2024 北京四中初三一模

数　　学

班级	姓名	考号	得分

一、单选题（共 24 分）

1．（本题 3 分）据中国电子商务研究中心监测数据显示，2021 年第二季度中国轻纺城市场群的商品成交额达 29600000000 元，将 29600000000 用科学记数法表示为（　）

A．2.96×10^{10}　　B．2.96×10^{11}　　C．29.6×10^{10}　　D．0.296×10^{11}

2．（本题 3 分）在以下四个标志中，是轴对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

3．（本题 3 分）已知 $\angle AOB=60^\circ$，自 $\angle AOB$ 的顶点 O 引射线 OC，若 $\angle AOC:\angle AOB=1:4$，那么 $\angle BOC$ 的度数是（　）

A．48°　　B．45°　　C．48°或 75°　　D．45°或 75°

4．（本题 3 分）若 $a<b$，则下列不等式中不一定成立的是（　）

A．$a-b<0$　　B．$-2a>-2b$

C．$a+b<0$　　D．$2-a>2-b$

5．（本题 3 分）若关于 x 的方程 $x^2+\left(2k+1\right)x+k^2-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是（　）

A．$k\le-\dfrac{5}{4}$　　B．$k<-\dfrac{5}{4}$

C．$k\geqslant-\dfrac{5}{4}$　　D．$k>-\dfrac{5}{4}$

6．（本题 3 分）如果一个多边形的边数由 4 增加到 n（n 为整数，且 $n>4$），那么它的外角和的度数（　）

A．不变　　B．增加

C．减少　　D．不能确定

7．（本题 3 分）甲、乙两名同学随机从 A，B，C 三个主题中选择一个去参加“喜迎二十大”演讲比赛，则两

人抽到相同主题的概率是（　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{2}{3}$

8．（本题 3 分）已知函数 $y=ax^2-(a+1)x+1$，则下列说法正确的个数是（　）

①若该函数图像与 x 轴只有一个交点，则 $a=0$

②方程 $ax^2-(a+1)x+1=0$ 有一个整数根是 1

③存在实数 a，使得 $ax^2-(a+1)x+1\geq 0$ 对任意实数 x 都成立

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题（共 24 分）

9．（本题 3 分）要使分式 $\frac{\sqrt{x}}{|x|-5}$ 有意义，则 x 应满足的条件是______．

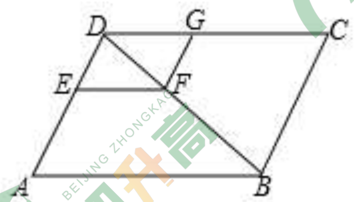
10．（本题 3 分）把多项式 $mn^2+6mn+9m$ 分解因式的结果是________．

11．（本题 3 分）方程 $\frac{3}{2x-1}=\frac{2}{x}$ 的根是_________．

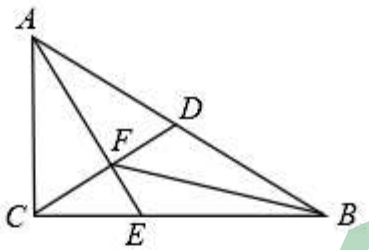
12．（本题 3 分）若 $A(2m,3)$ 与 $B(1,m-5)$ 是反比例函数 $y=\frac{2k+1}{x}$ 图像上的两个点，则 k 的值为___．

13．（本题 3 分）某中学现对小学和初中部一共800 人调查视力情况，为方便调查，学校进行了抽样调查．从中随机抽出40 人，发现有30 人眼睛近视，那么则小学和初中部800 人中眼睛近视的人数为______．

14．（本题 3 分）如图，在平行四边形 ABCD 中，$EF//AB,FG//ED$，DE：EA=2：3，EF=4，求线段 CG ＝____．



15．（本题 3 分）如图，已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，$AE\perp CD$ 于 F，交 BC 于 E，连接 BF，若 $\angle BFE=45°$，则 $\frac{CE}{BE}$ 的值为_____．



16．（本题 3 分）学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动．已知某木艺艺术品加工完成共需 A，B，C，D，E，F，G 七道工序，加工要求如下：

①工序 C，D 须在工序 A 完成后进行，工序 E 须在工序 B，D 都完成后进行，工序 F 须在工序 C，D 都完成后进行；

②一道工序只能由一名学生完成，此工序完成后该学生才能进行其他工序；

③各道工序所需时间如下表所示：

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/分钟	9	9	7	9	7	10	2

在不考虑其他因素的前提下，若由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工，则需要___分钟；若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工，则最少需要___分钟．

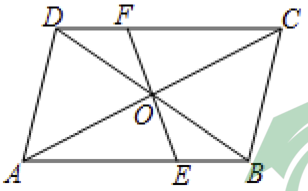
三、解答题（共 72 分）

17．（本题 4 分）计算：$2\sin60°+\pi^0-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+\sqrt{12}$．

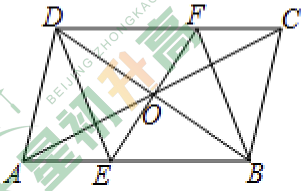
18．（本题 4 分）解不等式组：$\begin{cases}6x+2>3x-4\\ \frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{2}<1\end{cases}$

19．（本题 4 分）已知$(2-a)^2+|b+3|=0$，若$ax^2+bx-4=0$，求代数式$4x^2-6x+1$的值．

20．（本题 4 分）在▱$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，EF过点O且与AB，CD分别相交于点E，F．



