

# 延庆区 2024 年初三统一练习

## 数 学 2024.04

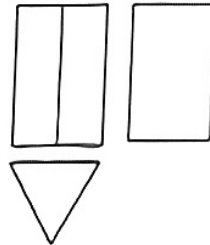
考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答。
------------------	--

### 一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱                      (B) 圆锥  
(C) 长方体                  (D) 三棱柱

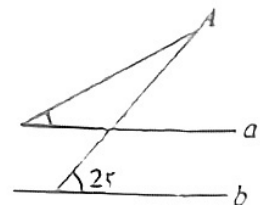


2. 截止 2024 年 2 月 18 日，在春节期间延庆区共接待游客 1320000 人，火盆锅、十字花柿为火热的延庆旅游春节档增添了流量。将 1320000 用科学记数法表示应为

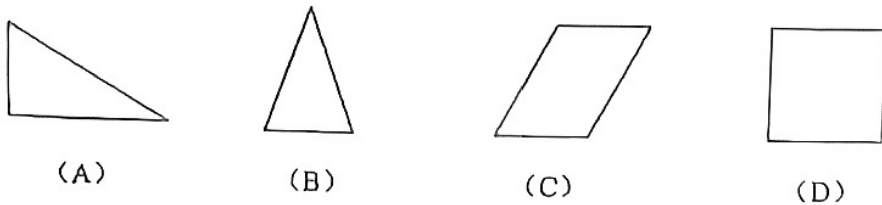
- (A)  $0.132 \times 10^7$       (B)  $1.32 \times 10^7$       (C)  $1.32 \times 10^6$       (D)  $13.2 \times 10^5$

3. 如图，直线  $a \parallel b$ ，若  $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数为

- (A)  $20^\circ$                       (B)  $30^\circ$   
(C)  $40^\circ$                       (D)  $50^\circ$



4. 下列图形，既是中心对称图形又是轴对称图形的是

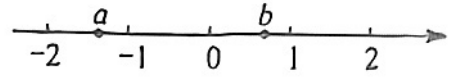


5. 正七边形的外角和是

- (A)  $180^\circ$                       (B)  $360^\circ$                       (C)  $900^\circ$                       (D)  $1260^\circ$

6. 实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论正确的是

- ( )  $a > -1$                       (B)  $b < 1$   
 ( )  $a > b$                           (D)  $a + b > 0$

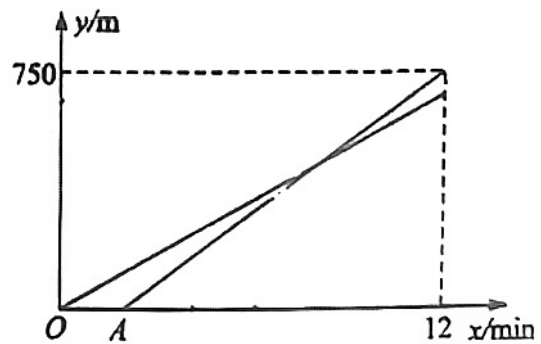


7. 不透明的盒子中装有黑白两个小球, 除颜色外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇动, 再从中随机摸出一个小球, 那么第一次摸出白球, 第二次摸出黑球的概率是

- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{3}{4}$

8. 小明和弟弟周末去图书馆. 二人先后从家出发沿同一条路匀速去往图书馆, 小明用 10min 到达图书馆, 弟弟比他早出发 2min, 但是在小明到达时弟弟还距离图书馆 30m. 设小明和弟弟所走的路程分别为  $y_1, y_2$ , 其中  $y_1, y_2$  与时间  $x$  之间的函数关系如图所示. 则下列结论正确的是

- ①小明家与图书馆之间的距离为 750m;  
 ②当小明出发时, 弟弟已经离家 120m;  
 ③小明每分钟比弟弟多走 10m;  
 ④小明出发 7 分钟后追上弟弟.



- (A) ①②                      (B) ①③  
 (C) ②③                      (D) ①②④

二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

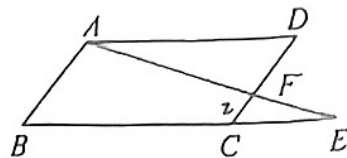
9. 若代数式  $\frac{1}{x-4}$  有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $x^3 - xy^2 =$ \_\_\_\_\_.

11. 方程  $\frac{2}{3x-1} = \frac{1}{x}$  的解为\_\_\_\_\_.

