



北京市西城区德胜中学 2023-2024 学年度第二学期初三学情调研

数学学科

2024.04

班级_____ 姓名_____ 学号_____

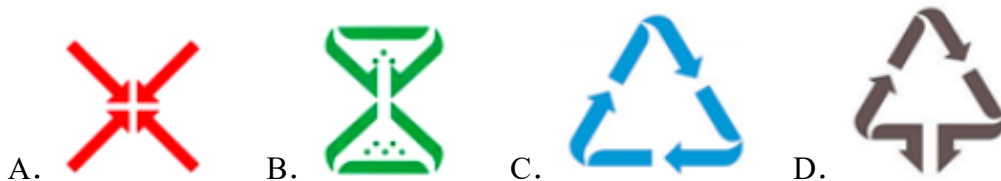
考试时间：120 分钟

一. 选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 2023 年 5 月 30 日上午，我国载人航天飞船“神舟十六号”发射圆满成功，与此同时，中国载人航天办公室也宣布计划在 2030 年前实现中国人首次登陆距地球平均距离为 38.4 万千米的月球。将 384000 用科学记数法表示应为()

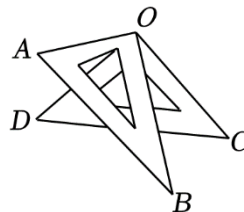
- A. 38.4×10^4 B. 3.84×10^5 C. 3.84×10^6 D. 0.384×10^6

2. 国家提倡推行生活垃圾分类，下列垃圾分类标志分别是厨余垃圾、有害垃圾、可回收物和其他垃圾，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是()

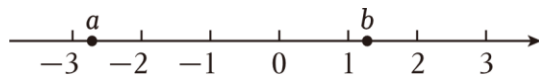


3. 如图，将一副三角板重叠放在一起，使直角顶点重合于点 O 。若 $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数为()

- A. 30° B. 40°
C. 50° D. 60°



4. 有理数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是()



- A. $a > -2$ B. $|a+b| = -a+b$ C. $|b-a| = a-b$ D. $-a > b$

5. 若关于 x 的方程 $ax^2 - 3x + c = 0$ 有两个不相等的实数根，则下列选项中，满足条件的实数 a ， c 的值可以是()

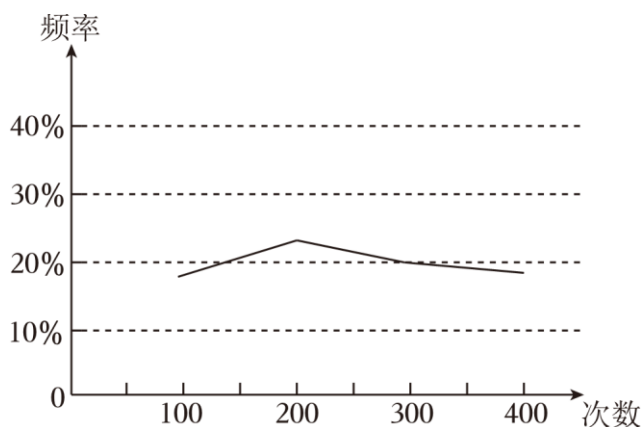
- A. $a=1, c=3$ B. $a=-2, c=-4$
C. $a=-1, c=3$ D. $a=5, c=1$



6. 一个 n 边形的内角和等于它的外角和的 2 倍, 则 n 的值为()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. 小卢在一次用频率估计概率的实验中, 统计了某一结果出现的频率绘出的统计图如图所示, 则符合这一结果的实验可能是()



- A. 掷一个正六面体的骰子, 出现 2 点的概率
 B. 在“剪刀石头布”的游戏中, 小李随机出“石头”的概率
 C. 从 1~10 这 10 个整数中随机抽取一个整数, 它被 5 整除的概率
 D. 任意买一张电影票, 座位号是偶数的概率

8. 在矩形 $ABCD$ 中, M, N, P, Q 分别为边 AB, BC, CD, DA 上的点 (不与端点重合), 对于任意矩形 $ABCD$, 下面四个结论中,

- ①存在无数个四边形 $MNPQ$ 是平行四边形;
 ②存在无数个四边形 $MNPQ$ 是矩形;
 ③存在无数个四边形 $MNPQ$ 是菱形;
 ④至少存在一个四边形 $MNPQ$ 是正方形.

