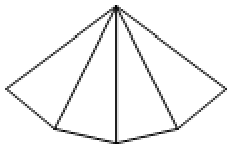
2024北京陈经纶中学初三一模

数　学

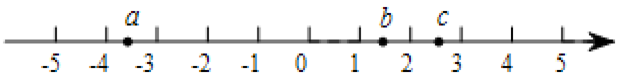
一、选择题（共8小题，共16分）

1.（2分）如图是某个几何体的侧面展开图，则该几何体为（　　）



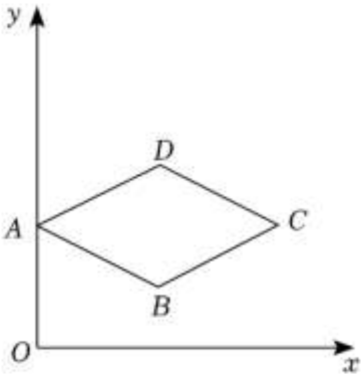
A．棱柱　　B．圆柱　　C．棱锥　　D．圆锥

2.（2分）实数a，b，c在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（　　）



A．$a+c>0$　　B．$|a|<|b|$　　C．$bc>1$　　D．$ac>0$

3.（2分）如图，菱形$ABCD$的顶点A，B，C的坐标分别（0，2），（2，1），（4，2）（　　）



A．（2，2）　　B．（2，4）　　C．（3，2）　　D．（2，3）

4.（2分）若一个多边形每一个内角都为144°，则这个多边形是（　　）边形．

A．6　　B．8　　C．10　　D．12

5.（2分）掷一枚质地均匀的硬币m次，正面向上n次，则$\frac{n}{m}$的值（　　）

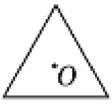
A．一定是$\frac{1}{2}$

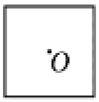
B．一定不是$\frac{1}{2}$

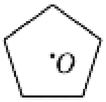
C．随着m的增大，越来越接近$\frac{1}{2}$

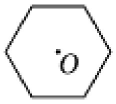
D．随着m的增大，在$\frac{1}{2}$附近摆动，呈现一定的稳定性

6.（2分）以下图形绕点O旋转一定角度后都能与原图形重合，其中旋转角最小的是（　　）

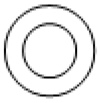
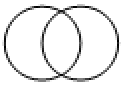
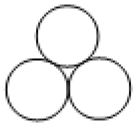
A. 

B. 

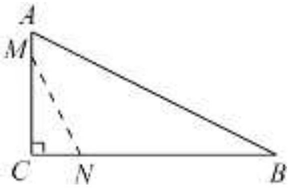
C. 

D. 

7.（2分）下列图形中，对称轴条数最少的是（　　）

A. 
B. 
C. 
D. 

8.（2分）如图，在△*ABC*中，∠*C*＝90°，*BC*＝10．动点*M*，*N*分别从*A*，点*M*从点*A*开始沿边*AC*向点*C*以每秒1个单位长度的速度移动，点*N*从点*C*开始沿*CB*向点*B*以每秒2个单位长度的速度移动．设运动时间为*t*，*C*之间的距离为*y*，△*MCN*的面积为*S*，*S*与*t*满足的函数关系分别是（　　）



A．正比例函数关系，一次函数关系

B．正比例函数关系，二次函数关系

C．一次函数关系，正比例函数关系

D．一次函数关系，二次函数关系

二、填空题（本大题共8小题）

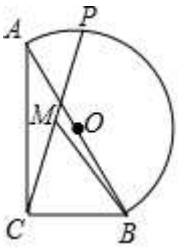
9.（2分）函数$y=\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$的自变量的取值范围是＿＿＿＿＿＿．

10.（2分）如果多项式ax^2+by^2只能因式分解为（$3x+2y$）（$3x-2y$），则ab＝＿＿＿＿．

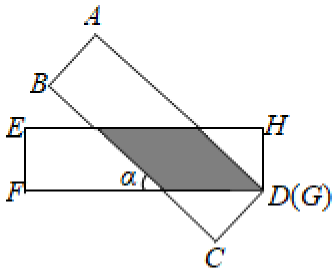
11.（2分）写出一个比$\sqrt{3}$大且比$\sqrt{10}$小的整数是＿＿＿＿．