12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $A(1, y_1), B(3, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 的图象上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “>” “=” 或 “<”).

13. 如图,  $\square ABCD$  中, 延长  $BC$  至  $E$ , 使得  $CE = \frac{1}{2}BC$ .  
若  $CF=2$ , 则  $DF$  的长为\_\_\_\_\_.



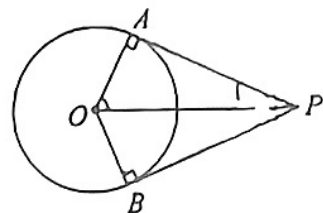
14. 某次射击训练中, 在同一条件下, 甲、乙两名运动员五次射击成绩如下表.

甲	8	6	7	7	7
乙	9	5	7	6	8

甲、乙二人射击成绩的平均数分别为  $\bar{x}_甲$ ,  $\bar{x}_乙$ , 方差分别为  $s_甲^2$ ,  $s_乙^2$ ,

则  $\bar{x}_甲$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $\bar{x}_乙$ ,  $s_甲^2$   $\underline{\hspace{1cm}}$   $s_乙^2$  (填 “>” “<” 或 “=”).

15. 如图,  $PA$ ,  $PB$  与  $\odot O$  分别相切于  $A$ ,  $B$  两点, 连接  $OA$ ,  
 $OB$ . 若  $\angle APB=48^\circ$ , 则  $\angle AOB$  的度数为\_\_\_\_\_.



16. 小明是某蛋糕店的会员, 他有一张会员卡, 在该店购买的商品均按定价打八五折. 周末他去蛋糕店, 发现店内正在举办特惠活动: 任选两件商品, 第二件打七折, 如果两件商品不同价, 则按照低价商品的价格打折, 并且特惠活动不能使用会员卡. 小明打算在该店购买两个面包, 他计算后发现, 使用会员卡与参加特惠活动两者的花费相差 0.9 元, 则\_\_\_\_\_花费较少 (直接填写序号: ①使用会员卡; ②参加特惠活动); 两个面包的定价相差\_\_\_\_\_元.

三、解答题 (共 68 分; 17-20 题, 每小题 5 分; 21 题 6 分; 22 题 5 分; 23 题 6 分; 24 题 5 分; 25-26 题, 每小题 6 分; 27-28 题, 每小题 7 分)

17. 计算:  $4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2x+1 \geq x, \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \end{cases}$$

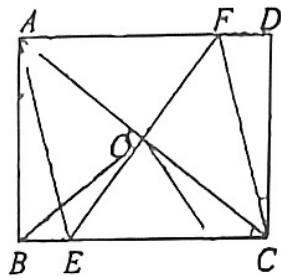
19. 已知  $x^2 - x - 3 = 0$ , 求代数式  $x(x-4) + (x+1)^2$  的值.

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$  有实数根, 且  $m$  为正整数, 求  $m$  的值及此时方程的根

21. 如图，在矩形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  的垂直平分线与边  $BC$ ， $AD$  分别交于点  $E$ ， $F$ ，连接  $AE$ ， $CF$ 。

(1) 求证：四边形  $AECF$  是菱形；

(2) 连接  $OB$ ，若  $AF=4$ ， $\tan \angle AEB = \sqrt{15}$ ，求  $OB$  的长。



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象经过点  $A(0, 1)$  和点  $B(3, 2)$ ：

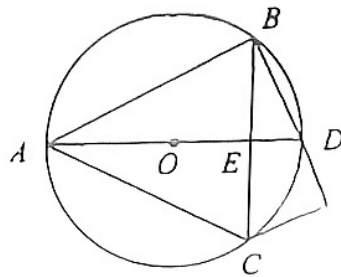
(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 当  $x < 3$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y=mx-1(m \neq 0)$  的值小于一次函数  $y=kx+b$  的值，直接写出  $m$  的取值范围。

23. 如图， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆， $\odot O$  的直径  $AD$  交  $BC$  于点  $E$ ，点  $D$  为  $BC$  的中点，连接  $BD$ 。

(1) 求证： $\angle DBC = \angle BAD$ ；

(2) 过点  $C$  作  $CF \perp BD$ ，交  $BD$  的延长线于点  $F$ ，若  $\cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $DF=3$ ，求  $AC$  的长。