所有正确结论的序号是()

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

二. 填空题 (共 8 小题, 每题 2 分, 共 16 分)

9. 若式子 $\frac{4x-1}{x-3}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ____.

10. 分解因式: $2a^2 - 8b^2 =$ ____.

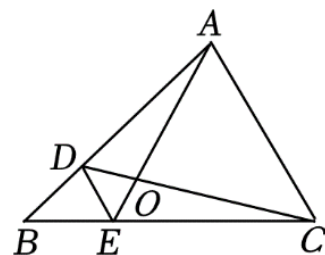


11. 分式方程 $\frac{1}{3x} = \frac{2}{x-2}$ 的解为 _____.

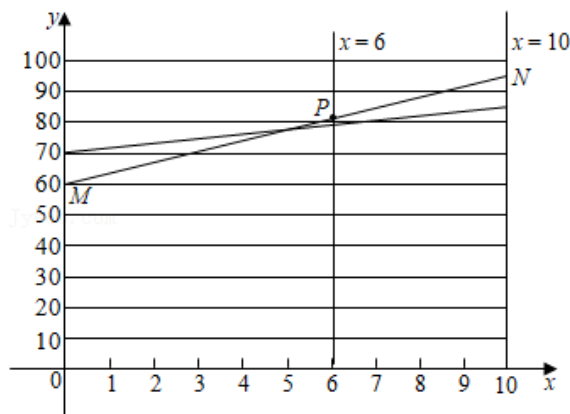
12. 若点 $A(a,b)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 则代数式 $ab-8$ 的值为 _____.

13. 在桌面上放有四张背面朝上且完全一样的卡片, 卡片正面分别标有数字 $-1, 0, 2, 3$, 现从中随机抽取一张, 记下卡片正面上的数字后不放回, 洗匀后再从中随机抽取一张, 则抽取的两张卡片上的数字之和是偶数的概率是_____.

14. 如图, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC 上的点, $DE \parallel AC$, 若 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1:3$, 则当 $S_{\triangle DOE} = 1$ 时, $S_{\triangle AOC}$ 的值为 _____.

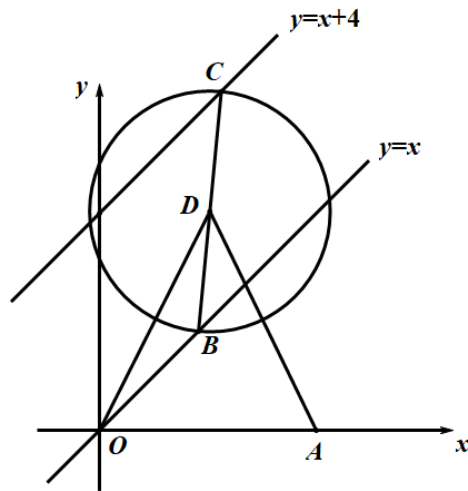


15. 为了迅速算出学生的学期总评成绩, 一位同学创造了一张奇妙的算图. 如图, y 轴上动点 M 的纵坐标 y_m 表示学生的期中考试成绩, 直线 $x=10$ 上动点 N 的纵坐标 y_n 表示学生的期末考试成绩, 线段 MN 与直线 $x=6$ 的交点为 P , 则点 P 的纵坐标 y_p 就是这名学生的学期总评成绩. 有下面几种说法: ①若某学生的期中考试成绩为 70 分, 期末考试成绩为 80 分, 则他的学期总评成绩为 75 分; ②甲同学的期中考试成绩比乙同学高 10 分, 但期末考试成绩比乙同学低 10 分, 那么甲的学期总评成绩比乙同学低; ③期中成绩占学期总评成绩的 60%. 结合这张算图进行判断, 其中正确的说法是 _____.(填写序号)





16. 如图，已知点 $A(4,0)$ ，点 B 、 C 分别是直线 $y=x$ 、 $y=x+4$ 上的动点，以 BC 为直径作 $\odot D$ ，则 $\triangle ODA$ 周长的最小值为_____.