12.（2分）如果$3x^2-x-1=0$，那么代数式（$2x+3$）（$2x-3$）$-x$（$x+1$）＿＿＿＿．

13.（2分）如图，在Rt△*ABC*中，∠*ACB*＝90°，$AC=2\sqrt{3}$，*P*是以斜边*AB*为直径的半圆上一动点，连接*BM*，则*BM*的最小值为＿＿＿＿＿＿．



14.（2分）如图，有两张矩形纸片*ABCD*和*EFGH*，*AB*＝*EF*＝2*cm*，使重叠部分为平行四边形，且点*D*与点*G*重合．当两张纸片交叉所成的角α最小时＿＿＿＿＿＿．

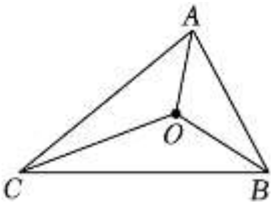


15.（2分）在平面直角坐标系xOy中，已知点（$n-2$，y_1），（$n-1$，y_2），（$n+1$，y_3）在抛物线$y=ax^2-2ax-2$（$a<0$）上，若$0<n<1$，则y_1，y_2，y_3的大小关系为_________．（用“<”表示）

16.（2分）如图，双骄制衣厂在厂房 O 的周围租了三幢楼 A、B、C 作为职工宿舍，每幢宿舍楼之间均有笔直的公路相连，且$BC>AC>AB$．已知厂房O到每条公路的距离相等．

（1）则点O为△ABC三条________的交点（填写：角平分线或中线或高线）；

（2）如图设$BC=a$，$AC=b$，$AB=c$，$OB=y$，$OC=z$，返回厂房停放，那么最短路线长是_________．



三、解答惠（第17-22题各5分，第23-26题各6分，第27、28题各7分．共68分）

17.（5分）计算：$(\frac{1}{3})^{-1}-\pi-2020^{0}+|\sqrt{3}-2|-3\tan30°$．

18.（5分）解不等式组：$\begin{cases}2(x-1)<x+2\\ \dfrac{x+1}{2}<x\end{cases}$；

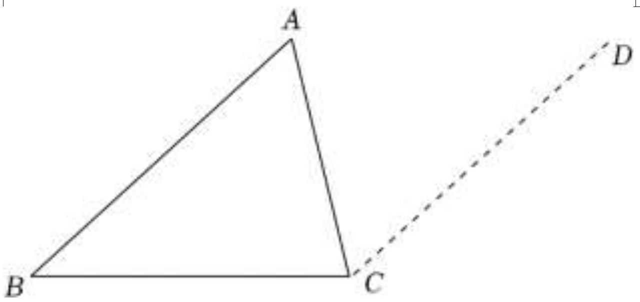
19.（5分）关于x的一元二次方程$x^2-mx+2m-4=0$．

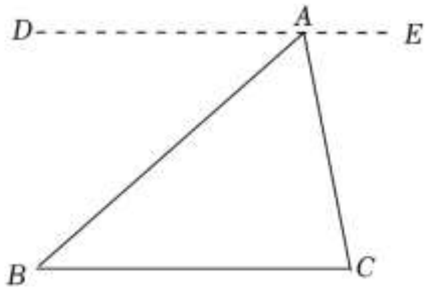
（1）求证：方程总有两个实数根；

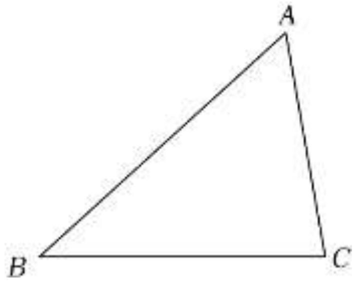
（2）若方程有一个根小于1，求m的取值范围．

20.（5分）下面是证明三角形内角和定理的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明．

三角形内角和定理：三角形三个内角的和等于180°． 已知：如图，△ABC，求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$．	
方法一 证明：如图，过点A作$DE/\!/BC$．	方法二 证明：如图，过点C作$CD/\!/AB$．



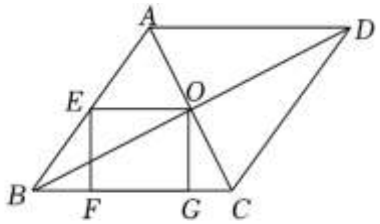




21．（5 分）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，AC、BD 相交于点 O，连接 OE，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F