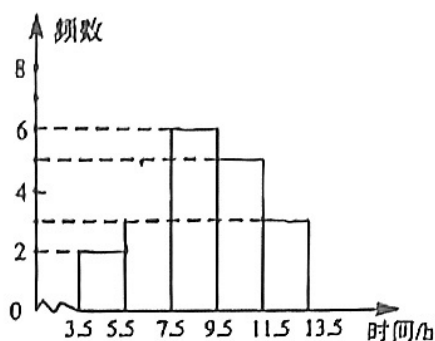
24. 某校七、八年级各有 400 名学生，为了解他们每学期参加社会实践活动的时间情况，现从七、八年级各随机抽取 20 名学生进行调查，下面给出部分信息.

a. 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据如下：

3, 4, 8, 9, 6, 8, 10, 11, 5, 7, 7, 11, 8, 10, 7, 8, 10, 5, 5

b. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的频数分布直方图如下：(数据分为

5 组： $3.5 \leq x < 5.5$ ,  $5.5 \leq x < 7.5$ ,  $7.5 \leq x < 9.5$ ,  $9.5 \leq x < 11.5$ ,  $11.5 \leq x < 13.5$ )



c. 八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据在  $7.5 \leq x < 9.5$  这一组的是：

时间/h	8	9
人数	4	2

根据以上信息，解答下列问题：

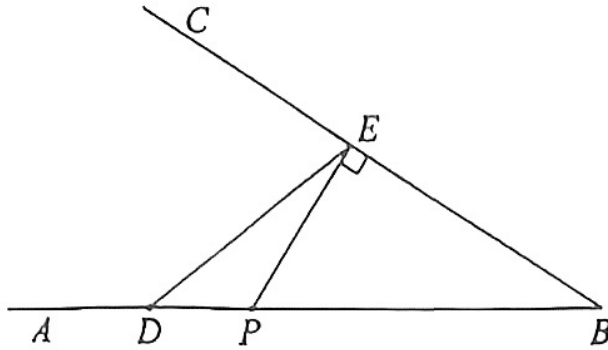
(1) 补全 b 中的频数分布直方图；

(2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是\_\_\_\_\_；

八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是\_\_\_\_\_；

(3) 为鼓励学生积极参加社会实践活动，对七、八年级在本学期参加社会实践活动时间不小于 8 小时的同学进行表彰，估计这两个年级共有多少同学受表彰？

25. 如图, 已知 $\angle ABC$ , 点 $D$ 是边 $AB$ 上一点, 且 $DB=6\text{cm}$ , 点 $P$ 是线段 $DB$ 上的动点, 过点 $P$ 作 $BC$ 的垂线, 垂足为 $E$ , 连接 $DE$ . 设 $DP=x$ ,  $DE=y$ .



通过分析发现可以用函数来刻画 $y$ 与 $x$ 之间的关系, 请将以下过程补充完整:

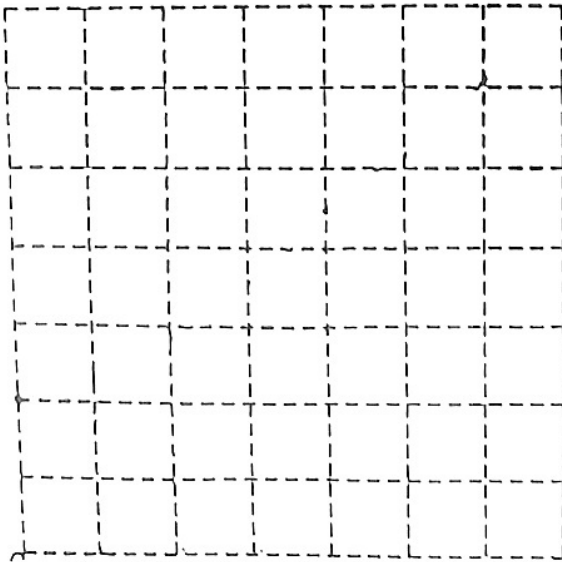
(1) 选点、画图、测量, 得到 $x$ 与 $y$ 的几组数值, 数据如下:

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y/\text{cm}$	2.0	2.2	2.8	3.5	4.3	5.1	$m$

(说明: 补全表格时相关数值保留一位小数);

(2) 自变量 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_;

(3) 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 画出此函数的图象;



(4) 结合函数图象解决问题: 当 $DE=2DP$ 时,  $DE$ 的长约为\_\_\_\_\_cm(结果精确到0.1).