三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-25 题，每题 6 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 计算： $|-3|+2\cos 30^\circ - (\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} -x-2(x+1)\leq 1 \\ \frac{x+1}{3} > x-1 \end{cases}$$
.

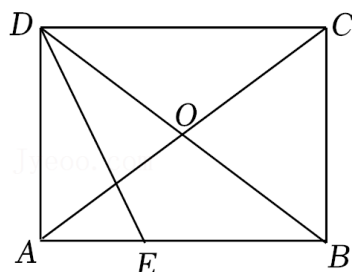
19. 先化简，再求值： $(1-\frac{2}{x-1}) \div \frac{x^2-6x+9}{x^2-x}$ ，其中 $x=5$.



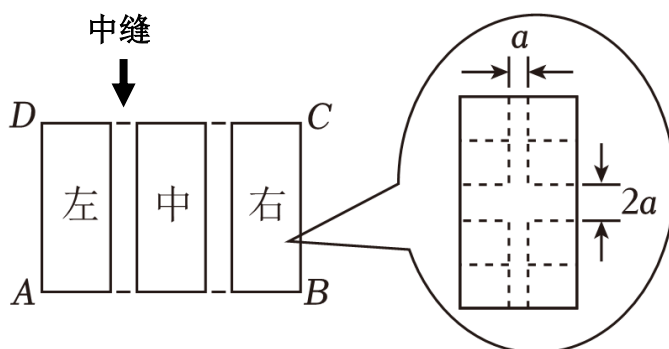
20. 如图，在 $\square ABCD$ 中， AC ， BD 交于点 O ，且 $AO = BO$ 。

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

(2) $\angle ADB$ 的角平分线 DE 交 AB 于点 E ，当 $AD = 6$ ， $\tan \angle CAB = \frac{3}{4}$ 时，求 AE 的长。



21. 如图，为了制作宣传海报，某设计师将长方形卡纸 $ABCD$ 分割成大小相等的左、中、右三个小长方形栏目，栏目与栏目之间的中缝间距相等；又在每个栏目中划出 8 个小正方形方格，中间有十字间隔，竖行两列中间间隔和横向中间间隔宽度比为 1:2。已知卡纸的长 $AB = 320$ cm，宽 $AD = 200$ cm，求每个栏目之间的中缝间距。



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(2, 0)$ ， $(3, 2)$ 。

(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 当 $x > m$ 时，对于 x 的每一个值，正比例函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值，直接写出 m 的取值范围。



23. 某农科所甲、乙试验田各有水稻 3 万个，为了考察水稻穗长的情况，于同一天在这两块试验田里分别随机抽取了 50 个稻穗进行测量，获得了它们的长度 x (单位: cm)，并对数据 (穗长) 进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲试验田穗长的频数分布统计表如表 1 所示 (不完整):

b. 乙试验田穗长的频数分布直方图如图 1 所示:

甲试验田穗长频数分布表 (表 1)

分组 / cm	频数	频率
$4.5 \leq x < 5$	4	0.08
$5 \leq x < 5.5$	9	0.18
$5.5 \leq x < 6$		n
$6 \leq x < 6.5$	11	0.22
$6.5 \leq x < 7$	m	0.20
$7 \leq x < 7.5$	2	
合计	50	1.00

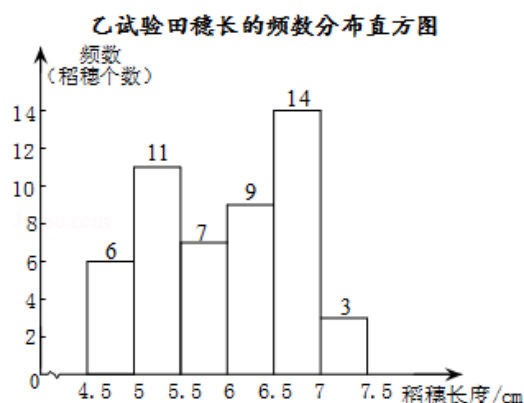


图 1

c. 乙试验田穗长在 $6 \leq x < 6.5$ 这一组的是:

