



# 2024 北京二中初三（下）保温训练

## 数 学

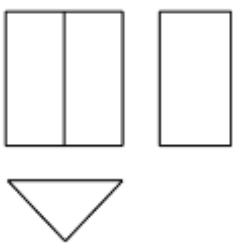
第I卷（选择题共 16 分）

一、选择题（以下每题只有一个正确的选项，每小题 2 分，共 16 分）

1. 党的二十大报告中指出，我国全社会研发经费支出达二万八千亿元，居世界第二位。“二万八千亿”用科学记数法表示为（ ）

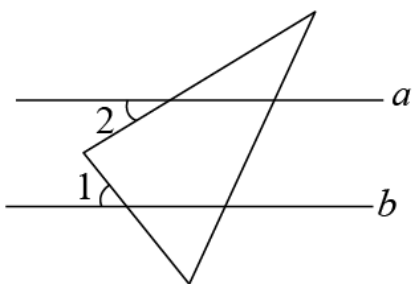
- A.  $0.28 \times 10^{13}$                       B.  $2.8 \times 10^{11}$                       C.  $2.8 \times 10^{12}$                       D.  $28 \times 10^{11}$

2. 图是某几何体的三视图，该几何体是（ ）



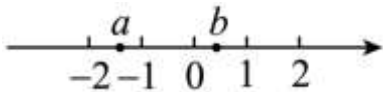
- A. 三棱锥                      B. 三棱柱                      C. 圆柱                      D. 长方体

3. 如图，直线  $a \parallel b$ ，将一个直角三角尺按如图所示的位置摆放，若  $\angle 1 = 58^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为（ ）



- A.  $30^\circ$                       B.  $32^\circ$                       C.  $42^\circ$                       D.  $58^\circ$

4. 有理数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列各式成立的是（ ）



- A.  $a > b$                       B.  $-ab < 0$                       C.  $|a| < |b|$                       D.  $a < -b$

5. 下列一元二次方程有两个相等实数根的是（ ）

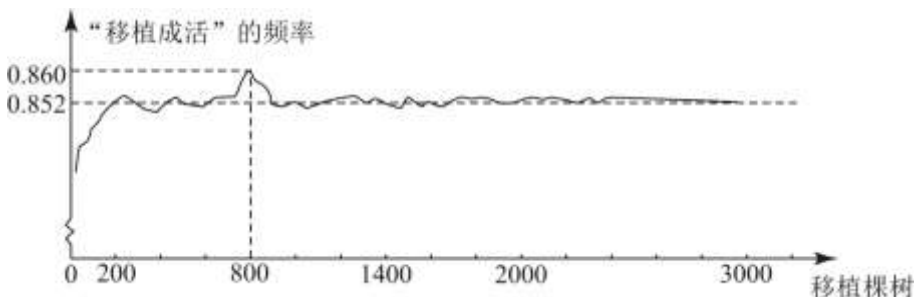
- A.  $x^2 - 2x + 1 = 0$   
 B.  $2x^2 - x + 1 = 0$   
 C.  $4x^2 - 2x - 3 = 0$   
 D.  $x^2 - 6x = 0$



6. 下列电动车的品牌图案中，不是轴对称图形的是（ ）



7. 下图显示了某林业部门统计某种树苗在本地区相同条件下的移植成活试验的结果.



下面有四个推断：

- ①当移植的棵树是 800 时，成活的棵树是 688，所以“移植成活”的概率是 0.860；
- ②随着移植棵树的增加，“移植成活”的频率总在 0.852 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“移植成活”的概率是 0.852；
- ③与试验相同条件下，若移植 10000 棵这种树苗，可能成活 8520 棵；
- ④在用频率估计概率时，移植 3000 棵树时的频率 0.852 一定比移植 2000 棵树时的频率 0.853 更准确

其中合理的是（ ）

- A. ①②                      B. ①③                      C. ②③                      D. ②④

8. 下面三个问题中都有两个变量：

- ①如图 1，货车匀速通过隧道（隧道长大于货车长），货车在隧道内的长度  $y$  与从车头进入隧道至车尾离开隧道的的时间  $x$ ；
- ②如图 2，实线是王大爷从家出发匀速散步行走 路线（圆心  $O$  表示王大爷家的位置），他离家的距离  $y$  与散步的时间  $x$ ；
- ③如图 3，往空杯中匀速倒水，倒满后停止，一段时间后，再匀速倒出杯中的水，杯中水的体积  $y$  与所用时间  $x$