16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(3, m)$ , 点  $B(5, n)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 上. 设抛物线的对称轴为直线  $x = t$ .

(1) 若  $m = n$ , 求  $t$  的值;

(2) 点  $C(x_0, p)$  在该抛物线上, 若对于  $0 < x_0 < 1$ , 都有  $m < n < p$ , 求  $t$  的取值范围.

27. 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  在线段  $AC$  上 (点  $D$  与点  $A$ 、点  $C$  不重合), 连接  $BD$ , 过点  $D$  作  $DB$  的垂线交直线  $AB$  于点  $E$ , 过点  $A$  作  $AB$  的垂线交直线  $DE$  于点  $F$ .

(1) 如图 1, 当点  $D$  在线段  $AC$  上时,

① 求证:  $\angle ABD = \angle AFD$ ;

② 用等式表示线段  $AB$ ,  $AD$ ,  $AF$  之间的数量关系并证明.

(2) 如图 2, 当点  $D$  在线段  $AC$  的延长线上时, 依题意补全图形, 并直接用等式表示线段  $AB$ ,  $AD$ ,  $AF$  之间的数量关系.

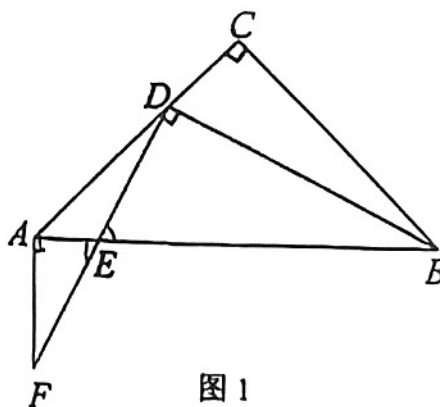


图 1

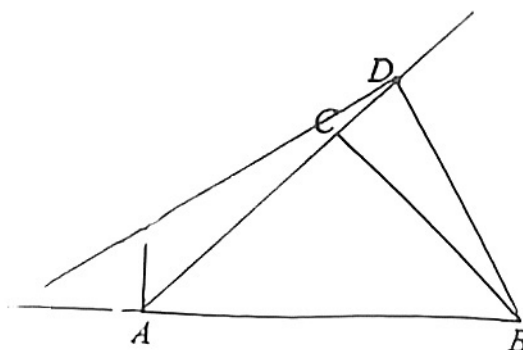


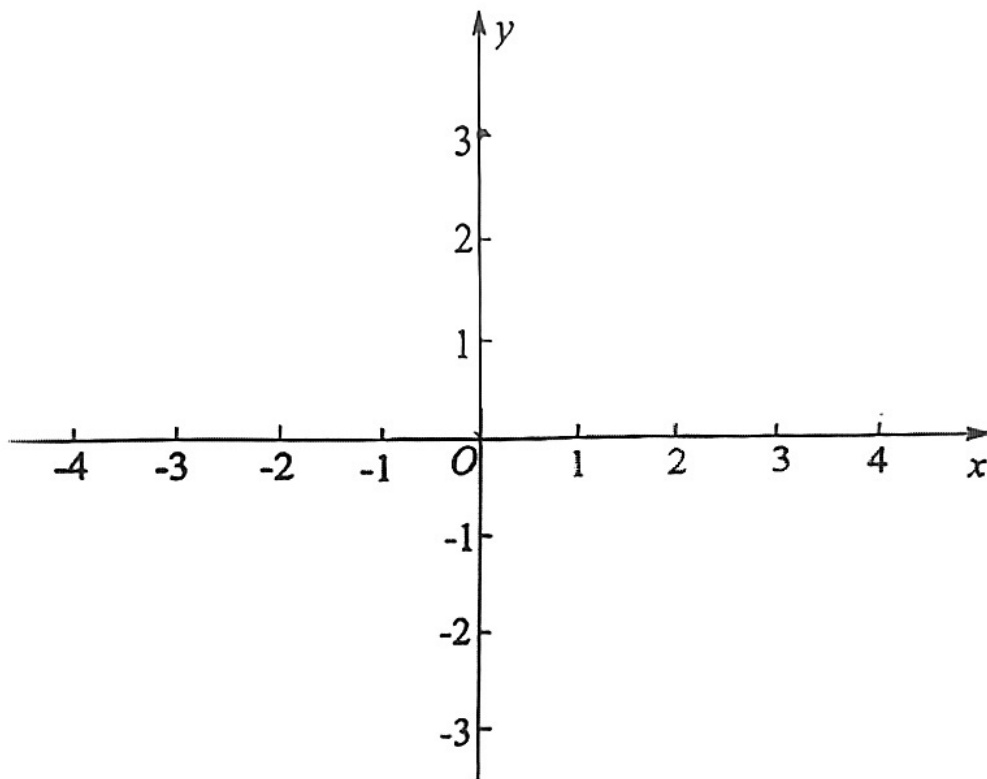
图 2

8. 我们规定：将图形  $M$  先向右平移  $a$  ( $a > 0$ ) 个单位，得到图形  $M'$ ，再作出图形  $M'$  关于直线  $x=b$  的对称图形  $M''$ ，则称图形  $M''$  是图形  $M$  的  $a, b$  平对图形.

(1) 已知点  $B(1, 2)$ ，若  $a=3, b=1$ ，则点  $B'$  的坐标是\_\_\_\_\_；点  $B''$  的坐标是\_\_\_\_\_；

(2) 已知点  $C(0, 3)$ ，它的平对图形  $C''(4, 3)$ ，求出  $a$  与  $b$  的数量关系；

(3) 已知  $\odot O$  的半径为 1，其中  $a \geq 1$ ，若存在实数  $b$ ，使  $\odot O$  的平对图形与直线  $y=ax+b$  有公共点，直接写出  $b$  的最小值及相应的  $a$  的值.





# 延庆区 2024 年初三统一练习

## 数学试卷答案 2024.04

### 第一部分 选择题

#### 一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	A

### 第二部分 非选择题

#### 二、填空题：（共 16 分，每小题 2 分）

9.  $x \neq 4$       10.  $x(x+y)(x-y)$       11.  $x=1$       12.  $>$   
 13. 4      14.  $=, <$       15. 132      16. ①, 6