6.3, 6.4, 6.3, 6.3, 6.2, 6.2, 6.1, 6.2, 6.4

d. 甲、乙试验田穗长的平均数、中位数、众数、方差如下 (表 2):

试验田	平均数	中位数	众数	方差
甲	5.924	5.8	5.8	0.454
乙	5.924	w	6.5	0.608

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 表 1 中 m 的值为 _____, n 的值为 _____;

(2) 表 2 中 w 的值为 _____;

(3) 在此次考察中, 穗长为 $5.9cm$ 的稻穗, 穗长排名 (从长到短排序) 更靠前的试验田是 _____; 稻穗生长 (长度) 较稳定的试验田是 _____;

A. 甲

B. 乙

C. 无法推断

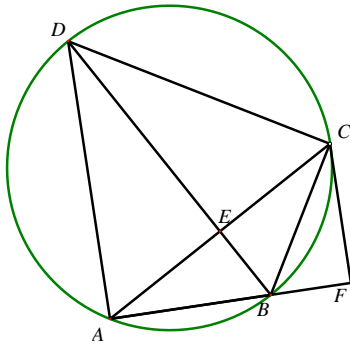


(4) 若穗长在 $6.5 \leq x < 7.5$ 范围内的稻穗为“优秀”，请估计甲试验田所有“优秀”的水稻约为 ____万个.

24. 如图，圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 E ， $\angle ABD = \angle CAD$.

(1) 求证： BD 平分 $\angle ABC$ ；

(2) 过点 C 作 $CF \parallel AD$ 交 AB 的延长线于点 F ，若 DB 平分 $\angle ADC$ ， $AC = AD$ ，求证： CF 为 $\odot O$ 的切线.





25. 某龙舟队进行 500 米直道训练，全程分为启航，途中和冲刺三个阶段.

图 1，图 2 分别表示启航阶段和途中阶段龙舟划行总路程 $s(m)$ 与时间 $t(s)$ 的

近似函数图象. 启航阶段的函数表达式为 $s = kt^2 (k \neq 0)$ ；途中阶段匀速划行，函数图象为线段；在冲刺阶段，龙舟先加速后匀速划行，加速期龙舟划行总路程 $s(m)$ 与时间 $t(s)$ 的函数表达式为 $s = k(t - 70)^2 + h (k \neq 0)$.

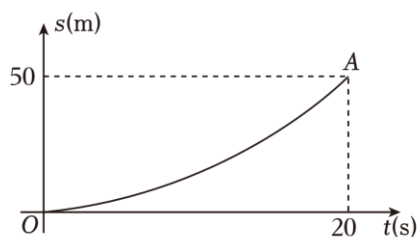


图1

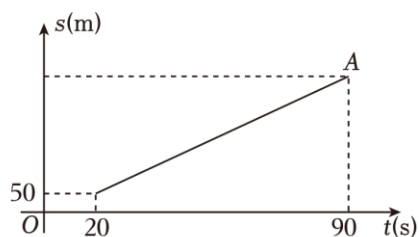


图2

- (1) 求出启航阶段 $s(m)$ 关于 $t(s)$ 的函数表达式 (写出自变量的取值范围).
- (2) 已知途中阶段龙舟速度为 $5m/s$.
 - ① 当 $t = 90s$ 时，求出此时龙舟划行的总路程.
 - ② 在距离终点 125 米处设置计时点，龙舟到达时， $t \leq 85.20s$ 视为达标. 请说明该龙舟队能否达标.
- (3) 冲刺阶段，加速期龙舟用时 $1s$ 将速度从 $5m/s$ 提高到 $5.25m/s$ ，之后保持匀速划行至终点. 求该龙舟队完成训练所需时间 (精确到 $0.01s$).



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 经过点 $A(1, m)$, $B(2, m+2)$, $C(0, -1)$.

(1) $c=$ _____, m 的取值范围是_____;

(2) 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 上, 若对于 $0<x_1<1$, $1<x_2<2$, 都有 $y_1<y_2$, 求 m 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$, 点 D 为平面内一点.