图①



图②

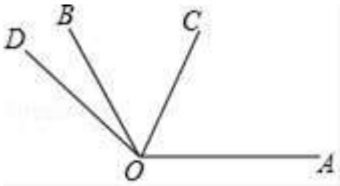
（I）如图①，求证：$OE=OF$；

（II）如图②，若$EF\perp DB$，垂足为O，求证：四边形$BEDF$是菱形．

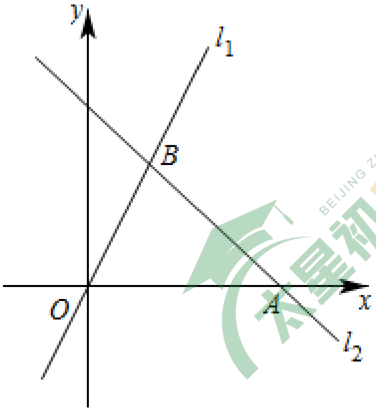
21．（本题 4 分）如图，∠AOB＝120°，射线 OC 从 OA 开始，绕点 O 逆时针旋转，旋转的速度为每分钟 20°；射线 OD 从 OB 开始，绕点 O 逆时针旋转，旋转的速度为每分钟 5°，OC 和 OD 同时旋转，设旋转的时间为 t(0≤t≤15)

(1)当 t 为何值时，射线 OC 与 OD 重合；

(2)当 t 为何值时，射线 OC⊥OD．



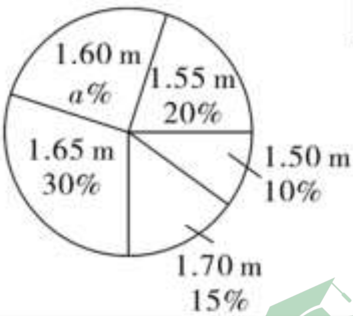
22．（本题 4 分）如图，直线 l_1：$y=2x$，直线 l_2：$y=-x+m$ 与 x 轴交于点 A，两直线 l_1，l_2交于点 B，点 B 的坐标为$\left(\frac{4}{3},n\right)$．



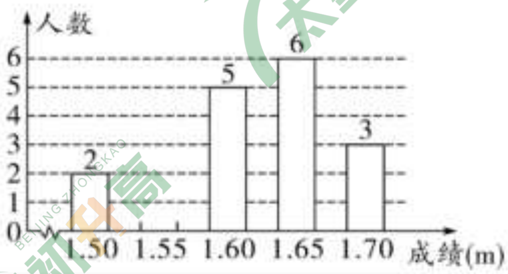
(1)求 m，n 的值；

(2)直线 l_2 上是否存在点 D，使得 ΔAOD 的面积为 4，若存在，求出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由.

23.（本题 6 分）某跳高集训队，对集训队员进行了一次跳高测试，经过统计，将集训队员的测试成绩（单位：m），绘制成尚不完整的扇形统计图（图①）与条形统计图（图②）.



图①



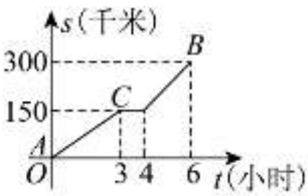
图②

（1）a =________，请将条形统计图补充完整；

（2）求集训队员测试成绩的众数；

（3）教练发现，测试成绩不包括两名请假的队员，补测后，把这两名队员的成绩（均是 0.05 的整数倍）与原测试成绩并成一组新数据，求新数据的中位数.

24.（本题 6 分）端午小长假，小王一家开车去麦积山景区游玩，返程时从景区出发，其行驶路程 s（千米）与时间 t（小时）之间的关系如图所示．行驶一段时间到达 C 地时，汽车突发故障，需停车检修．为了能在高速公路恢复收费前下高速，车修好后加快了速度，结果恰好赶在 24 时前下高速．结合图中信息，解答下列问题：



（1）上述问题中反映的是哪两个变量之间的关系？指出自变量和因变量.

（2）汽车从景区到 C 地用了几小时？平均每小时行驶多少千米？

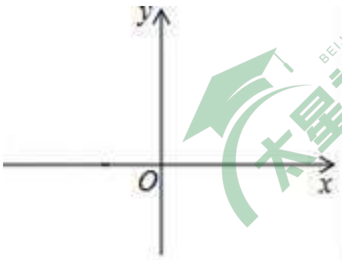
（3）车修好后每小时行驶多少千米？

25.（本题 9 分）已知二次函数 $y=x^2-2(k+1)x+k^2-2k-3$ 与 x 轴有两个交点.

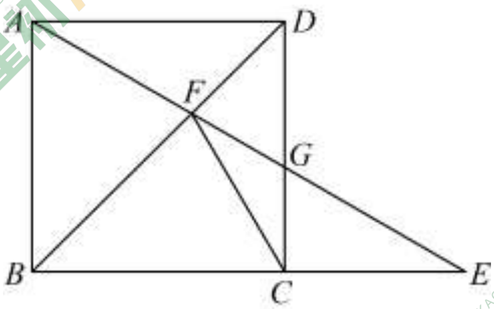
（Ⅰ）求 k 取值范围；

（Ⅱ）当 k 取最小整数时，此二次函数的对称轴和顶点坐标；

（Ⅲ）将（Ⅱ）中求得的抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折到 x 轴上方，图象的其余部分不变，得到一个新图象．请你求出新图象与直线 y=x+m 有三个不同公共点时 m 的值．



26．（本题 9 分）如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，点 E 为 BC 延长线上一点，连接 AE，交 BD 于点 F，交 CD 于点 G，连接 CF．

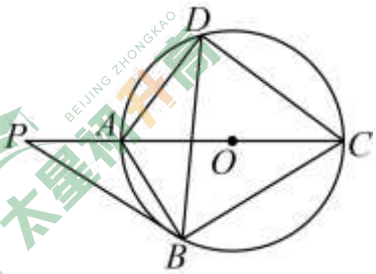


(1)求证：CF 与 $\triangle CEG$ 的外接圆相切；

(2)当 $CE=CF$ 时，判断 CG 和 EF 有怎样的数量关系？并说明理由；

(3)在（2）的条件下，求 DG 与 CG 的比值．

27．（本题 9 分）如图，点 P 是圆 O 直径 CA 延长线上的一点，PB 与圆 O 相切于点 B，点 D 是圆上的一点，连接 AB，AD，BD，CD，$PB=BC$．