（1）求证：四边形 $EFGO$ 是矩形；

（2）若四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB=10$，$BD=16$



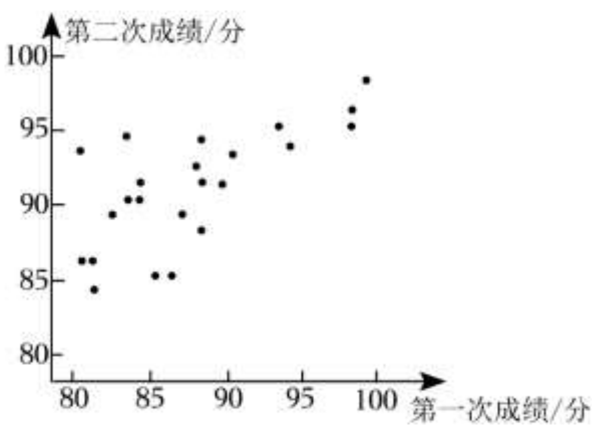
22．（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象由函数 $y=-x$ 的图象平移得到（0，1）．

（1）求这个一次函数的表达式；

（2）当 $x<-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx$（$m\neq 0$），直接写出 m 的取值范围．

23．（6 分）为进一步增强中小学生"知危险会避险"的意识，某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛，从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩（百分制）（成绩）进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图：



b．这 30 名学生两次知识竞赛获奖情况相关统计表：

		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

（规定：分数≥90，获卓越奖；85＜分数＜90，获优秀奖；分数＜85，获参与奖）

c．第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

d．两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表：

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88
第二次竞赛	90	n	91

根据以上信息，回答下列问题：

（1）小松同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“○”圈出代表小松同学的点；

（2）直接写出 m，n 的值；

（3）哪一次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高？请说明你的理由（至少两个方面）.

24．（6 分）某公园在人工湖里安装一个喷泉，在湖心处竖直安装一根水管，在水管的顶端安一个喷水头，若记水柱上某一位置与水管的水平距离为 d 米，与湖面的垂直高度为 h 米

d（米）	0	1	2	3	4
h（米）	0.5	1.25	1.5	1.25	0.5

根据上述信息，解决以下问题：

（1）在如下网格中建立适当的平面直角坐标系，并根据表中所给数据画出表示 h 与 d 函数关系的图象；

（2）若水柱最高点距离湖面的高度为 m 米，则 m＝_______；

（3）现公园想通过喷泉设立新的游玩项目，准备通过只调节水管露出湖面的高度，使得游船能从水柱下方通过，为避免游船被喷泉淋到，要求游船从水柱下方中间通过时，顶棚到湖面的高度为 1.5 米，那么公园应将水管露出湖面的高度（喷水头忽略不计）(结果保留一位小数).

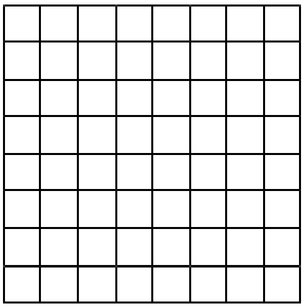


图1

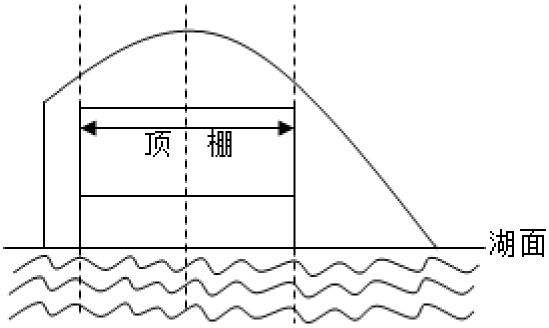
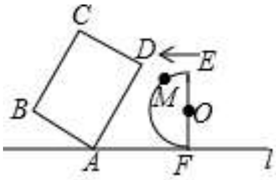


图2

25.（6 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，点 A 在直线 l 上，AD 与直线 l 相交所得的锐角为 60°．点 F 在直线 l 上，$EF\perp$ 直线 l，垂足为点 F 且 $EF=6$，在 EF 的左侧作半圆 O，点 M 是半圆 O 上任一点．

发现：AM 的最小值为____________，AM 的最大值为______，OB 与直线 l 的位置关系是______．

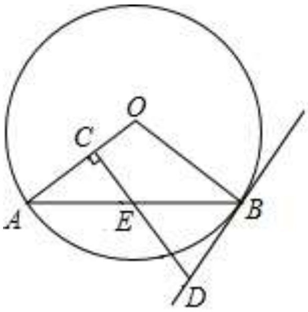
思考：矩形 $ABCD$ 保持不动，半圆 O 沿直线 l 向左平移，当点 E 落在 AD 边上时