- (1) 如图 1, 若点 D 在线段 BC 上, 且 $\angle BAD = \angle CAD$, 求 $\tan \angle BAD$;
- (2) 如图 2, 若点 D 为 $\triangle ABC$ 内部一点, 且 $\angle BDC = 135^\circ$, 连接 AD , 点 E 为 AD 的中点, 连接 BE , 用等式表示线段 BD, BE, CD 的数量关系, 并证明;
- (3) 若点 D 满足 $\angle BDC = 135^\circ$, 当 $AB = 2$ 时, 请直接写出 AD 的最值.

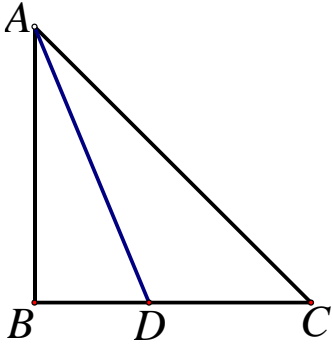


图 1

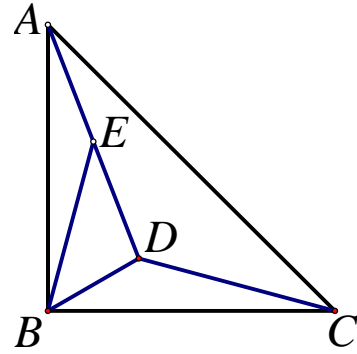


图 2



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(a, b)$. 对于点 P, Q 给出如下定义:

若点 P 关于直线 $y=(a+b)x$ 的对称点为点 P_1 , 点 P_1 关于直线 $y=(a-b)x$ 的对称点为点 Q , 则称点 Q 是点 P 关于点 M 的“二称点”.

(1) 已知点 $M(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{6})$, 点 $P(1, t)$, 点 Q 是点 P 关于点 M 的“二称点”,

①如图 1, 当 $t=0$ 时, 点 Q 的坐标为 _____;

②连接 PQ , 若 PQ 所在直线平行于坐标轴时, 直接写出此时 PQ 的长度;

(2) 已知点 $M(a, b)$ 在直线 $y=x$ 上, 如图 2, 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A, B , 对于线段 AB 上 (包括端点) 任意一点 C , 若以 1 为半径的 $\odot C$ 上总存在一点 P , 使得点 P 关于点 M 的“二称点”在 x 轴的正半轴上, 直接写出符合条件的 a 的值.

(已知 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

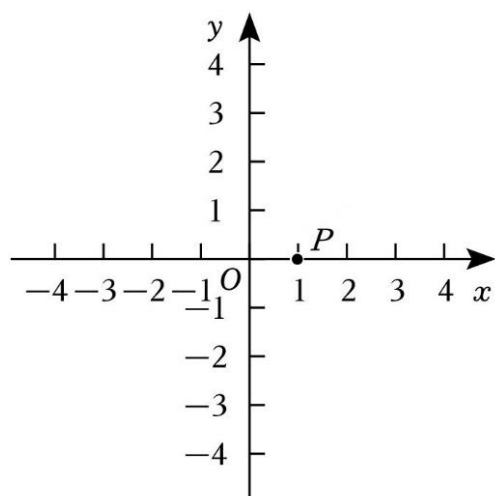


图1

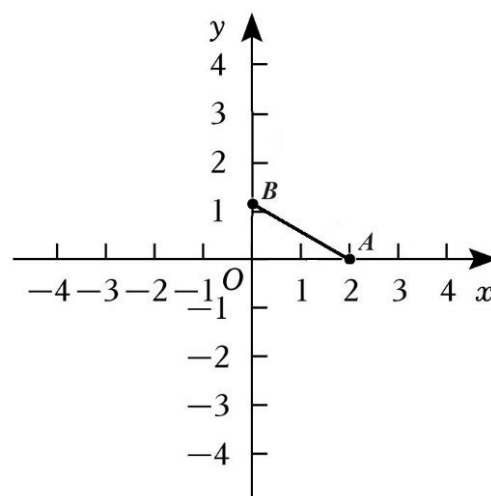


图2