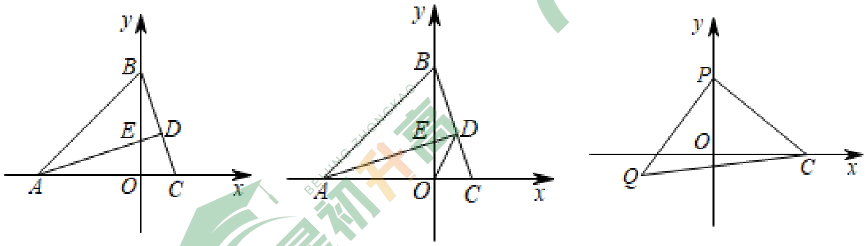


(1)求证：$OP=2OC$；

(2)若 $OC=3$，$AD=4$，求 BD 的长．

28．（本题 9 分）在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-3,0)$、$B(0,3)$、$C(t,0)$，过点 A 作 $AD\perp BC$ 交 BC 于 D 点，交 y 轴正半轴于点 E.

(1)如图，当 $t=1$时，求 E 点的坐标；



(2)如图，连接 OD，求 $\angle ADO$ 的度数；

(3)如图，已知点 $P(0,2)$，若 $PQ \perp PC$， $PQ = PC$，直接写出 Q 的坐标（用含 t 的式子表示）.

参考答案

1．A

【分析】科学记数法的表现形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于10时，n是正数，当原数绝对值小于1时n是负数；由此进行求解即可得到答案．

【详解】解：$29600000000=2.96\times10^{10}$，

故选A．

【点睛】本题主要考查了科学记数法，解题的关键在于能够熟练掌握科学记数法的定义．

2．C

【详解】根据轴对称图形的概念可得：选项A、B、D不是轴对称图形，选项C是轴对称图形，故选C.

3．D

【分析】$\angle AOC:\angle AOB=1:4$可知$\angle AOC$的值；所引射线$OC$有两种情况①在$\angle AOB$内，此时$\angle BOC=\angle AOB-\angle AOC$；②在$\angle AOB$外，此时$\angle BOC=\angle AOB+\angle AOC$．

【详解】解：$\because\angle AOC:\angle AOB=1:4$，$\angle AOB=60^\circ$

$\therefore\angle AOC=15^\circ$

①在$\angle AOB$外$\because\angle BOC=\angle AOB+\angle AOC$

$\therefore\angle BOC=60^\circ+15^\circ=75^\circ$

②在$\angle AOB$内$\because\angle BOC=\angle AOB-\angle AOC$

$\therefore\angle BOC=60^\circ-15^\circ=45^\circ$

$\therefore\angle BOC$为45°或75°

故选D．

【点睛】本题考查了角的和与差．解题的关键在于确定射线的位置．

4．C

【分析】根据不等式的性质逐项判断即可．

【详解】解：由$a<b$可得：

A．$a-b<b-b$，即$a-b<0$，故本选项一定成立，不符合题意；

B．不等号两边同时乘以-2，不等号方向改变，因此$-2a>-2b$，故本选项一定成立，不符合题意；

C．$a+b<2b$，因此$a+b<0$不一定成立，符合题意；

D．不等号两边同时乘以-1，再加上2，不等号方向改变，$2-a>2-b$，故本选项一定成立，不符合题意；

故选C．

【点睛】本题主要考查了不等式的性质，解题的关键是熟练掌握不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变；不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

5．D

【分析】利用一元二次方程的根的判别式列出不等式即可求出 k 的取值范围.

【详解】解：由题意得

$\Delta=(2k+1)^2-4(k^2-1)=4k+5>0$

解得：$k>-\frac{5}{4}$

故选 D

【点睛】此题主要考查了一元二次方程的根的判别式，熟记根的判别式是解题的关键.

6．A

【分析】此题考查多边形内角和与外角和，注意多边形外角和等于360°．利用多边形的外角和特征即可解决问题.

【详解】解：因为多边形外角和为360°，所以外角和的度数是不变的.

故选：A.

7．B

【分析】列表展示所有 9 种等可能的结果数，再找出两人抽到相同主题的结果数，然后根据概率公式求解.

【详解】解：列表如下：

甲 乙	A	B	C
A	AA	AB	AC
B	BA	BB	BC
C	CA	CB	CC

共有 9 种等可能结果，其中两人抽到相同主题的有 3 种，

则两人抽到相同主题的概率$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点睛】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率.

8．C

【分析】①分 $a=0, a\neq 0$ 两种情况分别讨论即可判断，②当 $a=0, a\neq 0$ 时，方程分别为一元一次方程和一元二次方程，分别求解即可，③当 $a=1$ 时，不等式为 $x^2-2x+1\geq 0$，即可判断.

