2024北京海淀初三一模

数　　学

2024.04

学校________姓名__________准考证号________

考生须知	1.本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2.在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色自己签字笔作答。 5.考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

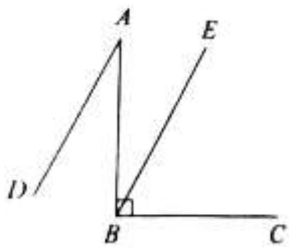
1.下列几何体放置在水平面上，其中俯视图是圆的几何体为

(A)　　(B)　　(C)　　(D)

2.据报道，2024 年春节假期北京接待游客约 1750 万人次，旅游收入同比增长近四成.将 17 500 000 用科学记数法表示应为

(A)175×10^5　　(B)1.75×10^6　　(C)1.75×10^7　　(D)0.175×10^8

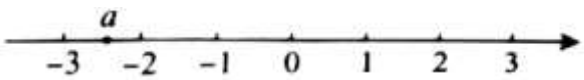
3.如图，AB⊥BC，AD∥BE，若∠BAD=28°，则∠CBE 的大小为



(A)66°　　(B)64°

(C)62°　　(D)60°

4.实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



(A)a⩾-2　　(B)a<-3　　(C)-a>2　　(D)-a⩾3

5.每一个外角都是 40°的正多边形是

（A）正四边形　　（B）正六边形　　（C）正七边形　　（D）正九边形

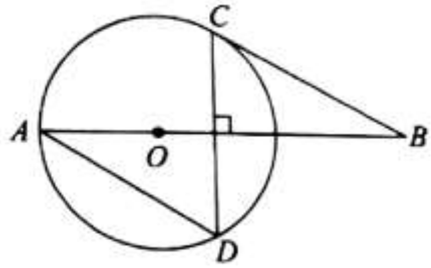
6.若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 m 的值为

(A)1　　(B)-1　　(C)4　　(D)-4

7.现有三张背面完全一样的扑克牌，它们的正而花色分别为◆，♥，♥，若将这三张扑克牌背面朝上，洗匀后从中碗机抽取两张，则抽取的两张牌花色相同的概率为

(A) $\frac{1}{6}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{2}{3}$

8.如图.AB经过圆心O，CD是⊙O的一条弦，CD⊥AB，BC是⊙O的切线.再从条件①，条件②，条件③中选择一个作为已知，便得AD=BC.



条件①：CD平分AB

条你②:OB=$\sqrt{3}$OA

条件③：AD^2=AO・AB

则所有可以添加的条件序号是

(A) ①　　(B) ①③　　(C) ②③　　(D) ①②③

第二部分　非选择题

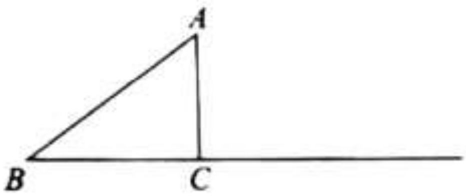
二、填空题(共16分，每题2分)

9.若代数式$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则实数x的取值范围是_______.

10.分解因式：a^3-4a=_______.

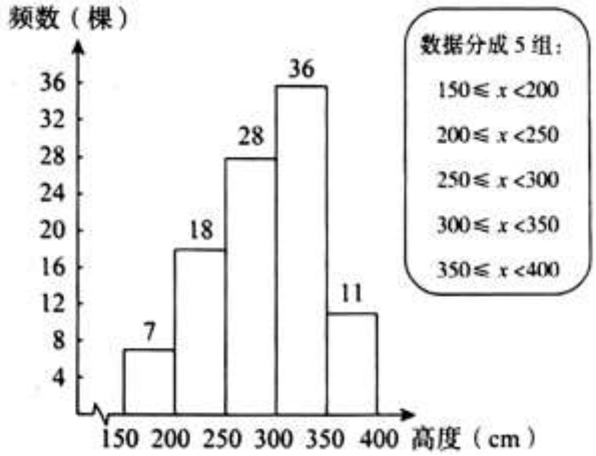
11.方程$\frac{1}{x}=\frac{2}{3x-1}$ 的解为_______.

12.在平面直角坐标系 xOy 中,若函数$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的图象经过点$A(a，2)$和$B(b，-2)$.则$a+b$的值为_______.