图1

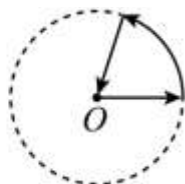
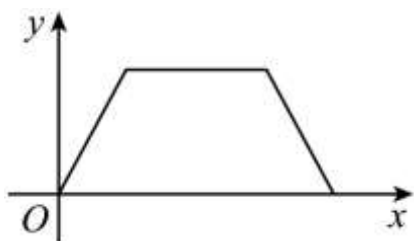


图2



图3

其中，变量  $y$  与  $x$  之间的函数关系大致符合下图的是 ( )



- A. ①②
- B. ①③
- C. ②③
- D. ①②③

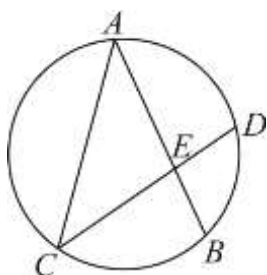
二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 16 分)

9. 在函数  $y = \frac{x}{x-3}$  中, 自变量  $x$  取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 用科学记数法表示  $0.00805 =$  \_\_\_\_\_

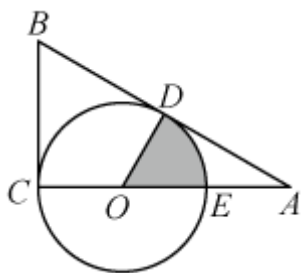
11. 某活动小组购买了 4 个篮球和 5 个足球, 一共花费了 435 元, 其中篮球的单价比足球的单价多 3 元, 求篮球的单价和足球的单价. 设篮球的单价为  $x$  元, 足球的单价为  $y$  元, 依题意, 可列方程组为\_\_\_\_\_.

12. 如图, 圆的两条弦  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $E$ , 且  $AD = BC$ ,  $\angle A = 40^\circ$ , 则  $\angle CEB$  的度数为\_\_\_\_\_.

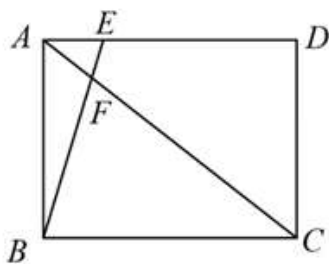


13. 小华和小明周末到北京三山五园绿道骑行. 他们按设计好 同一条线路同时出发, 小华每小时骑行 18km, 小明每小时骑行 12km, 他们完成全部行程所用的时间, 小明比小华多半小时. 设他们这次骑行线路长为  $x$ km, 依题意, 可列方程为\_\_\_\_\_.

14. 如图,  $O$  为  $Rt\triangle ABC$  直角边  $AC$  上一点, 以  $OC$  为半径的  $\odot O$  与斜边  $AB$  相切于点  $D$ , 交  $OA$  于点  $E$ , 已知  $BC = \sqrt{3}$ ,  $AC = 3$ . 则图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_.



15. 如图，在矩形  $ABCD$  中，若  $AB=3, AC=5, \frac{AF}{FC}=\frac{1}{4}$ ，则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



16. 某生产线在同一时间只能生产一笔订单，即在完成一笔订单后才能开始生产下一笔订单中的产品。一笔订单的“相对等待时间”定义为该笔订单的等待时间与生产线完成该订单所需时间之比。例如，该生产线完成第一笔订单用时 5 小时，之后完成第二笔订单用时 2 小时，则第一笔订单的“相对等待时间”为 0，第二笔订单的“相对等待时间”为  $\frac{5}{2}$ 。现有甲、乙、丙三笔订单管理员估测这三笔订单的生产时间（单位：小时）依次为  $a, b, c$ ，其中  $a > b > c$ ，则使三笔订单“相对等待时间”之和最小的生产顺序是\_\_\_\_\_.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 计算： $\sqrt{18} - 4\cos 45^\circ + (1 - \sqrt{3})^0 - |-\sqrt{2}|$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2(x-1) \leq x+1 \\ \frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3} \end{cases}$ .

19. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+3)x + m+2 = 0$ .

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程的两个实数根都是正整数，求  $m$  的最小值.

20. 先阅读下列材料，再回答问题

尺规作图

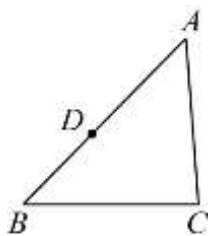


图 1

已知： $\triangle ABC$ ， $D$ 是边 $AB$ 上一点，如图 1，

求作：四边形 $DBCF$ ，使得四边形 $DBCF$ 是平行四边形。

小明的做法如下：

(1) 设计方案

先画一个符合题意的草图，如图 2. 再分析实现目标的具体方法，  
依据：两组对边分别平行的四边形是平行四边形。

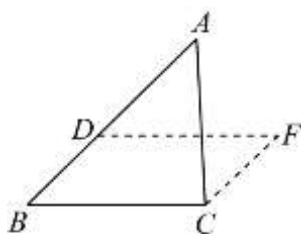


图 2

(2) 设计作图步骤，完成作图

作法：如图 3

- ①延长 $BC$ 至点 $E$ ；
- ②分别作 $\angle ECP = \angle EBA$ ， $\angle ADQ = \angle ABE$ ；
- ③ $DQ$ 与 $CP$ 交于点 $F$ ∴四边形 $DBCF$ 即为所求