【详解】①当 $a=0$ 时，$y=-x+1$，此时图像与 x 轴交于点 $(1,0)$，

当 $a\neq 0$ 时，令 y=0，则有 $ax^2-(a+1)x+1=0$，

当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实数根，此时与 x 轴只有一个交点，

即 $(a+1)^2-4a=(a-1)^2=0$ ，

$\therefore a=1$ ，

故 $a=0$ 或者 $a=1$ 时，该函数图像与 x 轴都只有一个交点，故①错误，不符合题意；

②当 $a=0$ 时，可得：$-x+1=0$，此时：$x=1$ ，

当 $a\neq 0$ 时，$ax^2-(a+1)x+1=0$ 是一元二次方程，

由求根公式得：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{(a+1)\pm\sqrt{(a-1)^2}}{2a}$ ，

解得：$x_1=1, x_2=\dfrac{1}{a}$ ，

∴方程 $ax^2-(a+1)x+1=0$ 有一个整数根是 1，

故②正确，符合题意．

③当 $a=1$ 时，不等式为 $x^2-2x+1\geq 0$ ，

即 $(x-1)^2\geq 0$ ，其恒成立，

即存在实数 a，使得 $ax^2-(a+1)x+1\geq 0$ 对任意实数 x 都成立，

故③正确，符合题意；

故有 2 个正确，

故选：C．

【点睛】本题考查了函数与方程的关系，函数与不等式的关系，对二次项系数分类讨论是解题的关键．

9．$x\geq 0$ 且 $x\neq 5$ / $x\neq 5$ 且 $x\geq 0$

【分析】分母为零，分式无意义；分母不为零，分式有意义；根式中，被开方数是非负数．

【详解】解：根据题意，得：

$\begin{cases} x\geq 0 \\ |x|-5\neq 0 \end{cases}$，

解得 $x\geq 0$，且 $x\neq 5$．

故答案为：$x\geq 0$，且 $x\neq 5$．

【点睛】本题主要考查了二次根式及分式有意义的条件．关键是掌握分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数．

10．$m(n+3)^2$

【分析】先提取公因式 m，再利用完全平方公式继续分解即可求解．

【详解】解：$mn^2+6mn+9m$

$=m(n^2+6n+9)$

$=m(n+3)^2$，

故答案为：$m(n+3)^2$．

【点睛】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再

用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

11． $x=2$

【分析】解分式方程即可．

【详解】解：$\frac{3}{2x-1}=\frac{2}{x}$，

两边同时乘$(2x-1)x$得，$3x=2(2x-1)$，

去括号得，$3x=4x-2$，

移项合并得，$-x=-2$，

系数化为1得，$x=2$，

经检验，$x=2$是原分式方程的根．

故答案为：$x=2$．

【点睛】本题考查了解分式方程．解题的关键在于正确的运算．

12． $-\frac{7}{2}$

【分析】根据 A（$2m$，3）与 B（1，m-5）是反比例函数 $y=\frac{2k+1}{x}$ 图象上的两个点，可知 $2k+1=2m•3=1×(m-5)$，故可得出 m 的值，进而得出 k 的值．

【详解】解：∵A（$2m$，3）与 B（1，m-5）是反比例函数 $y=\frac{2k+1}{x}$ 图象上的两个点，

∴$2k+1=2m•3=1×(m-5)$，

解得 $m=-1$，

∴$2k+1=-2×3=-6$，

∴$k=-\frac{7}{2}$

故答案为：$-\frac{7}{2}$．

【点睛】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，图象上点的坐标适合解析式是关键．

13． 600人

【分析】根据样本估计总体，用800乘以40人中眼睛近视的占比，列出算式计算即可求解．

【详解】解：$800\times\frac{30}{40}=600$（人）．

故答案是：600人．

【点睛】本题考查了用样本估计总体，关键是得到符合条件的人数所占的百分率．

14．6

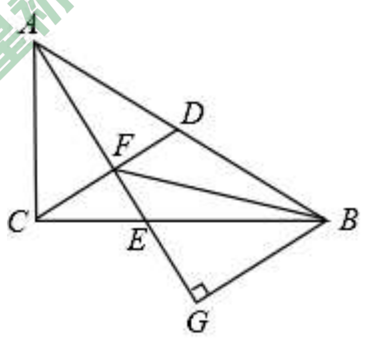
【详解】试题分析：因为EF//AB，四边形ABCD是平行四边形ABCD，AB∥CD，AB=CD，所以EF∥DG，因为FG//ED，所以四边形DEFG是平行四边形，所以DG=EF=4，因为DE:EA=2:3，所以DE:EA=EF:AB=2：5，EF=4，所以AB=10，所以CD=10，所以CG=DC-DG=10-4=6．即线段CG=6．

考点：1．平行四边形的判定与性质；2．平行线分线段成比例定理．

15．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

【分析】过点 B 作 $BG\perp AE$，交 AE 的延长线于 G，可得 $\triangle BFG$ 是等腰直角三角形，设 $BG=a\left(a>0\right)$，则有 $BF=\sqrt{2}a$，根据三角形中位线定理可得 $DF\parallel BG$，$DF=\dfrac{a}{2}$，于是有 $\triangle AFD\backsim\triangle AGB$，进而由勾股定理求出 $AB=\sqrt{5}a$，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，有 $CD=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$，进而求出 $CF=CD-DF=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}a$，然后根据 $\triangle CEF$ 和 $\triangle BEG$ 相似，进而求出最后的结果．

【详解】过点 B 作 $BG\perp AE$，交 AE 的延长线于 G，



$\because \angle BFE=45°$，$BG\perp AE$，

$\therefore \triangle BFG$ 是等腰直角三角形，

设 $BG=a\left(a>0\right)$，

$\therefore FG=BG=a$，

$\therefore BF=\sqrt{FG^2+BG^2}=\sqrt{2}a$，

$\because AE\perp CD$，$AG\perp BG$，D 为 AB 的中点，

$\therefore DF\parallel BG$，$DF=\dfrac{1}{2}BG=\dfrac{a}{2}$，

$\therefore \triangle AFD\backsim\triangle AGB$，

$\therefore AF=FG=a$，

$\therefore AG=2BG=2a$，

$\therefore AB=\sqrt{BG^2+AG^2}=\sqrt{5}a$，

$\because \angle ACB=90°$，D 为 AB 的中点，

$\therefore CD=BD=AD=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$，

$\therefore CF=CD-DF=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}a$，

$\because \angle CFE=\angle EGB=90°$，$\angle CEF=\angle BEG$，

$\therefore \triangle CEF\backsim\triangle BEG$，

$\therefore \frac{CE}{BE}=\frac{CF}{BG}=\frac{\frac{\sqrt{5}-1}{2}a}{a}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的性质与判定，相似三角形的判定和性质，勾股定理的应用，熟记这些图形的性质与判定，并学会灵活运用是解本题的关键.