#### 三、解答题（共 68 分）

17. 解：  $4 \sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$   
 $= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 3 + 2$  .....4 分  
 $= 5.$  .....5 分

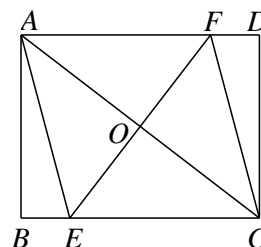
18. 解：  $\begin{cases} 2x+1 \geq x, \text{①} \\ \frac{x+3}{2} > 2x. \text{②} \end{cases}$   
 由①得，  $x \geq -1$ ; .....2 分  
 由②得，  $x < 1$ ; .....4 分  
 $\therefore$  原不等式组的解集为：  $-1 \leq x < 1.$  .....5 分

19. 解：  $x(x-4) + (x+1)^2$   
 $= x^2 - 4x + x^2 + 2x + 1$   
 $= 2x^2 - 2x + 1$   
 $= 2(x^2 - x) + 1.$  .....3 分  
 $\because x^2 - x - 3 = 0,$   
 $\therefore x^2 - x = 3.$  .....4 分  
 $\therefore$  原式=7. .....5 分

20. 解:  $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$  有实数根,  
 $\therefore \Delta \geq 0$ .  
 $\because a=1, b=-4, c=3m+1$ ,  
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(3m+1) = 12 - 12m \geq 0$ .  
 $\therefore m \leq 1$ . .....2 分  
 $\because m$  为正整数,  
 $\therefore m = 1$ . .....3 分  
 $\therefore$  此时的方程为:  $x^2 - 4x + 4 = 0$ . .....4 分  
 $\therefore$  方程的解为:  $x_1 = x_2 = 2$ . .....5 分

21. (1) 证明:  $\because$  矩形  $ABCD$ ,

- $\therefore AF \parallel EC$ ,  
 $\therefore \angle FAC = \angle ACE$ .  
 $\because EF$  的垂直平分  $AC$ ,  
 $\therefore AO = CO, \angle AOF = \angle EOC = 90^\circ$ .  
 $\therefore \triangle AOF \cong \triangle EOC$ .  
 $\therefore AF = EC$ .  
 $\therefore$  四边形  $AECF$  为平行四边形.  
 $\because \angle AOF = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  平行四边形  $AECF$  为菱形. ....3 分



