \sqrt{2}AD + AF. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

(2)



.....6分

$$AB = \sqrt{2}AD - AF.$$

.....7分

28. 解: (1) 点 B' 的坐标是 $(4, 2)$; 点 B'' 的坐标是 $(-2, 2)$;2分

(2) \because 点 $C(0, 3)$, 它的平对图形 $C''(4, 3)$,

\therefore 设 $C(0, 3)$ 向右平移 a 个单位长度, 得到 $C'(a, 3)$, C' 关于直线 $x=b$ 的对称图形 C'' ,

$$\therefore 4-b=b-a.$$

$$\therefore 2b-a=4.$$

.....4分

(3) b 的最小值为 $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$, 相应的 a 的值为 1.

.....7分