16.　53　28

【分析】将所有工序需要的时间相加即可得出由一名学生单独完成需要的时间；假设这两名学生为甲、乙，根据加工要求可知甲学生做工序 A，乙学生同时做工序 B；然后甲学生做工序 D，乙学生同时做工序 C，乙学生工序 C 完成后接着做工序 G；最后甲学生做工序 E，乙学生同时做工序 F，然后可得答案.

【详解】解：由题意得：$9+9+7+9+7+10+2=53$（分钟），

即由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工，需要 53 分钟；

假设这两名学生为甲、乙，

∵工序 C，D 须在工序 A 完成后进行，工序 E 须在工序 B，D 都完成后进行，且工序 A，B 都需要 9 分钟完成，

∴甲学生做工序 A，乙学生同时做工序 B，需要 9 分钟，

然后甲学生做工序 D，乙学生同时做工序 C，乙学生工序 C 完成后接着做工序 G，需要 9 分钟，

最后甲学生做工序 E，乙学生同时做工序 F，需要 10 分钟，

∴若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工，最少需要 $9+9+10=28$（分钟），

故答案为：53，28；

【点睛】本题考查了逻辑推理与时间统筹，根据加工要求得出加工顺序是解题的关键.

17.　$3\sqrt{3}-3$

【分析】先分别利用特殊角的三角函数值以及二次根式、负指数幂的性质化简，再合并同类项即可得出答案.

【详解】解：原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1-4+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3$

【点睛】此题主要考查了实数运算，正确化简各项是解题关键.

18.　$-2<x<\frac{11}{7}$

【分析】分别求①，②两不等式的解集，再根据两不等式的解集求不等式组的解集即可.

【详解】解：$\begin{cases}6x+2>3x-4① \\ \frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{2}<1②\end{cases}$

由①得 $6x+2>3x-4$，

$3x>-6$，

$x>-2$

由②得 $\frac{2x-1}{3}-\frac{1-x}{2}<1$，

$2(2x-1)-3(1-x)<6$，

$4x-2-3+3x<6$，

$7x<11$，

$x<\frac{11}{7}$，

故不等式组的解集为：$-2<x<\frac{11}{7}$.

【点睛】本题考查解一元一次不等式组，能够数量掌握一元一次不等式的解法是解决本题的关键.

19．9

【分析】先根据非负数的性质得出 a、b 的值，代入 $ax^2+bx-4=0$ 变形得 $2x^2-3x=4$，再代入 $4x^2-6x+1=2（2x^2-3x）+1$ 求解即可.

【详解】解：∵（2-a）^{2}+|b+3|=0，

∴2-a=0，b+3=0，

解得 a=2，b=-3，

代入 $ax^2+bx-4=0$，得：$2x^2-3x-4=0$，

则 $2x^2-3x=4$，

∴$4x^2-6x+1$

$=2（2x^2-3x）+1$

=2×4+1

=8+1

=9.

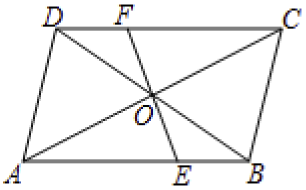
【点睛】本题主要考查非负数的性质：偶次乘方、绝对值，解题的关键是掌握任意一个数的偶次方都是非负数，当几个数或式的偶次方相加和为 0 时，则其中的每一项都必须等于 0.

20．(I）见解析；(II）见解析

【分析】(1）由四边形 ABCD 是平行四边形，得到 OB=OD，AB∥CD，根据全等三角形的性质即可得到结论；

（2）根据菱形的判定定理即可得到结论.

【详解】解：(I）如图：



图①

证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OB = OD$， $AB // CD$．

$\therefore \angle EBO = \angle FDO$，

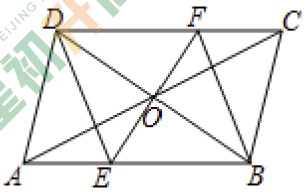
在$\triangle OBE$和$\triangle ODF$中，

$$\begin{cases} \angle EBO = \angle FDO \\ OB = OD \\ \angle BOE = \angle DOF \end{cases},$$

$\therefore \triangle OBE \cong \triangle ODF\left(ASA\right)$．

$\therefore OE = OF$．

（II）如图：



图②

$\because OB = OD$， $OE = OF$，

$\therefore$四边形$BEDF$是平行四边形.

又$\because EF \perp DB$，

$\therefore$四边形$BEDF$是菱形.

【点睛】此题考查了菱形的判定，平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质．此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用．

21．(1) t＝8min时，射线OC与OD重合；(2) t＝2min或t＝14min时，射线OC⊥OD.

【分析】(1）根据题意可得，射线OC与OD重合时，20t＝5t+120，可得t的值；

（2）根据题意可得，射线OC⊥OD时，20t+90＝120+5t或20t﹣90＝120+5t，可得t的值．

【详解】(1)由题意可得，20t＝5t+120，

解得t＝8，

即t＝8min时，射线OC与OD重合；

(2)由题意得，

①20t+90＝120+5t，

解得：t＝2；

②20t﹣90＝120+5t，

解得：t＝14；

即当t＝2min或t＝14min时，射线OC⊥OD.