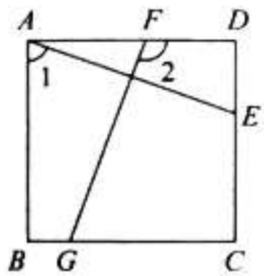


13.如图，在△ABC中，∠ACB=90°,AB=5,AC=3.点D在射线BC上运动(不与点B重合).当BD的长为______时,AB=AD.

14.某实验基地为全面掌握“无絮杨”树苗的生长规律，定期对2000棵该品种树苗进行抽测.近期从中随机抽测了100棵树苗，获得了它们的高度x(单位：cm).数据经过整理后绘制的频数分布直方图如右图所示.若高度不低于300cm的树苗为长势良好，则估计此时该基地培育的2000棵“无絮杨”树苗中长势良好的有_________棵.



15.如图，在正方形ABCD中.点E，F，G分别在边CD，AD，BC上，FD<CG.若FG=AE，∠1=a，则∠2的度数为_____（用含a的式子表示）.



16.2019年11月，联合国教科文组织将每年的3月14日定为“国际数学日”，也被许多人称为“π节”.某校今年“π节”策划了五个活动，规则见下图:

“π节”活动规则

- 活动前每人先发放一枚“π币”
- 每参与一个活动消耗一枚“π币”
- 没有“π币”不能参与活动
- 每个活动至多参与一次
- 挑战成功，按右表发放奖励
- 挑战失败，谢谢参与

活动名称	奖励的“π币”数量/枚
24点	2
数独	2
华容道	3
魔方	3
鲁班锁	4

小云参与了所有活动.

（1）若小云只挑战成功一个，则挑战成功的活动名称为__________;

（2）若小云共挑战成功两个，且她参与的第四个活动成功，则小云最终剩下的“π币”数量的所有可能取值为______.

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题,每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题,每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.计算：$2\sin 60°+|-1|+(\frac{1}{2})^{-1}-\sqrt{12}$

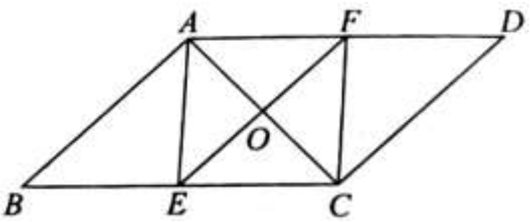
18.解不等式组：$\begin{cases}4x-3<5,\\ \dfrac{2x+1}{3}>2-x.\end{cases}$

19.已知$b^{2-}4a=0$,求代数式$\dfrac{4a+1}{(b-1)^2+2b}$的值.

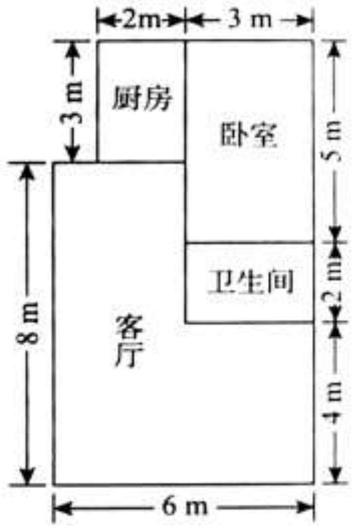
20.如图，在▱ABCD 中，O 为 AC 的中点，点 E，F 分别在 BC，AD 上，EF 经过点 O，AE=AF.

(1)求证：四边形 AECF 为菱形;

(2)若 E 为 BC 的中点，AE=3，AC=4.求 AB 的长.



21.下图是某房屋的平面示意图.房主准备将客厅和卧室地面铺设木地板，厨房和卫生间地面铺设瓷砖.将房间地面全部铺设完预计需要花费 10 000 元，其中包含安装费 1270 元.若每平方米木地板的瓷砖的价格之比是 5:3，求每平方米木地板和瓷砖的价格.



22.在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b(k\neq0)$的图象经过点 A(1，2)和 B(0，1).

(1)求该函数的解析式；

(2)当 $x<1$ 时.对于 x 的每一个值，函数 $y=mx-1(m\neq0)$的值小于函数 $y=kx+b(k\neq0)$的值，直接写出 m 的取值范围.