(2) 解:  $\because$  菱形  $AECF$ ,

- $\therefore AF = AE = EC = 4$ .  
 $\because$  矩形  $ABCD$ ,  
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$ .  
 $\because \tan \angle AEB = \sqrt{15}$ ,  
 $\therefore \frac{AB}{EB} = \sqrt{15}$ .  
 设  $BE = x$ , 则  $\sqrt{15}x$ ,  
 在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中, 由勾股定理得  $AB^2 + BE^2 = AE^2$ ,  
 $\therefore x = 1$ .  
 $\therefore BE = 1, BC = 5$ .  
 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 由勾股定理得  $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ,  
 $\therefore AC = 2\sqrt{10}$ .  
 $\therefore OB = \frac{1}{2}AC = \sqrt{10}$ . .....6 分

22. 解: (1)  $\because$  一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象经过点  $A(0, 1)$  和点  $B(3, 2)$ ,

$$\therefore \begin{cases} 1=b, \\ 2=3k+b. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b=1, \\ k=\frac{1}{3}. \end{cases}$$

$\therefore$  一次函数表达式为  $y=\frac{1}{3}x+1$ . .....3 分

(2)  $m$  的取值范围是  $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ . .....5 分

23. (1) 证明:

$\because$  点  $D$  为  $\widehat{BC}$  的中点,

$\therefore$  弧  $CD$ =弧  $BD$ .

$\therefore \angle BDA = \angle CDA$ . .....2 分

(2)  $\because \cos \angle DBC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$\therefore \angle DBC = 30^\circ$ .

$\because AD$  是  $\odot O$  的直径,  $AD \perp BC$ ,

$\therefore \angle ABD = 90^\circ$ .

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$ .

$\because$  弧  $AB$ =弧  $AC$ ,

$\therefore AB=AC$ .

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形.

$\therefore AC=BC$ .

$\because \angle DBC = \angle DAC = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD = 30^\circ$ .

$\therefore \angle BDA = \angle ADC = 60^\circ$ .

$\therefore \angle CDF = 60^\circ$ .

$\because CF \perp BD$ ,

$\therefore \angle DCF = 30^\circ$ .

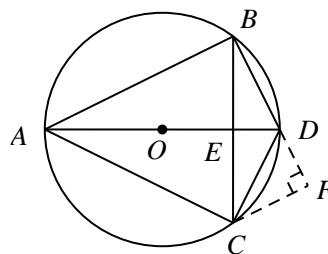
$\because DF=3$ ,

$\therefore DC=6$ .

$\therefore AD=12$ .

$\therefore AC=BC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ .

$\therefore AC$  的长是  $6\sqrt{3}$ . .....6 分



24. 解：(1) 图略； .....1分

(2) 七年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的众数是 9； .....2分

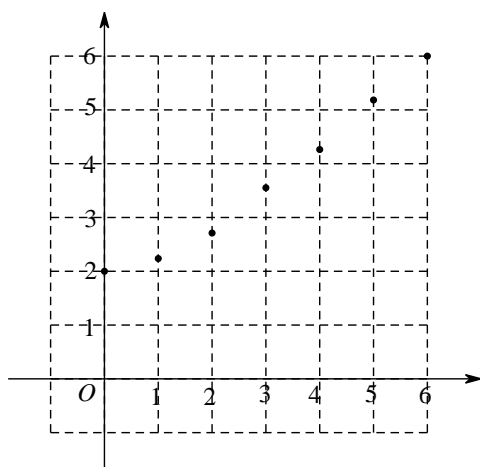
八年级 20 名学生参加社会实践活动时间的数据的中位数是 8.5； .....3分

(3) 估计这两个年级共有 500 名同学受表彰。 .....5分

25. 解：(1) 表中的  $m$  的值为 6.0； .....1分

(2)  $x$  的取值范围是  $0 \leq x \leq 6$ ； .....3分

(3)



.....5分

(3)  $DE$  的长约为 2.4 cm. ....6分

26. (1) 解：∵ 点  $A(3, m)$ ，点  $B(5, n)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$  上，且  $m = n$ ，