【点睛】本题考查一元一次方程的应用与角的计算，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

22．(1) $m = 4, n = \dfrac{8}{3}$.

(2) $D(2,2)$ 或 $D\ \ 6,-2\ $.

【分析】（1）由直线 l_1：$y=2x$，过点 $B\left(\frac{4}{3},n\right)$，可求解 n 的值，直线 l_2：$y=-x+m$ 过点 $B\left(\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right)$, 可求解 m 的值，从而可得答案；

（2）先求解 $A(4,0)$, 设 $D\ \ x,-x+4\ $，再根据 ΔAOD 的面积为 4，列方程 $\frac{1}{2}\times OA\bullet\left|y_D\right|=4$, 再解方程即可.

【详解】（1）解：∵ 直线 l_1：$y=2x$，过点 $B\left(\frac{4}{3},n\right)$，

$\therefore n=2\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$. 即 $B\left(\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right)$.

∵ 直线 l_2：$y=-x+m$ 过点 $B\left(\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right)$,

$\therefore -\frac{4}{3}+m=\frac{8}{3}$,

$\therefore m=\frac{12}{3}=4$,

∴一次函数的解析式为：$l_2: y=-x+4$.

（2）∵一次函数的解析式为：$l_2: y=-x+4$.

∴令 $y=0$, 则 $x=4$, 即 $A(4,0)$,

∵点 D 在 l_2 上，设 $D\ \ x,-x+4\ $, ΔAOD 的面积为 4，

$\therefore \frac{1}{2}\times OA\bullet\left|y_D\right|=4$,

$\therefore \frac{1}{2}\times 4\times\left|-x+4\right|=4$, 即 $\left|4-x\right|=2$,

解得：$x=2$ 或 $x=6$.

∴ $D(2,2)$ 或 $D\ \ 6,-2\ $.

【点睛】本题考查的是正比例函数与一次函数的性质，利用待定系数法求解一次函数的解析式，一次函数与坐标轴的交点坐标，坐标与图形，利用方程思想解决图形面积问题是解本题的关键.

23.（1）25，图详见解析；（2）集训队员测试成绩的众数为 1.65m；（3）中位数为 1.60m.

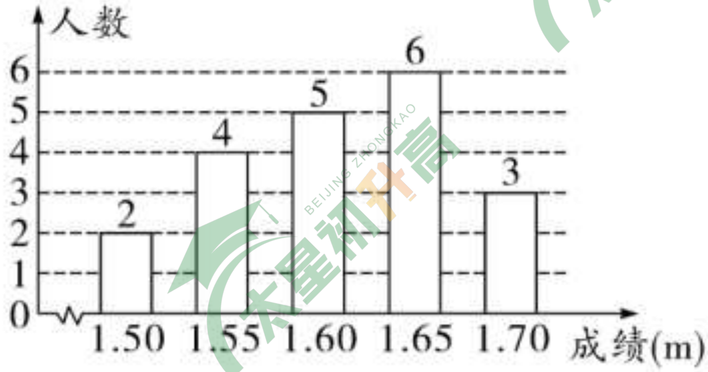
【分析】（1）根据扇形统计图中的数据可以求得 a 的值，根据 1.50 的人数和所占的百分比可以求得本次参加初赛的人数，从而可以求得 1.55m 的人数，进而可以将条形统计图补充完整；

（2）根据条形统计图中的数据可以得到该组数据的众数；

（3）针对请假队员分两种情况讨论.

【详解】解：（1）25；

补全条形统计图如解图所示：



$a\%=1-(10\%+20\%+30\%+15\%)=25\%$，故 $a=25$；测试成绩为 1.50m 的有 2 人，占总人数的 10%，故总人数为 $2\div 10\%=20$（人）.则测试成绩为 1.55m 的人数为 $20\times 20\%=4$（人）.

（2）由条形统计图可知，集训队员测试成绩的众数为 1.65m；

（3）当两名请假队员的成绩均大于或等于 1.65m 时，中位数为 $\dfrac{1.60+1.65}{2}=1.625(\text{m})$；

当两名请假队员的成绩均小于 1.65m 或一个小于 1.65m，一个大于或等于 1.65m 时，中位数为 1.60m.

【点睛】本题考查条形统计图、扇形统计图、众数、中位数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

错因分析　中等题. 失分原因是（1）没有掌握求 a 值要用到各部分的百分比之和为 1，结合扇形统计图和条形统计图求出集训队员的总人数；（2）不熟悉众数的概念；（3）不熟悉中位数的概念，当数据的个数是奇数时，中位数是最中间的数.当数据的个数是偶数时，中位数是中间两个数的平均数，所以要分类讨论两名队员的跳高成绩.

24.（1）路程与时间之间的关系：自变量是时间，因变量是路程；（2）50 千米；（3）75 千米/小时

【分析】（1）根据函数的图象可以知道横轴表示时间，纵轴表示路程，据此可以得到答案；

（2）根据函数的图象可以知道汽车行驶的时间和路程，用路程除以时间即可得到速度；

（3）观察图象可以得到汽车在 3-4 小时之间路程没有增加，说明此时在检修，检修后两小时走了 150 千米据此可以求得速度.

【详解】解：（1）路程与时间之间的关系：自变量是时间，因变量是路程.

（2）由图象可知，汽车从景区到 C 地用了 3 小时，行驶路程为150 千米，所以平均每小时行驶 $150\div 3=50$（千米）.

（3）检修了 $4-3=1$ 小时，修后的速度为 $(300-150)\div(6-4)=75$ 千米/小时.

【点睛】本题考查了看函数图象，解此类问题时，首先要看清横纵坐标所表示的意义.