23.商品成本影响售价，为避免因成本波动导致售价剧烈波动，需要控制售价的涨跌幅.下面给出了商品售价和成本（单位：元）的相关公式和部分信息：

a.计算商品售价和成本涨跌幅的公式分别为：

$$\text{售价涨跌幅}=\frac{\text{当周售价}-\text{前周售价}}{\text{前周售价}}\times100\%，\text{成本涨跌幅}=\frac{\text{当周成本}-\text{前周成本}}{\text{前周成本}}\times100\%;$$

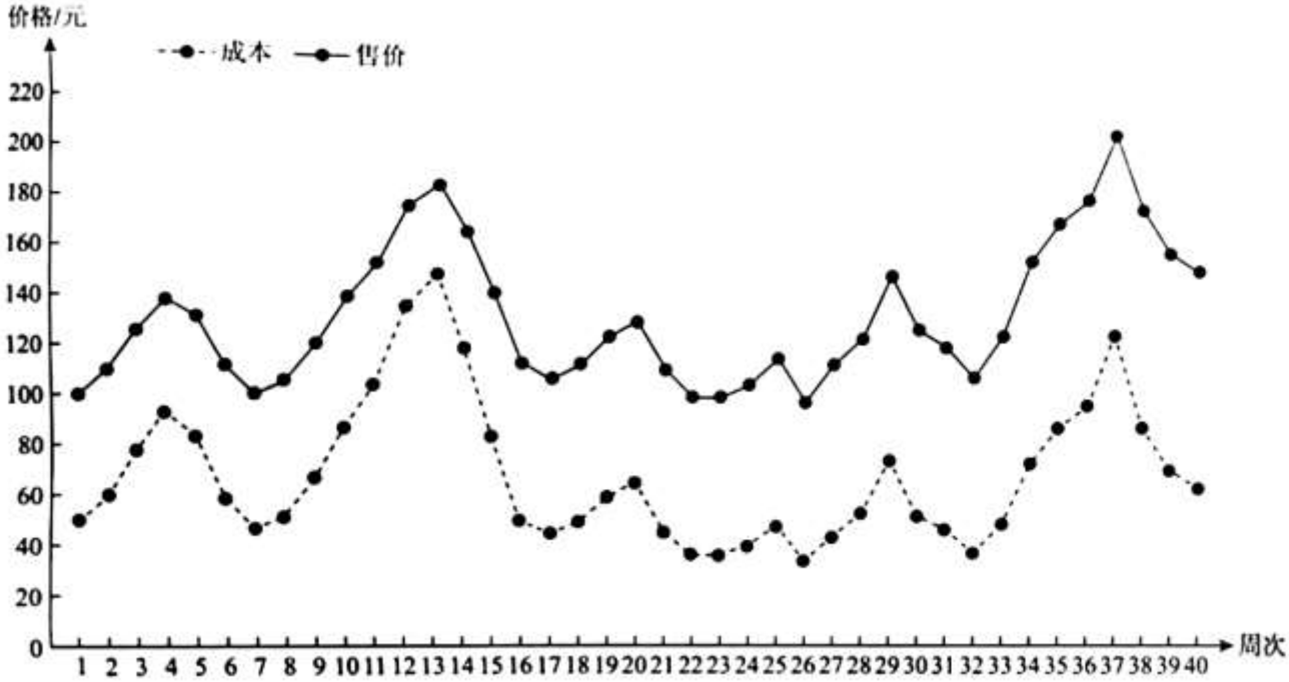
b.规定当周售价涨跌幅为当周成本涨跌幅的一半；

c.甲、乙两种商品成本与售价信息如下：

甲商品的成本与售价信息表

	第一周	第二周	第三周	第四周	第五周
成本	25	50	25	40	20
售价	40	m	45	n	p

乙商品的成本与售价统计图



根据以上信息，回答下列问题：

（1）甲商品这五周成本的平均数为___________,中位数为___________;

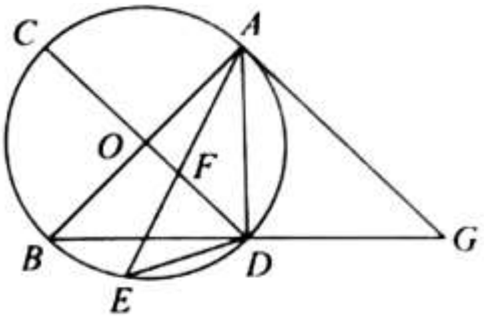
（2）表中 m 的值为____________,从第三周到第五周，甲商品第_______周的售价最高；

（3）记乙商品这 40 周售价的方差为 S_1^2，若将规定“当周售价涨跌福为当周成本涨跌福的一半”更改为“当周售价涨跌幅为当周成本涨跌辐的四分之一”，重新计算每周售价，记这 40 周新售价的方差为 S_2^2,则 S_1^2 ____ S_2^2；（填“>”“=”或“<”）.