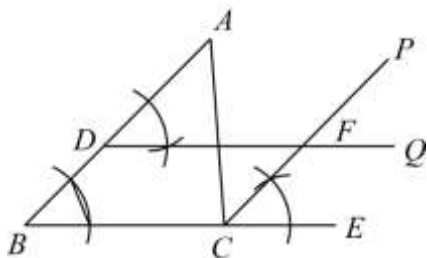


图 3

(3) 推理论证



证明：∵  $\angle ECP = \angle EBA$ ，∴  $CP \parallel BA$  .

同理， $DQ \parallel BE$  . ∴ 四边形  $DBCF$  是平行四边形.

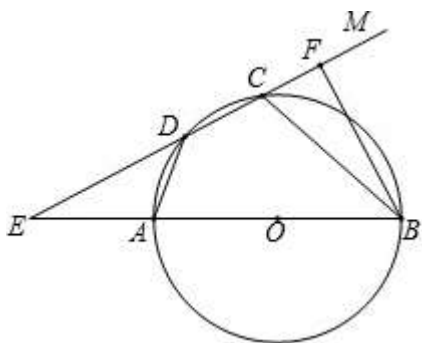
请你参考小明的做法，再设计一种尺规作图的方法（与小明的方法不同），使得画出的四边形  $DBCF$  是平行四边形，并证明.

21. 如图，点  $A$  在线段  $EB$  上，且  $EA = \frac{1}{2}AB$ ，以  $AB$  直径作  $\odot O$ ，过点  $E$  作射线  $EM$  交  $\odot O$  于

$D$ 、 $C$  两点，且  $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ . 过点  $B$  作  $BF \perp EM$ ，垂足为点  $F$ .

(1) 求证： $CD \cdot CB = 2CF \cdot EA$ ;

(2) 求  $\tan \angle CBF$  的值.

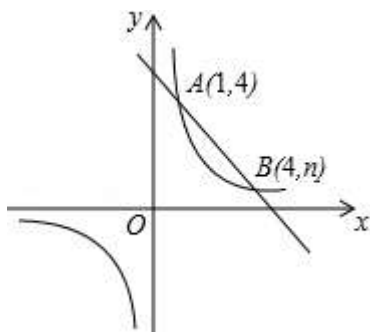


22. 已知双曲线  $y = \frac{2}{x}$  和直线  $y = kx + 2$  相交于点  $A(x_1, y_1)$  和点  $B(x_2, y_2)$ ，且  $x_1^2 + x_2^2 = 10$ ，

求  $k$  的值.

23. (5分) 如图，一次函数  $y = kx + b$  与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象交于  $A(1, 4)$ ， $B(4, n)$  两

点.



(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 求一次函数的解析式;

(3) 点  $P$  是  $x$  轴上的一动点，试确定点  $P$  并求出它的坐标，使  $PA + PB$  最小.

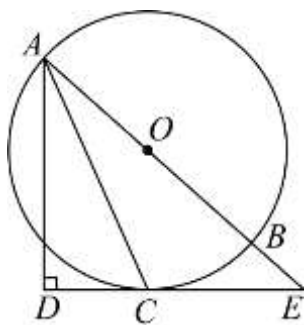
24. (6分) 如图， $AB$  为  $\odot O$  的直径， $C$  为  $\odot O$  上一点，经过点  $C$  的切线交  $AB$  的延长线于点  $E$ ，

$AD \perp EC$  交  $EC$  的延长线于点  $D$ ，连接  $AC$  .