25.（Ⅰ）k＞－1（II）对称轴为：x=1，顶点坐标为（1，－4）；（III）m 的值为 1 或 $\dfrac{13}{4}$

【详解】试题分析：（I）由抛物线与 x 轴有两个交点可知△＞0，从而可求得 k 的取值范围；

（II）先求得 k 的最小整数值，从而可求得二次函数的解析式，结合函数解析式求此二次函数的对称轴和顶点坐标；

（III）先根据函数解析式画出图形，然后结合图形找出抛物线与 x 轴有三个交点的情形，最后求得直线的

解析式，从而可求得 m 的值.

试题解析：（Ⅰ）∵抛物线与 x 轴有两个交点，

∴△=4（k+1）²﹣4（k²﹣2k﹣3）=16k+16＞0，

∴k＞﹣1，

∴k 的取值范围为 k＞﹣1；

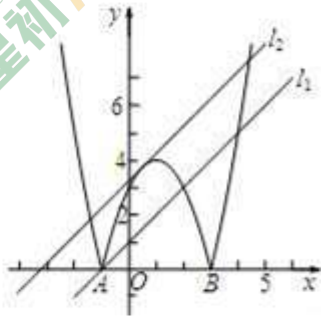
（Ⅱ）∵k＞﹣1，且 k 取最小的整数，

∴k=0，

∴y=x²﹣2x﹣3=（x﹣1）²﹣4，

∴对称轴为：x=1．顶点坐标为（1，﹣4）；

（Ⅲ）翻折后所得新图象如图所示，



平移直线 y=x+m 知：直线位于 l_1 和 l_2 时，它与新图象有三个不同的公共点，

①当直线位于 l_1 时，此时 l_1 过点 A（﹣1，0），

∴0=﹣1+m，即 m=1；

②∵当直线位于 l_2 时，此时 l_2 与函数 y=﹣x²+2x+3（﹣1≤x≤3）的图象有一个公共点，

∴方程 x+m=﹣x²+2x+3，即 x²﹣x﹣3+m=0 有两个相等实根，

∴△=1﹣4（m﹣3）=0，即 m=$\frac{13}{4}$，

综上所述，m 的值为 1 或$\frac{13}{4}$.

【点睛】本题考查了二次函数的综合，涉及到抛物线与 x 轴的交点、根的判别式等，正确地分析，根据题意画出图形，结合图形进行讨论是解题的关键.

26．(1)见解析

(2) $EF=3CG$．理由见解析

(3) $\frac{DG}{CG}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

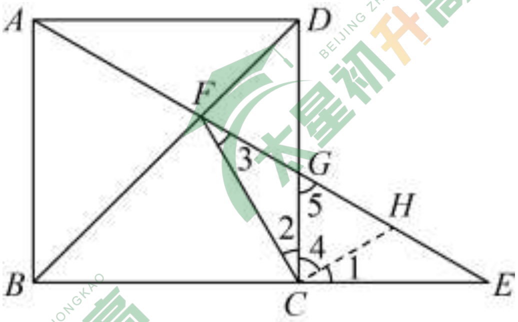
【分析】本题主要考查切线的判定，全等石匠判定与性质，直角三角形的性质等知识：

（1）证明$\triangle ADF\cong\triangle CDF$得$\angle DAF=\angle 2$，由$AD\parallel BE$得$\angle 2=\angle E=\angle DAF$，取$EG$的中点$H$，连接$CH$，证明∠2+∠4=90°即可得出结论；

（2）证明$\angle E=30°$，得出$EG=2CG$,进一步得出结论；

（3）设 $CG=x$，可求出 $AG=\left(\sqrt{3}+1\right)x$， $DG=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)x}{2}$，从而可得结论.

【详解】（1）证明：如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AD=CD, \angle ADF=\angle CDF$，

又 $DF=DF$，

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDF,$

$\therefore \angle DAF=\angle 2$，

$\because AD // BE,$

$\therefore \angle DAF=\angle E,$

$\therefore \angle 2=\angle E$，

取 EG 的中点 H，连接 CH，

则 $CH=EH=GH$ 为 $\triangle CEG$ 外接圆的半径，

$\therefore \angle 1=\angle E, \angle 4=\angle 5,$

$\therefore \angle 1=\angle 2$，

$\because \angle 1+\angle 4=90^{\circ},$

$\therefore \angle 2+\angle 4=90^{\circ}$，

$\therefore CF \perp CH$，

所以 CF 与 $\triangle CEG$ 的外接圆相切.

（2）解： $EF=3CG$． 理由如下：

$\because CE=CF$，

$\therefore \angle 3=\angle E=\angle 1=2,\ \angle 5=2\angle E$，

而 $\angle 5+\angle E=90^{\circ},$

$\therefore \angle E=30^{\circ}$，

$\therefore EG=2CG,$

$\therefore EF=3CG$.

（3）解：设 $CG=x$，则 $FG=x, CE=CF=AF=\sqrt{3}x$，

$\therefore AG=\left(\sqrt{3}+1\right)x$，

由（2）知 $\angle DAF=\angle E=30^\circ$，

$\therefore DG=\frac{1}{2}AG=\frac{(\sqrt{3}+1)x}{2}$，

$\therefore \frac{DG}{CG}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$．

27．(1)证明见解析；

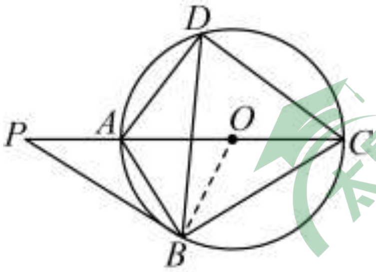
(2) $BD=\sqrt{5}+2\sqrt{3}$．

【分析】（1）连接 OB，由切线的性质和等腰三角形的性质得出 $\angle P=30^\circ$，再由直角三角形的性质即可得出结论；

（2）作 $AH\perp BD$ 于 H，根据圆周角定理得到 $\angle ADC=90^\circ$，$\angle ABC=90^\circ$，由 $OC=3$ 得到 $AC=6$，根据直角三角形的性质可得到 $AB=\frac{1}{2}AC=3$，$AH=\frac{1}{2}AD=2$，根据勾股定理求出 DH、BH，即可求出 BD 的长；