24.如图.AB、CD 均为⊙O 的直径.点 E 在$\widehat{BD}$上，连接 AE，交 CD 于点 F,连 DE，∠EDB+∠EAD=45°,点 G 在 BD 的延长线上，AB=AG.

(I)求证：AG 与⊙O 相切；

(2)若 BG= $4\sqrt{5}$， $\tan\angle EDB=\dfrac{1}{3}$，求 EF 的长.



25.某校为培养学生的阅读习惯，发起“阅读悦听”活动，现有两种打卡奖励方式：

方式一：每天打卡可领取 60min 听书时长；

方式二：第一天打卡可领取 5min 听书时长，之后每天打卡领取的听书时长是前一天的 2 倍.

（1）根据上述两种打卡奖励方式补全表二：

表一　每天领取听书时长

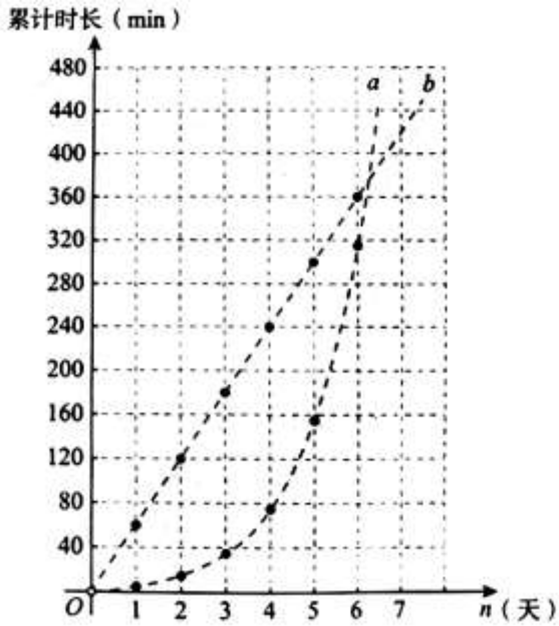
天数	1	2	3	4	⋯	n
方式一	60	60	60	60	⋯	60
方式二	5	5×2	5×4	5×8	⋯	$5\times2^{n-1}$

表二　累计领取听书时长

天数	1	2	3	4	⋯	n
方式一	60	120	180	240	⋯	
方式二	5×2-5	5×4-5	5×8-5	5×16-5	⋯	

（2）根据表二，以天数 n 为横坐标，以该天累计领取的听书时长为纵坐标，绘制了相应的点，并用虚线表达了变化趋势.其中表示方式二变化趋势的虚线是________（填 a 或 b）,从第_______天完成打卡时开始，选择方式二累计领取的听书时长超过方式一；

（3）现有一本时长不超过 60min 的有声读物，小云希望通过打卡领取该有声读物.若选择方式二比选择方式一所需的打卡天数多两天，则这本有声读物的时长 t（单位：min）的取值范围是______.



26.在平面坐标系 xOy 中，点$(m，n)$在抛物线 $y=ax^2+bx(a>0)$ 上，其中 $m\neq0$.

(1)当 $m=4$，$n=0$ 时.求抛物线的对称轴；

(2)已知当 $0<m<4$ 时，总有 $n<0$.

①求证：$4a+b\leqslant0$;

②点 $P(k,y_1),Q(3k,y_2)$ 在该抛物线上，是否存在 a，b，使得当 $1<k<2$ 时，都有 $y_1<y_2$?若存在，求出 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的数量关系；若不存任，说明理由.

27.在△ABC 中.∠ACB=90°,∠ABC=30°，将线段 AC 绕点 A 顺时针旋转 α((0°＜α≤60°)得到线段 AD.点 D 关于直线 BC 的对称点为 E.连接 AE，DE.

(1)如图 1，当 α=60°时，用等式表示线段 AE 与 BD 的数量关系，并证明；

(2)连接 BD，依题意补全图 2.若 AE=BD，求 α 的大小.