抛物线的对称轴为  $x = t$ ，

$$\therefore 5 - t = t - 3.$$

$$\therefore t = 4.$$

.....2分

(2) ∵ 点  $A(3, m)$ ，点  $B(5, n)$ ，点  $C(x_0, p)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$  上，

$$\therefore m = 9a + 3b + c,$$

$$n = 25a + 5b + c,$$

$$p = ax_0^2 + bx_0 + c.$$

.....3分

$$\therefore m < n < p,$$

$$\therefore m < n \text{ 且 } n < p.$$

① 当  $m < n$  时，有  $9a + 3b + c < 25a + 5b + c$ ，

$$\therefore 9a + 3b < 25a + 5b.$$

$$\therefore 8a + b > 0.$$

$$\therefore b > -8a.$$

$\because a > 0.$

$\therefore -a < 0.$

$\therefore \frac{b}{-2a} < 4.$

$\because -\frac{b}{2a} = t,$

$\therefore t < 4.$

.....4分

②当  $n < p$  时, 有  $25a + 5b + c < ax_0^2 + bx_0 + c,$

$\therefore 5b - bx_0 < ax_0^2 - 25a.$

$\therefore b(5 - x_0) < a(x_0 + 5)(x_0 - 5).$

$\because 0 < x_0 < 1,$

$\therefore b < a(x_0 + 5).$

$\therefore -\frac{b}{2a} > \frac{x_0 + 5}{2}.$

$\therefore t \geq 3.$

.....5分

综上:  $3 \leq t < 4.$

.....6分

27. (1) ①证明:  $\because DB \perp DE, AF \perp AB,$

$\therefore \angle BDE = \angle EAF = 90^\circ.$

$\therefore \angle DBE + \angle DEB = \angle AFE + \angle AEF.$

$\because \angle DEB = \angle AEF,$

$\therefore \angle DBE = \angle AFE.$

.....2分

②过点  $D$  作  $DG \perp AC$ , 交  $AB$  于  $G,$

$\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \angle DAG = \angle DGA = 45^\circ.$

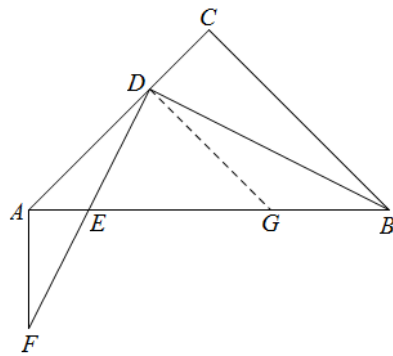
$\therefore AD = DG, \angle DGB = \angle DAF = 135^\circ.$

$\because \angle ADG = \angle BDF = 90^\circ,$

$\therefore \angle DAF = \angle BDG.$

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle BDG.$

$\therefore AF = BG.$



在  $\text{Rt}\triangle ADG$  中, 由勾股定理得,  $AG = \sqrt{2}AD.$

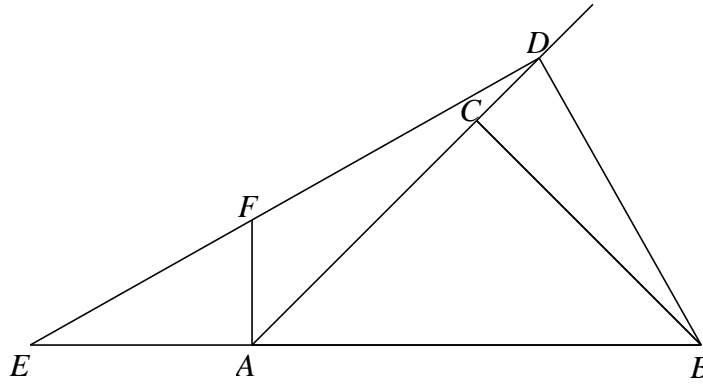
.....4分

$\because AB = AG + BG,$

$\therefore AB = \sqrt{2}AD + AF.$

.....5分

(2)



.....6分

$$AB = \sqrt{2}AD - AF.$$

.....7分

28. 解: (1) 点  $B'$  的坐标是  $(4, 2)$ ; 点  $B''$  的坐标是  $(-2, 2)$ ; .....2分

(2)  $\because$  点  $C(0, 3)$ , 它的平对图形  $C''(4, 3)$ ,

$\therefore$  设  $C(0, 3)$  向右平移  $a$  个单位长度, 得到  $C'(a, 3)$ ,  $C'$  关于直线  $x=b$  的对称图形  $C''$ ,

$$\therefore 4 - b = b - a.$$

$$\therefore 2b - a = 4.$$

.....4分

(3)  $b$  的最小值为  $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$ , 相应的  $a$  的值为 1.

.....7分