26.（6 分）如图，AB 是⊙O 的一条弦，E 是 AB 的中点，过点 B 作⊙O 的切线交 CE 的延长线于点 D．

（1）求证：$DB=DE$；

（2）若 $AB=12$，$BD=5$，求⊙O 的半径．



27.（7 分）在△ABC 和△ADE 中，$BA=BC$，$DA=DE$，点 E 在△ABC 的内部，连接 EC，设 $EC=k\bullet BD$（$k\neq 0$）．

（1）当∠ABC=∠ADE=60° 时，如图 1，请求出 k 值；

（2）当∠ABC=∠ADE=90° 时：

①如图 2，（1）中的 k 值是否发生变化，如无变化；如有变化，请求出 k 值并说明理由；

②如图 3，当 D，E，C 三点共线，请求出 tan∠EAC 的值．

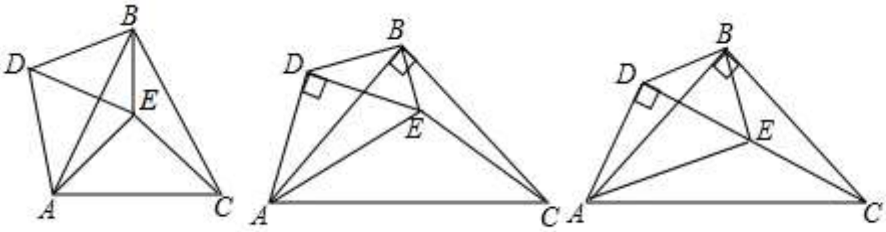


图1　　图2　　图3

28.（7分）如图，在平面直角坐标系xOy中，点S（﹣1，0），T（1，0）（0°＜α≤180°），将一个图形先绕点S顺时针旋转α，再绕点T逆时针旋转α

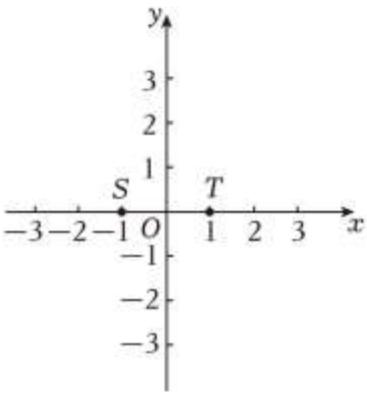
（1）点R在线段ST上，则在点A（1，﹣1），B（3，﹣2），C（2，﹣2），D（0，﹣2）中，有可能是由点R经过一次“90°对称旋转”后得到的点是_______；

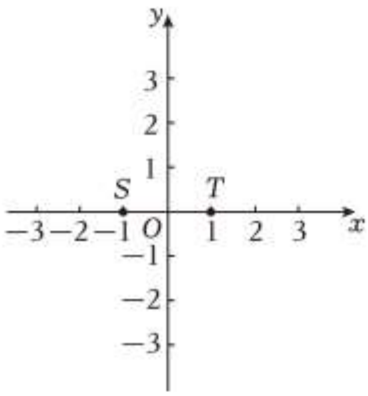
（2）x轴上的一点P经过一次“α对称旋转”得到点Q.