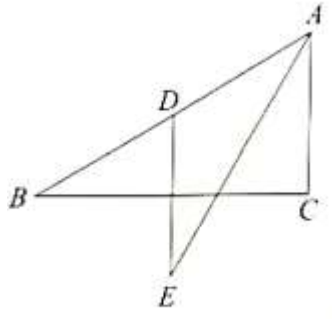


图1

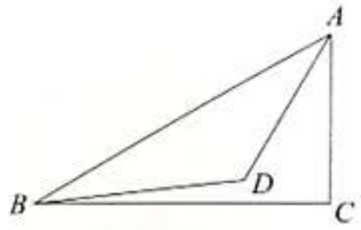


图2

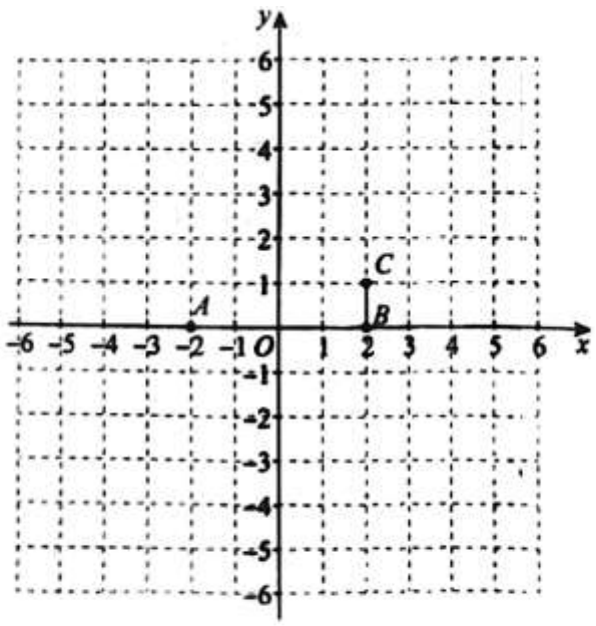
28.在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 M 与图形 N 给出如下定义：P 为图形 N 上任意一点，将图形 M 绕点 P 顺时针旋转 $90°$ 得到 M'，将所有 M' 组成的图形记作 M'，称 M' 是图形 M 关于图形 N 的“关联图形”.

(1)已知 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，$C(2,t)$，其中 $t\neq 0$.

①若 $t=1$，请在图中画出点 A 关于线段 BC 的“关联图形”;

②若点 A 关于线段 BC 的“关联图形”与坐标轴有公共点.立接写出 t 的取值范围;

(2)对于平面上一条长度为 a 的线段和一个半径为 r 的圆，点 S 在线段关于圆的“关联图形”上，记点 S 的纵坐标的最大值和最小值的差为 d，当这条线段和圆的位置变化时，直接写出 d 的取值范围(用含 a 和 r 的式子表示).



海淀区九年级第二学期期中练习

数学试卷参考答案

第一部分　选择题

一、选择题 （共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	C	D	A	B	B

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x\ge 1$　　10．$a(a-2)(a+2)$

11．$x=1$　　12．0

13．8　　14．940

15．$180^\circ-\alpha$　　16．（1）鲁班锁;（2）1，2，3

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式$=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1+2-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}+1+2-2\sqrt{3}$

$=3-\sqrt{3}$.

18. 解：原不等式组为$\begin{cases}4x-3<5, & ①\\ \dfrac{2x+1}{3}>2-x. & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<2$.

解不等式②，得 $x>1$.

∴原不等式组的解集为$1<x<2$.

19. 解：　原式$=\dfrac{4a+1}{b^2-2b+1+2b}$

$=\dfrac{4a+1}{b^2+1}$.

$\because b^2-4a=0$，

$\therefore b^2=4a$.

$\therefore$原式$=\dfrac{4a+1}{4a+1}$

$=1$.

20.（1）证明：$\because$四边形$ABCD$为平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$.

$\therefore \angle AFO=\angle CEO$， $\angle FAO=\angle ECO$.

$\because O$为AC的中点，

$\therefore AO=CO$.

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$.

$\therefore AF=EC$.

$\because AF \parallel EC$，

$\therefore$ 四边形$AECF$为平行四边形.

$\because$ $AE=AF$，

$\therefore$ 四边形$AECF$为菱形.

