北京市西城区德胜中学 2023-2024 学年度第二学期初三学情调研

2024.04

数学学科参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	D	C	A	C	A

二、填空题

9	10	11	12	13	14	15	16
$x\neq 3$	$2(a-2b)(a+2b)$	$x=-\frac{2}{5}$	-5	$\frac{1}{3}$	16	②	$2\sqrt{10}+4$

三．解答题

17．解：原式$=3+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$-3-$2\sqrt{3}$

$=3+\sqrt{3}$-3-$2\sqrt{3}$ ……………………………………………………4 分

$=-\sqrt{3}$ ……………………………………………………5 分

18．解：$\begin{cases}-x-2(x+1)\leqslant 1 & ①\\ \frac{x+1}{3}>x-1 & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x\geq -1$……………………………………………………2 分

解不等式②，得 $x<2$ ……………………………………………………4 分

∴不等式组的解集为$-1\leq x<2$ ……………………………………………5 分

19. $(1-\frac{2}{x-1})\div\frac{x^2-6x+9}{x^2-x}$

$=\frac{x-3}{x-1}\div\frac{x^2-6x+9}{x^2-x}$ ……………………………………………………1 分

$=\frac{x-3}{x-1}\cdot\frac{x(x-1)}{(x-3)^2}$ ……………………………………………………3 分

$=\frac{x}{x-3}$ ……………………………………………………4 分

原式$=\dfrac{5}{5-3}=\dfrac{5}{2}$ ……………………………………………………………5 分

20. (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AC=2AO$，$BD=2BO$. ………………………………………………1 分

∵ $AO=BO$，∴ $AC=BD$.

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形. ………………………………………………2 分

(2) 过点 E 作 $EF\perp BD$ 于点 F.

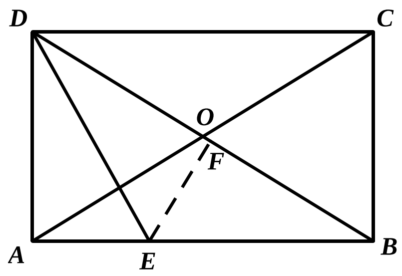
∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $BC=AD=6$，$\angle ABC=\angle DAE=90°$，$AC=BD$.

∴ $\tan\angle CAB=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{4}$.

∴ $AB=8$. ………………………………………………………………3 分

在 Rt△ABC 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$.



∴ $BD=AC=10$.

∵ DE 平分$\angle ADB$，

∴ $AE=EF$.

∵ $DE=DE$，

∴ Rt△DAE≌Rt△DFE. …………4 分

∴ $DF=DA=6$.

∴ $FB=DB-DF=4$.

设 $AE=EF=x$，则 $EB=8-x$.

在 Rt△EFB 中，$EF^2+FB^2=EB^2$，

∴ $x^2+4^2=(8-x)^2$，解得 $x=3$.

∴ $AE=3$. ………………………………………………………………5 分

21. 解：设小正方形的边长为 b

由图知 $2a+4b=200$，即 $a+2b=100$. ……………………………3 分

∴每个栏目的宽为 100 cm.

$\dfrac{320-100\times 3}{2}=10$ cm ……………………………………………5 分

答：中缝的宽度为 10 cm.

22. 解：（1）一次函数 $y=kx+b$ $(k\neq 0)$ 的图象经过点 $(2,0)$，$(3,2)$．

把点 $(2,0)$，$(3,2)$ 代入 $y=kx+b$，

可得方程组：$\begin{cases}2k+b=0\\3k+b=2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=2\\b=-4\end{cases}$，

$\therefore$ 这个一次函数的表达式为：$y=2x-4$．………………………………2 分

（2）当 $x>m$ 时，对于 x 的每一个值，正比例函数 $y=mx$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，

$\therefore mx>2x-4$，

$\therefore (m-2)x>-4$．

① 当 $m=2$ 时，$0>-2$，恒成立

② 当 $m-2<0$，$m<2$．

$\therefore x<\dfrac{4}{2-m}$，

$\therefore$ 不能满足当 $x>m$ 时，$x<\dfrac{4}{2-m}$．不符合题意.