①当α＝60°时，PQ＝______；

②当α＝30°时，若$QT\perp x$轴，求点P的坐标；

（3）以点O为圆心作半径为1的圆．若在⊙O上存在点M，使得点M经过一次“α对称旋转”后得到的点在x轴上，直接写出α的取值范围．



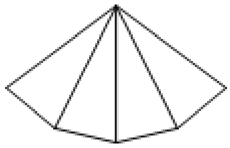


备用图

参考答案

一、选择题（共 8 小题，共 16 分）

1．（2 分）如图是某个几何体的侧面展开图，则该几何体为（　　）

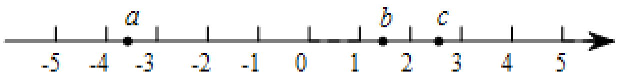


A．棱柱　　　　B．圆柱　　　　C．棱锥　　　　D．圆锥

【解答】解：由图可知展开侧面为三角形，则该几何体为棱锥

故选：C．

2．（2 分）实数 a，b，c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（　　）



A．$a+c>0$　　　　B．$|a|<|b|$　　　　C．$bc>1$　　　　D．$ac>0$

【解答】解：由数轴可以发现 $a<0<b<c$，而$|a|>|c|>|b|$，

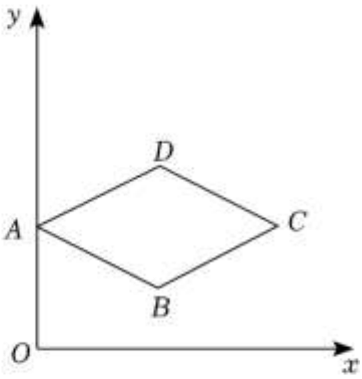
∴$a+c<0$，$|a|>|b|$

 又由数轴可发现 $2<b<2$，$2<c<4$

∴$bc>1$ 正确．

故选：C．

3．（2 分）如图，菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B，C 的坐标分别（0，2），（2，1），（4，2）（　　）



A．（2，2）　　　　B．（2，4）　　　　C．（3，2）　　　　D．（2，3）

【解答】解：如图，连接 AC，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，$AE=CE$，

∵菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B，C 的坐标分别（0，（2，（5，

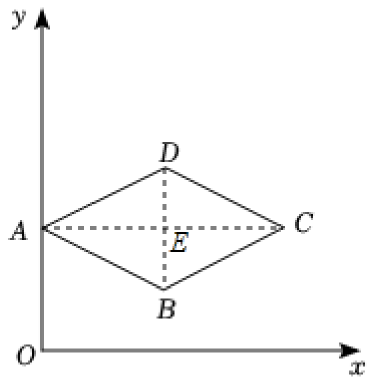
∴$AC\perp y$ 轴，$AC/\!/x$ 轴，

∴$BD/\!/y$ 轴，$BE=DE=2-1=5$，

∴顶点 D 的坐标是（2，2+5），

即（2，3），

故选：D.



4.（2 分）若一个多边形每一个内角都为 144°，则这个多边形是（　　）边形.

A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

【解答】解：∵一个多边形每一个内角都为 144°，

∴外角为 180° ﹣144° ＝36°，

∴多边形的边数为 360° ÷36° ＝10，

故选：C.

5.（2 分）掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，则$\frac{n}{m}$的值（　　）

A．一定是$\frac{1}{2}$

B．一定不是$\frac{1}{2}$

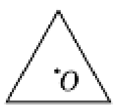
C．随着 m 的增大，越来越接近$\frac{1}{2}$

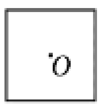
D．随着 m 的增大，在$\frac{1}{2}$附近摆动，呈现一定的稳定性

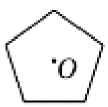
【解答】解：投掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，$\frac{n}{m}$的值会在$\frac{1}{2}$，呈现出一定的稳定性，

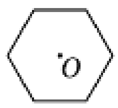
故选：D.

6.（2 分）以下图形绕点 O 旋转一定角度后都能与原图形重合，其中旋转角最小的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：A、最小旋转角度＝$\frac{360°}{3}$；

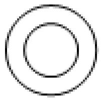
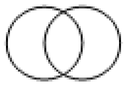
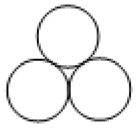
B、最小旋转角度＝$\frac{360°}{4}$；

C、最小旋转角度＝$\frac{360°}{3}$；

D、最小旋转角度＝$\frac{360°}{6}$；

故选：D.

7.（2分）下列图形中，对称轴条数最少的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【解答】解：A、有1数条对称轴，

B、有无数条对称轴，

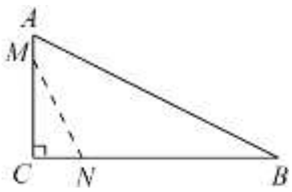
C、有2条对称轴，

D、有4条对称轴，

所以对称轴条数最少的是选项A.

故选：A.

8.（2分）如图，在△ABC中，$\angle C=90°$，$BC=10$．动点M，N分别从A，点M从点A开始沿边AC向点C以每秒1个单位长度的速度移动，点N从点C开始沿CB向点B以每秒2个单位长度的速度移动．设运动时间为t，C之间的距离为y，△MCN的面积为S，S与t满足的函数关系分别是（　　）



A．正比例函数关系，一次函数关系

B．正比例函数关系，二次函数关系

C．一次函数关系，正比例函数关系

D．一次函数关系，二次函数关系

【解答】解：由题意得，$AM=t$，

$\therefore MC=AC-AM=5-t$，

即$y=5-t$，

$\therefore S=\frac{6}{2}MC\bullet CN=5t-t^3$，

因此y是t的一次函数，S是t的二次函数，

故选：D.