(1)求证:  $AC$  平分  $\angle DAE$ ;

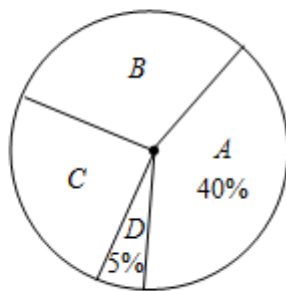
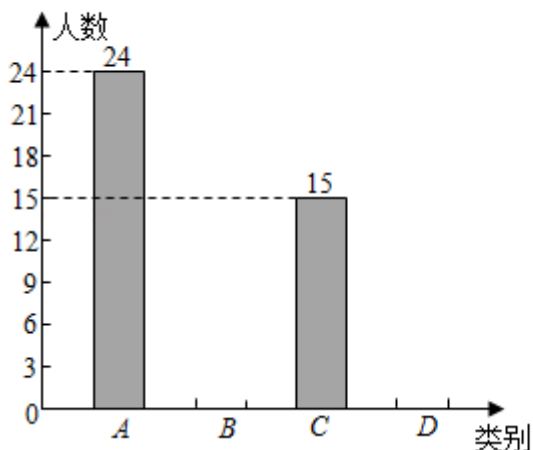
(2)若  $\cos \angle DAE = \frac{2}{3}$ ,  $BE = 2$ , 求  $\odot O$  的半径.



25. “机动车行驶到斑马线要礼让行人”等交通法规实施后, 某校共有 3000 人, 数学课外实践小组就对这些交通法规的了解情况在全校随机调查了部分学生, 调查结果分为四种:  $A$ . 非常了解,  $B$ . 比较了解,  $C$ . 基本了解,  $D$ . 不太了解, 实践小组把此次调查结果整理并绘制成下面不完整的条形统计图和扇形统计图.

学生对交通法规了解情况条形统计图

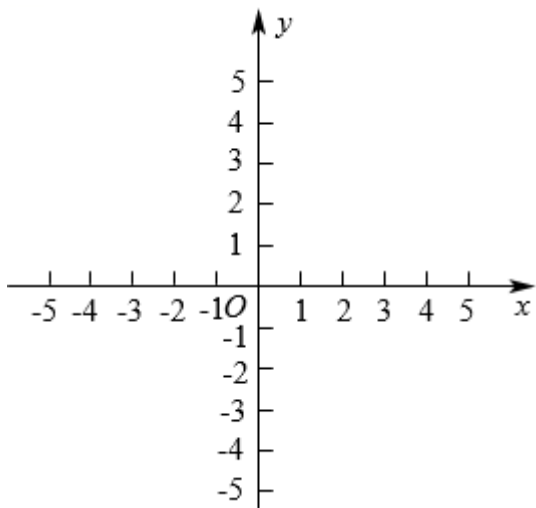
学生对交通法规了解情况扇形统计图



请结合图中所给的信息解答下列问题:

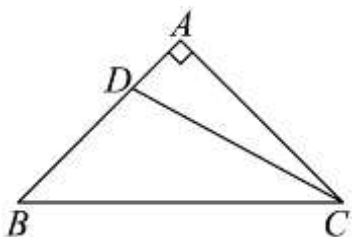
- 扇形统计图中  $C$  所对应的扇形圆心角度数为\_\_\_\_\_; 估计全校非常了解交通法规的有人.
- 补全条形统计图;
- 学校准备从组内的甲、乙、丙、丁四位学生中随机抽取两名学生参加市区交通法规竞赛, 请用列表或画树状图的方法求丙和丁两名同学同事被选中的概率.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y = -x^2 + 2mx - m^2 + m - 2$  ( $m$  是常数).



- (1) 求该抛物线的顶点坐标（用含  $m$  代数式表示）；
- (2) 如果该抛物线上有且只有两个点到直线  $y=1$  的距离为 1，求出  $m$  的取值范围；
- (3) 如果点  $A(a, y_1)$ ， $B(a+2, y_2)$  都在该抛物线上，当它的顶点在第四象限运动时，总有  $y_1 > y_2$ ，求  $a$  的取值范围。

27. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $D$  是边  $AB$  上一点，点  $D$  与  $E$  关于直线  $AC$  对称，过点  $E$  作  $EF \perp CD$  交  $CD$  于  $G$ ，交  $BC$  于  $F$ 。



- (1) 补全图形；
  - (2) 探究线段  $CD$  和  $EF$  的数量关系，并证明；
  - (3) 直接写出线段  $BF$  的  $DE$  的数量关系\_\_\_\_\_。
28. 平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $M(a, b)$  和图形  $W$ ，若  $W$  上存在点  $N(-b, -a)$  与点  $M$  对应，则称  $M$  是图形  $W$  “呼应点”。

- (1) 点  $Q(\sqrt{3}, -1)$  的“呼应点”的坐标为\_\_\_\_\_；
- (2) 是否存在点  $P(t, t)$  是直线  $y = -\sqrt{3}x + 3$  的“呼应点”，若存在，求  $t$  的值；若不存在，说明理由；
- (3) 直线  $y = mx - 2$  上存在以  $T(0, 4)$  为圆心， $\sqrt{2}$  为半径的  $\odot T$  的“呼应点”，直接写出  $m$  的取值范围\_\_\_\_\_。