（2）解：$\because O$为AC的中点， $AC=4$，

$\therefore OA=\dfrac{1}{2}AC=2$.

$\because$四边形$AECF$为菱形，

$\therefore AC \perp EF$.

$\therefore \angle AOE=90^\circ$.

$\therefore$ 在Rt$\triangle AOE$中，由勾股定理得$OE=\sqrt{AE^2-OA^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

$\because$ E为BC的中点，

$\therefore AB=2OE=2\sqrt{5}$.

21. 解：设每平方米木地板的价格为$5x$元，则每平方米瓷砖的价格为$3x$元.

由题意可得， $12\times 3x+(36+15)\times 5x=10000-1270$.

解得 $x=30$.

$\therefore 5x=150$， $3x=90$.

答：每平方米木地板的价格为150元，每平方米瓷砖的价格为90元.

22．解：（1）∵函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(1,2)$ 和 $B(0,1)$，

∴ $\begin{cases} k+b=2, \\ b=1. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=1, \\ b=1. \end{cases}$

∴该函数的解析式为 $y=x+1$.

（2）$1\leq m\leq 3$.

23．解：（1）32，25；

（2） 60，四；

（3） ＞.

24.（1）证明：∵ $BE=BE$，

∴ $\angle BAE=\angle BDE$.

∵ $\angle EDB+\angle EAD=45°$，

∴ $\angle BAE+\angle EAD=45°$，即 $\angle BAD=45°$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ADB=90°$.

∴ $AD\perp BG$.

∵ $AB=AG$，

∴ $\angle BAD=\angle GAD=45°$.

∴ $\angle BAG=90°$.

∴ $AB\perp AG$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ AG 与⊙O 相切.

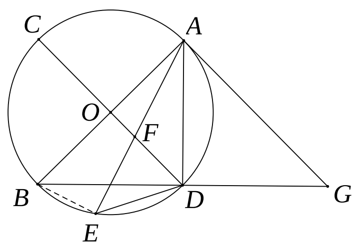
（2）解：连接 BE，如图.

∵ $AB=AG$， $AD\perp BG$， $BG=4\sqrt{5}$，

∴ $BD=\frac{1}{2}BG=2\sqrt{5}$.

在 Rt△ADB 中， $\angle ADB=90°$， $\angle BAD=45°$，可得 $AB=2\sqrt{10}$.

∴ $OA=\frac{1}{2}AB=\sqrt{10}$.



∵ $\angle BAE=\angle BDE$，

∴ $\tan\angle BAE=\tan\angle BDE=\frac{1}{3}$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

$\therefore \angle AEB = 90°$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中， $\tan\angle BAE = \dfrac{1}{3}$，可得 $BE = \dfrac{1}{3}AE$.

由勾股定理得 $BE^2 + AE^2 = AB^2$.

$\therefore (\dfrac{1}{3}AE)^2 + AE^2 = (2\sqrt{10})^2$.

$\therefore AE = 6$.

$\because \angle BOD = 2\angle BAD = 90°$.

$\therefore \angle AOF = 90°$.

在 Rt$\triangle AOF$ 中， $\tan\angle BAE = \dfrac{1}{3}$， $OA = \sqrt{10}$，可得 $OF = \dfrac{\sqrt{10}}{3}$.

由勾股定理得 $AF = \sqrt{OA^2 + OF^2} = \dfrac{10}{3}$.

$\therefore EF = AE - AF = 6 - \dfrac{10}{3} = \dfrac{8}{3}$.

25. 解：（1） $60n$， $5\times 2^n - 5$；

（2） a，7；

（3）$15 < t \le 35$.

26. 解：（1）由题意可知，点 $(4,0)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx\ (a > 0)$ 上，

$\therefore 16a + 4b = 0$.

$\therefore b = -4a$.

$\therefore \dfrac{b}{-2a} = \dfrac{-4a}{-2a} = 2$.

$\therefore$抛物线的对称轴为直线 $x = 2$.

（2）① 法一：

令 $y = 0$，则 $ax^2 + bx = 0\ (a > 0)$.

解得 $x = 0$ 或 $x = -\dfrac{b}{a}$.

$\therefore$抛物线 $y = ax^2 + bx\ (a > 0)$ 与 x 轴交于点 $(0,0)$， $(-\dfrac{b}{a},0)$.