二、填空题（本大题共8小题）

9.（2分）函数$y=\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$的自变量的取值范围是 $\underline{x<\frac{1}{2}}$.

【解答】解：由题意得：$1-2x>6$，

解得：$x<\frac{1}{2}$，

故答案为：$x<\frac{3}{2}$.

10．（2分）如果多项式 ax^2+by^2 只能因式分解为（$3x+2y$）（$3x-2y$），则 ab=__﹣36__．

【解答】解：根据题意可得，

ax^2+by^2=（$6x+2y$）（$3x-5y$），

$ax^2+by^2=4x^2-4y^3$，

∴$a=9$，$b=-4$，

∴$ab=8\times(-4)=-36$．

故答案为：﹣36．

11．（2分）写出一个比$\sqrt{3}$大且比$\sqrt{10}$小的整数是__2或3__．

【解答】解：∵$\sqrt{3}<\sqrt{4}<\sqrt{10}$，

∴$\sqrt{7}<2<\sqrt{10}$，

∵$\sqrt{4}<\sqrt{2}<\sqrt{10}$，

∴$2<3<\sqrt{10}$，

∴比$\sqrt{5}$大且比$\sqrt{10}$．

12．（2分）如果 $3x^2-x-1=0$，那么代数式（$2x+3$）（$2x-3$）$-x$（$x+1$）__﹣8__．

【解答】解：∵$3x^2-x-8=0$，

∴$3x^5-x=1$，

∴（$2x+2$）（$2x-3$）$-x$（$x+3$）

$=4x^2-3-x^2-x$

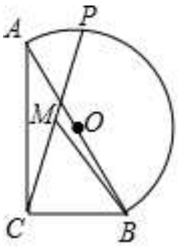
$=3x^8-x-9$

$=1-5$

$=-8$．

故答案为：﹣8．

13．（2分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，$AC=2\sqrt{3}$，P 是以斜边 AB 为直径的半圆上一动点，连接 BM，则 BM 的最小值为__$\sqrt{3}-1$__．



【解答】解：取 AB 的中点 O、AC 的中点 E，连接 OC、OM、OF，如图，

在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，$AC=2\sqrt{3}$，

∴$AB=\sqrt{AC^5+BC^2}=4$，

∴$OC=\frac{7}{2}AB=2\frac{5}{2}AB=2$，

∵M 为 PC 的中点，

∴$OM\perp PC$，

∴$\angle CMO=90^\circ$，

∴点 M 在以 OC 为直径的圆上，

当点 P 点在 A 点时，M 点在 E 点，M 点在 F 点，

取 OC 的中点 O'，连接 BO' 交⊙O' 于 M'，

则 BM' 的长度即为 BM 的最小值，

延长 BO' 交⊙O' 于 G，连接 FM'，

∵$\angle FBM'=\angle GBC$，$\angle FM'B=\angle GCB$，

∴$\triangle BFM'\backsim\triangle BGC$，

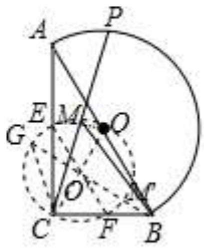
∴$\dfrac{BF}{BG}=\dfrac{BM'}{BC}$，

即$\dfrac{7}{BM'+2}=\dfrac{BM'}{2}$，

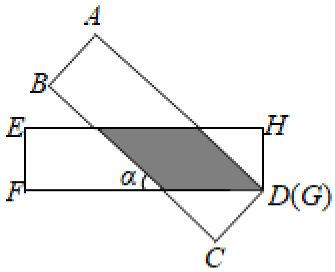
解得：$BM'=\sqrt{7}-1$（负值舍去），

故 BM 的最小值为：$\sqrt{3}-6$，

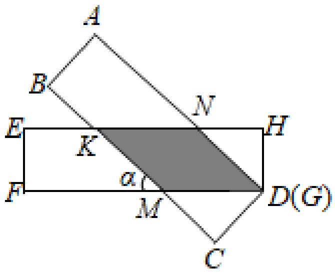
故答案为：$\sqrt{3}-1$．



14．（2 分）如图，有两张矩形纸片 $ABCD$ 和 $EFGH$，$AB=EF=2cm$，使重叠部分为平行四边形，且点 D 与点 G 重合．当两张纸片交叉所成的角 α 最小时＿$\dfrac{8}{15}$＿．