本题考查了切线的性质、等腰三角形的性质、圆周角定理、直角三角形的性质、勾股定理，根据题意，正确作出辅助线是解题的关键．

【详解】（1）证明：连接 OB，



$\because PB$ 与圆 O 相切于点 B，

$\therefore \angle OBP=90^\circ$，

$\therefore \angle P+\angle POB=90^\circ$，

$\because OB=OC$，

$\therefore \angle OBC=\angle OCB$，

$\therefore \angle POB=\angle OBC+\angle OCB=2\angle OCB$，

$\because PB=BC$，

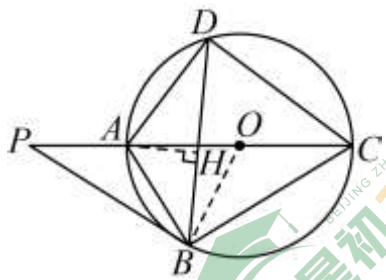
$\therefore \angle P=\angle OCB$，

$\therefore \angle P+\angle POB=\angle P+2\angle OCB=3\angle P=90^\circ$，

$\therefore \angle P=30^\circ$，

$\therefore OP=2OB=2OC$；

（2）解：如图，作 $AH\perp BD$ 于 H，则 $\angle AHD=\angle AHB=90^\circ$，



$\because AC$ 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$， $\angle ABC=90^\circ$，

$\because OC=3$，

$\therefore AC=6$，

$\because \angle OCB=30^\circ$，

$\therefore AB=\frac{1}{2}AC=3$， $\angle ADB=\angle OCB=30^\circ$，

$\because AD=4$，

$\therefore AH=\frac{1}{2}AD=2$，

$\therefore DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore BD=BH+DH=\sqrt{5}+2\sqrt{3}$．

28．(1) $(1,0)$

(2) 45°

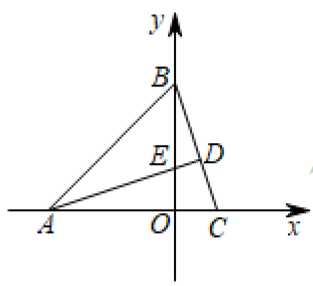
(3) $Q(-2,2-t)$

【分析】（1）根据$\triangle AOE\cong\triangle BOC$得$OE=OC$即可求出点$C$坐标．

（2）如图，先过点O作$OM\perp AD$于点M，作$ON\perp BC$于点N，根据$\triangle AOE\cong\triangle BOC$，得到$S_{\triangle AOE}=S_{\triangle BOC}$，底边$AE=BC$，得出$OM=ON$，根据角平分线的逆定理进而得到$OD$平分$\angle ADC$，可得$\angle ADO=\angle ABO=45^\circ$；

（3）如图，作辅助线，构建全等三角形，证明$\triangle PCG\cong\triangle QPH$，可得$CG=PH=2$，$PG=QH=t$，又知$Q$在第二象限，从而得$Q(-2,2-t)$．

【详解】（1）解：如图，



当$t=1$时，点$C(1,0)$，

$\because AD \perp BC$，

$\therefore \angle EAO + \angle BCO = 90°$，

$\because \angle CBO + \angle BCO = 90°$，

$\therefore \angle EAO = \angle CBO$，

在$\triangle AOE$和$\triangle BOC$中，

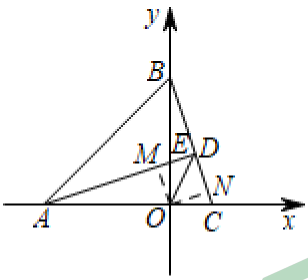
$$\because \begin{cases} \angle EAO = \angle CBO \\ AO = BO \\ \angle AOE = \angle BOC = 90° \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOC(ASA)$，

$\therefore OE = OC = 1$，

$\therefore$点E坐标$(1,0)$．

（2）解：如图，过点O作$OM \perp AD$于点M，作$ON \perp BC$于点N，



$\because \triangle AOE \cong \triangle BOC$，

$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle BOC}$，且$AE = BC$，

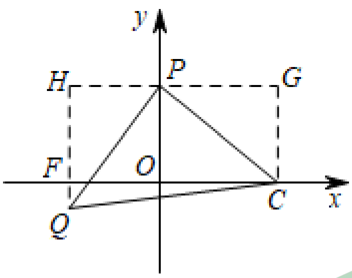
$\because OM \perp AE$，$ON \perp BC$，

$\therefore OM = ON$，

$\therefore OD$平分$\angle ADC$；

$\therefore \angle ADO = \angle ABO = 45°$；

（3）解：如图，过P作$GH \parallel x$轴，过C作$CG \perp GH$于G，过Q作$QH \perp GH$于H，交x轴于F，



$\because P(0,2)$，$C(t,0)$，

$\therefore CG = FH = 2$，$PG = OC = t$，

$\because \angle QPC = 90°$，

$\therefore \angle CPG + \angle QPH = 90°$，

$\because \angle QPH + \angle HQP = 90°$，

$\therefore \angle CPG = \angle HQP$，

$\because \angle QHP = \angle G = 90°$， $PQ = PC$，

$\therefore \triangle PCG \cong \triangle QPH$，

$\therefore CG = PH = 2$， $PG = QH = t$，

$\therefore Q(-2, 2-t)$．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质、角平分线的逆定理等知识，解题的关键是寻找全等三角形．