$\because a > 0$，

$\therefore$抛物线开口向上.

（ⅰ）当 $b < 0$ 时， $-\dfrac{b}{a} > 0$.

∴当$0<x<-\frac{b}{a}$时，$y<0$；当$x<0$或$x>-\frac{b}{a}$时，$y>0$.

∵当$0<m<4$时，总有$n<0$.

∴$-\frac{b}{a}\geq 4$.

∵$a>0$，

∴$4a+b\leq 0$.

（ii）当$b>0$时，$-\frac{b}{a}<0$.

∴当$-\frac{b}{a}<x<0$时，$y<0$；当$x<-\frac{b}{a}$或$x>0$时，$y>0$.

∴当$0<m<4$时，$n>0$，不符合题意.

综上，$4a+b\leq 0$.

法二：

∴由题意可知，$am^2+bm=n$.

若$n<0$，则$am^2+bm=m(am+b)<0$.

∵$m>0$，

∴$am+b<0$.

∵$a>0$，

∴$m<-\frac{b}{a}$.

∴当$0<m<-\frac{b}{a}$时，$n<0$.

∵当$0<m<4$时，总有$n<0$.

∴$-\frac{b}{a}\geq 4$.

∵$a>0$，

∴$4a+b\leq 0$.

② 存在.

设抛物线的对称轴为$x=t$，则$t=-\frac{b}{2a}$.

∵$a>0$，

∴当$x\geq t$时，y随x的增大而增大；当$x\leq t$时，y随x的增大而减小.

∵$1<k<2$，

$\therefore 3 < 3k < 6$， $k < 3k$.

（ⅰ）当$t \le 1$时，

$\because t \le k < 3k$.

$\therefore y_1 < y_2$，符合题意.

（ⅱ）当$1 < t \le 2$时，

当$t \le k < 2$时，

$\because t < k < 3k$.

$\therefore y_1 < y_2$.

当$1 < k < t$时，

设点$P(k，y_1)$关于抛物线对称轴$x = t$的对称点为点$P'(x_0, y_1)$，

则$x_0 > t$， $t - k = x_0 - t$.

$\therefore x_0 = 2t - k$.

$\because 1 < k < t$， $1 < t \le 2$，

$\therefore 2t - k < 3$.

$\therefore t < x_0 < 3$.

$\because 3 < 3k < 6$.

$\therefore t < x_0 < 3k$.

$\therefore y_1 < y_2$.

$\therefore$当$1 < t \le 2$时，符合题意.

（ⅲ）当$2 < t \le 3$时，

令$k = \dfrac{1}{2}t$， $3k = \dfrac{3}{2}t$， 则$y_1 = y_2$，不符合题意.

（ⅳ）当$3 < t < 6$时，

令$3k = t$， 则$k < 3k \le t$.

$\therefore y_1 > y_2$，不符合题意.

（ⅴ）当$t \ge 6$时，

$\because k < 3k < t$，

$\therefore y_1 > y_2$，不符合题意.

$\therefore$ 当$t \le 2$，即$-\dfrac{b}{2a} \le 2$时，符合题意.

$\because a > 0$，

$\therefore 4a + b \ge 0$.

由①可得$4a + b \le 0$.

$\therefore 4a + b = 0$.

27.（1）线段AE与BD的数量关系：$AE = \sqrt{3}BD$.

证明：连接BE，如图1.

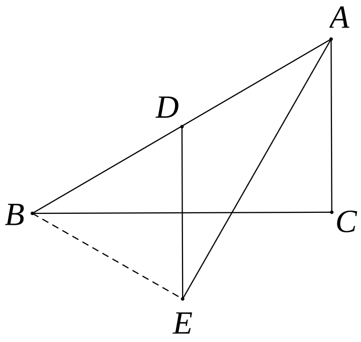


图1

$\because$点D，E关于直线BC对称，

$\therefore$直线BC是线段DE的垂直平分线.

$\therefore BD = BE$.

$\therefore \angle DBC = \angle EBC = 30^\circ$.

$\therefore \angle DBE = 60^\circ$.

$\therefore \triangle DBE$是等边三角形.

$\therefore BD = BE = DE$，$\angle BDE = \angle BED = 60^\circ$.

$\because \triangle ABC$中，$\angle ACB = 90^\circ$，$\angle ABC = 30^\circ$，

$\therefore AB = 2AC$.