③ 当 $m-2>0$，$m>2$．

$\therefore x>\dfrac{4}{2-m}$．

若使 $x>m$ 时，$x>\dfrac{4}{2-m}$，则 $\dfrac{4}{2-m}\leq m$．恒成立

$\therefore m$ 的取值范围时：$m\geqslant 2$.　　　　　　………………………5 分

23. 解：（1）10，0.28；　　　　　　　　………………2 分

（2）6.15；　　　　　　　　………………3 分

（3）A、A；　　　　　　　　………………5 分

（4）0.72.　　　　　　　　………………6 分

24. （1）证明：$\because CD=CD$，

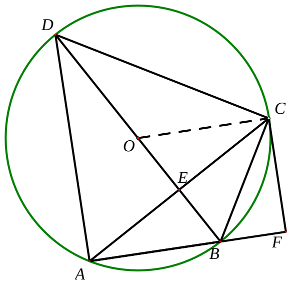
$\therefore \angle CAD=\angle DBC$．　　　　…………1 分

$\because \angle ABD = \angle CAD$，

$\therefore \angle DBC = \angle ABD$.

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$. …………2 分

（2）解：$\because DB$ 平分 $\angle ADC$，



$\therefore \angle ADB = \angle CDB$.

$\because \angle DBC = \angle ABD$，BD=BD，

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CBD$.

$\therefore$ AD=CD.

$\because AC = AD$

$\therefore \Delta ACD$ 是正三角形. …………4 分

$\therefore \angle ABD = \angle CAD = 60^\circ$.

$\because ABCD$ 为圆内接四边形，

$\therefore \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$.

$\therefore \angle ADB + \angle DBA = 90^\circ$.

$\therefore \angle DAB = 90^\circ$.

$\therefore BD$ 是圆的直径. …………5 分

$\because CF // AD$，

$\therefore \angle F = 90^\circ$

取 BD 中点 O，连接 OC.

$\because OB=OC$，

$\therefore \Delta OBC$ 是正三角形.

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$.

$\therefore OC // AF$.

$\therefore \angle OCF = 90^\circ$.

$\therefore OC \perp CF$.

$\therefore CF$ 为$\odot O$的切线. …………6 分

25．解：（1）把 $A(20,50)$ 代入 $s = kt^2$ 得 $50 = 400k$，

解得 $k = \frac{1}{8}$，

$\therefore$ 启航阶段总路程 s 关于时间 t 的函数表达式为 $s=\frac{1}{8}t^2(0<t\leqslant 20)$；

…………2 分

（2）①设 $s=5t+b$，把 $(20,50)$ 代入，得 $50=5\times 20+b$，解得 $b=-50$，

$\therefore s=5t-50$．

当 $t=90$ 时，$s=450-50=400$．

$\therefore$ 当 $t=90s$ 时，龙舟划行的总路程为 $400m$．…………3 分

② $500-125=375$，把 $s=375$ 代入 $s=5t-50$，得 $t=85$．

$\because 85<85.20$，

$\therefore$ 该龙舟队能达标．…………4 分

（3）加速期：由（1）可知 $k=\frac{1}{8}$，把 $(90,400)$ 代入 $s=\frac{1}{8}(t-70)^2+h$，得 $h=350$．

$\therefore$ 函数表达式为 $s=\frac{1}{8}(t-70)^2+350$，

把 $t=91$ 代入 $s=\frac{1}{8}(t-70)^2+350$，解得 $s=405.125$．…………5 分

$\therefore (500-405.125)\div 5.25\approx 18.07(s)$，

$\therefore 90+1+18.07=109.07(s)$．

答：该龙舟队完成训练所需时间为 109.07s．…………6 分

26. 解：（1）-1；　$m<1$ …………2 分

（2）设抛物线的对称轴为直线 $x=t$

$\because$ $a>0$，

$\therefore$ 当 $x>t$ 时，y 随 x 的增大而增大.

① 当 $t\leqslant 0$ 时，

$\because 0<x_1<1$，$1<x_2<2$，

$\therefore t<x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$, 符合题意. …………3 分

② 当 $0<t\leqslant\frac{1}{2}$ 时，

i 当 $0< x_1< t$，点 $M(x_1, y_1)$ 关于对称轴 $x=t$ 的对称点为 $M'(x_0,$
$y_1)$，则 $x_0<2t\leqslant 1$.

$\because 1<x_2<2$，

$\therefore t<x_0<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$, 符合题意. …………4 分

ii 当 $t\leqslant x_1< 1$，

$\because 1<x_2<2$，

$\therefore t<x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$, 符合题意. …………5 分

③ 当 $\frac{1}{2}< t <\frac{3}{2}$ 时

令 $x_1= t-\frac{1}{2}$，$x_2= t+\frac{1}{2}$，则 $y_1=y_2$, 不符合题意.