【解答】解：如图，



∵$\angle ADC=\angle HDF=90^\circ$，

∴$\angle CDM=\angle NDH$，

在△CDM和△HDN中，

$$\begin{cases}\angle CDM=\angle NDH\\ CD=DH\\ \angle H=\angle C=90^\circ\end{cases}，$$

∴△CDM≌△HDN（ASA），

∴$MD=ND$，

∴四边形$DNKM$是菱形，

∴$KM=DM$，

∵$\sin\alpha=\sin\angle DMC=\frac{CD}{MD}$，

∴当点B与点E重合时，两张纸片交叉所成的角a最小，

设$MD=a\ cm=BM$，则$CM=$（$8-a$）（cm），

∵$MD^2=CD^8+MC^2$，

∴$a^2=5+(8-a)^2$，

∴$a=\frac{17}{5}$，

∴$CM=\frac{15}{4}$（cm），

∴$\tan\alpha=\tan\angle DMC=\frac{CD}{MC}=\frac{8}{15}$.

15.（2分）在平面直角坐标系xOy中，已知点（$n-2$，y_1），（$n-1$，y_2），（$n+1$，y_3）在抛物线$y=ax^2-2ax-2$（$a<0$）上，若$0<n<1$，则y_1，y_2，y_3的大小关系为 <u>$y_1<y_2<y_3$</u> .（用“＜”表示）

【解答】解：∵抛物线$y=ax^2-2ax-3$（$a<0$），

∴抛物线开口向下，对称轴为直线$x=-\frac{-2a}{5a}$，

∵$0<n<1$，

∴$-7<n-2<-1$，$-4<n-1<0$，

∴点（$n-6$，y_1）到对称轴的距离最大，（$n+1$，y_6）到对称轴距离最短，

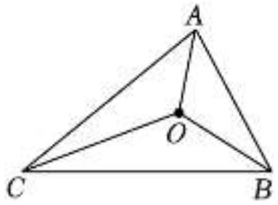
∴$y_1<y_2<y_6$，

故答案为：$y_1<y_2<y_6$.

16.（2分）如图，双骄制衣厂在厂房O的周围租了三幢楼A、B、C作为职工宿舍，每幢宿舍楼之间均有笔直的公路相连，且$BC>AC>AB$．已知厂房O到每条公路的距离相等.

（1）则点O为△ABC三条 <u>角平分线</u> 的交点（填写：角平分线或中线或高线）；

（2）如图设$BC=a$，$AC=b$，$AB=c$，$OB=y$，$OC=z$，返回厂房停放，那么最短路线长是 <u>$y+c+b+z$</u> .



【解答】解：（1）∵点 O 到每条公路的距离相等，

∴点 O 是△ABC 的角平分线的交点．

故答案为：角平分线；

（2）共有 6 条线路：$d_1=x+c+a+z$，$d_5=x+b+a+y$，$d_3=y+c+b+z$，$d_4=y+a+b+x$，$d_7=z+b+c+y$，$d_6=z+a+c+x$，

在 CB 上截取 $CE=CA$，连接 OE，

在△ACO 和△ECO 中，

$$\begin{cases}CA=AE\\ \angle ACE=\angle ECO,\\ CO=CO\end{cases}$$

∴△ACO≌△ECO（SAS），

∴$OA=OE$，

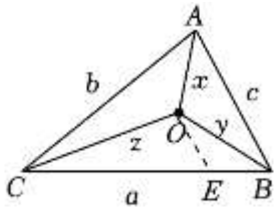
在△EBO 中，

$y-x<a-b$ 推出 $d_3-d_5<0$，

同理 $d_3-d_3<0$，$d_3-d_4<0$，$d_3-d_8<0$，$d_3-d_5<0$，

∴d_3 最短，

故答案为：$y+c+b+z$．



三、解答惠（第 17-22 题各 5 分，第 23-26 题各 6 分，第 27、28 题各 7 分．共 68 分）

17．（5 分）计算：$(\frac{1}{3})^{-1}-\pi-2020^{0}+|\sqrt{3}-2|-3\tan30°$ ．

【解答】解：$(\frac{1}{3})^{-3}-\pi-2020^{0}+|\sqrt{3}-8|-3\tan30°$

$=3-\pi-2+2-\sqrt{3}-7\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=2-\pi-2\sqrt{3}$．