依题意，得$AD = AC$，点D在AB上.

$\therefore AB = 2AD$.

$\therefore BD = AD$.

$\therefore DE = AD$.

$\therefore \angle DAE = \angle DEA = 30^\circ$.

$\therefore \angle BEA = 90^\circ$.

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，$\dfrac{AE}{BE} = \tan\angle ABE = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

$\therefore AE = \sqrt{3}BE$.

$\therefore AE = \sqrt{3}BD$.

（2）依题意补全图2，如图.

方法一：

解：延长 AC 至 F，使 $CF=AC$，连接 BF， BE， EF， CD， CE，如图 2.

∵ $\angle ACB=90^{\circ}$，

∴ $AB=BF$.

∵ $\angle BAC=60^{\circ}$，

∴ $\triangle ABF$ 是等边三角形.

∴ $AB=AF=BF$，$\angle BFC=60^{\circ}$.

∵点 D，E 关于直线 BC 对称，

∴直线 BC 是线段 DE 的垂直平分线.

∴ $BD=BE$， $CD=CE$.

∴ $\angle DCB=\angle ECB$.

∵ $\angle ACB=\angle DCF=90^{\circ}$，

∴ $\angle DCA=\angle ECF$.

∵ $AC=FC$，

∴ $\triangle DAC\cong\triangle EFC$.

∴ $\angle CAD=\angle CFE$.

∵ $AE=BD$，

∴ $BE=AE$.

∵ $EF=EF$，$BF=AF$，

∴ $\triangle BEF\cong\triangle AEF$.

∴ $\angle BFE=\angle AFE=30^{\circ}$.

∴ $\angle CAD=\angle AFE=30^{\circ}$.

∴ $\alpha=30^{\circ}$.

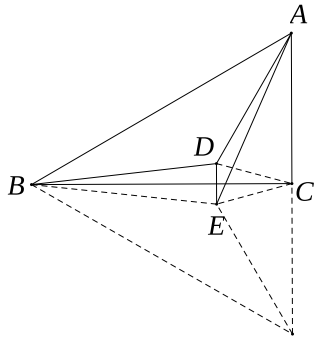


图 2

方法二：

解：如图 3，取 AB 中点 F，连接 DF， BE， CD， CE，设 $\angle DBC=\beta$.

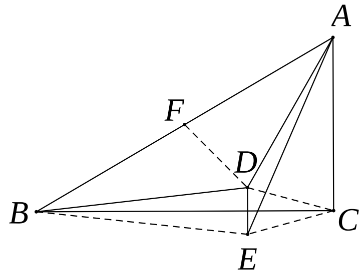


图 3

∵点 D，E 关于直线 BC 对称，

∴直线 BC 是线段 DE 的垂直平分线.

∴ $BD=BE$， $CD=CE$.

∴ $\angle DBC=\angle EBC=\beta$.

∴ $\angle EBA=30°+\beta$， $\angle DBA=30°-\beta$.

∵ $AE=BD$,

∴ $AE=BE$.

∴ $\angle EAB=\angle EBA=30°+\beta$.

∵ $\angle ACB=90°$， $\angle ABC=30°$，

∴ $\angle BAC=60°$.

∴ $\angle EAC=30°-\beta$.

∴ $\angle EAC=\angle DBA$.

由（1）可得 $AB=2AC$.

∵ F 为 AB 中点，

∴ $AB=2AF=2BF$.

∴ $AC=AF=BF$.

∵ $AC=BF$， $\angle EAC=\angle DBA$，$AE=BD$,

∴$\triangle ACE\cong\triangle BFD$.

∴ $CE=FD$.

∴ $CD=FD$.

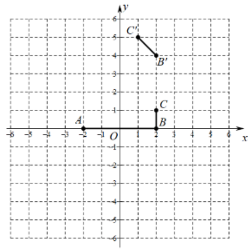
∵ $AD=AD$， $AF=AC$,

∴$\triangle ADF\cong\triangle ADC$.

∴ $\angle FAD=\angle CAD=30°$.

∴ $\alpha=30°$.

28.（1）①如图，线段 $B'C'$ 即为所求.



② $t\le -4$ 或 $t\ge 2$.

（2）$2\sqrt{2}r \le d \le 2\sqrt{2}r + a$.