综上述，$t \leqslant \frac{1}{2}$.

当 $t=\frac{1}{2}$ 时，（0，-1）与点 A（1，m）为对称点，

$\therefore m=-1$.

$\therefore$ 当 $t \leqslant \frac{1}{2}$ 时，$m\geqslant -1$.

$\because a>0$，

$\therefore$ 点 A、B 在直线 $y=2x-1$ 的下方.

$\therefore m<1$.

$\therefore -1\leqslant m<1$. …………6 分

27.解：（1）如图，过点 D 作 $DM\perp AC$ 于 M，则 $\angle DMA=\angle DMC=90^\circ$，

$\because \angle ABC=90^\circ$,

$\therefore DB\perp AB$,

$\because \angle BAD=\angle CAD$，

$\therefore DB=DM$，

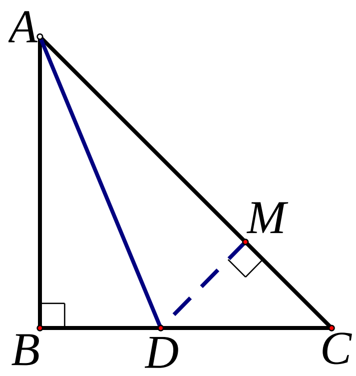
设 $DB=x$， 则 $DM=x$，

$\because \angle ABC=90^\circ, AB=BC$，

$\therefore \angle C=45^\circ$，

$\because \angle DMC=90^\circ$，

$\therefore \Delta DMC$ 是等腰直角三角形，



$\therefore DC=\sqrt{2}DM=\sqrt{2}x$，

$\therefore AB=BC=BD+DC=(\sqrt{2}+1)x$，

$\therefore$ 在 $Rt\Delta ABD$ 中，$\tan\angle BAD=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{x}{(\sqrt{2}+1)x}=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$. ……………2 分

（2）数量关系：$2BE=CD+\sqrt{2}BD$， ……………………3 分

证明：如图，过点 B 作 $BF\perp BD$ 交 CD 的延长线于点 F，延长 BE 至 G，使 $BE=EG$，连接 AG，

$\because \angle BDC=135^\circ$，

$\therefore \angle BDF=45^\circ$，

$\because BF\perp BD$，

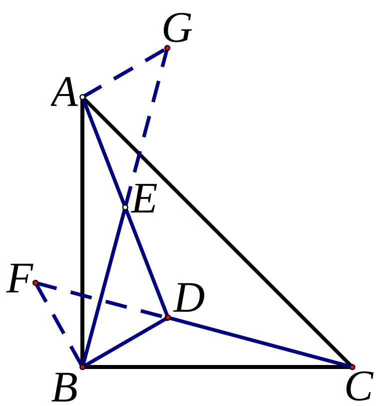
$\therefore \Delta DBF$ 是等腰三角形，

$\therefore BD=BF, DF=\sqrt{2}BD$，

$\because$ 点 E 为 AD 中点，

$\therefore AE=ED$，

在 ΔAEG 和 ΔDEB 中，



$\because \begin{cases} AE=DE \\ \angle AEG=\angle DEB, \\ EG=EB \end{cases}$

$\therefore \Delta AEG\cong\Delta DEB(SAS)$， ……………………4 分

$\therefore AG=DB, \angle AGE=\angle DBE$，

$\therefore AG\,/\!/\,BD$，

设$\angle DBC=\alpha$，则$\angle FBC=90^\circ+\alpha$，$\angle ABD=90^\circ-\alpha$，

$\because \angle GAB+\angle ABD=180^\circ$,

$\therefore \angle BAG=90^\circ+\alpha$,

$\therefore \angle FBC=\angle GAB$,

在ΔFBC和ΔGAB中，

$$\because \begin{cases} FB=GA \\ \angle FBC=\angle GAB \\ BC=AB \end{cases},$$

$\therefore \Delta FBC \cong \Delta GAB(SAS)$, ························5 分

$\therefore CF=BG=2BE$,

$\because CF=CD+DF=CD+\sqrt{2}BD$,

$\therefore 2BE=CD+\sqrt{2}BD$.

（3） AD最小值为$\sqrt{10}-\sqrt{2}$. ························7 分

28. (1) ① $Q(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$

② $PQ=\frac{2}{3}\sqrt{3}$或者 PQ=2

(2) $a=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.