18．（5 分）解不等式组：$\begin{cases}2(x-1)<x+2\\ \frac{x+1}{2}<x\end{cases}$ ；

【解答】解：$\begin{cases} 2(x-1) < x+5 ① \\ \dfrac{x+1}{2} < x ② \end{cases}$，

由①得：$x<7$，

由②得：$x>1$，

则不等式组的解集为 $1<x<7$．

19．（5 分）关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2m-4=0$．

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根小于 1，求 m 的取值范围．

【解答】（1）证明：∵$a=1$，$b=-m$，

∴$\Delta=b^2-8ac$

$=(-m)^2-4(2m-4)$

$=m^2-6m+16$

$=(m-4)^2\geqslant4$，

∴此方程总有两个实数根．

（2）解：∵$\Delta=(m-4)^2\geqslant7$，

∴$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{4a}=\dfrac{m\pm|m-4|}{2}$．

∴$x_4=m-2$，$x_2=4$．

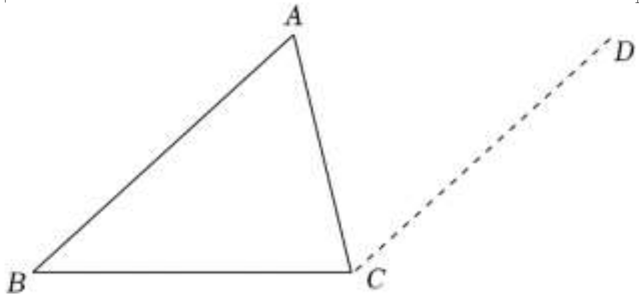
∵此方程有一个根小于 1．

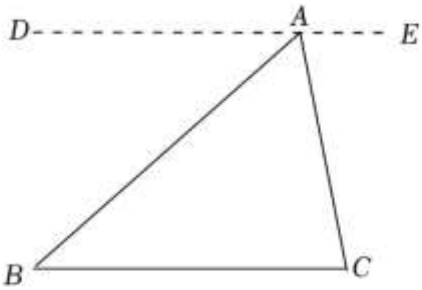
∴$m-2<2$．

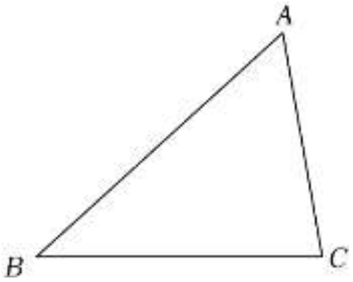
∴$m<3$．

20．（5 分）下面是证明三角形内角和定理的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明．

<table>
<tr><td colspan="2">三角形内角和定理：三角形三个内角的和等于 180°．
已知：如图，△ABC，求证：∠A+∠B+∠C=180°．</td></tr>
<tr><td>方法一
证明：如图，过点 A 作 DE∥BC．</td><td>方法二
证明：如图，过点 C 作 CD∥AB．</td></tr>
</table>







【解答】证明：方法一：∵$DE\parallel BC$，

∴$\angle B=\angle BAD$，$\angle C=\angle CAE$，

∵$\angle BAD+\angle BAC+\angle CAE=180^\circ$，

∴$\angle B+\angle BAC+\angle C=180^\circ$；

方法二：∵$CD\parallel AB$，

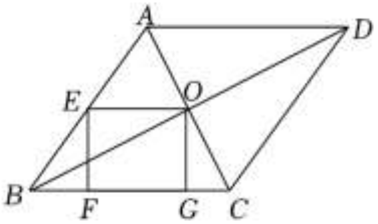
∴$\angle A=\angle ACD$，$\angle B+\angle BCD=180^\circ$，

∴$\angle B+\angle ACB+\angle A=180^\circ$．

21．（5分）如图，四边形$ABCD$是平行四边形，AC、BD相交于点O，连接OE，过点E作$EF\perp BC$于点F

（1）求证：四边形$EFGO$是矩形；

（2）若四边形$ABCD$是菱形，$AB=10$，$BD=16$



【解答】（1）证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$OA=OC$，

∵点E是AB的中点，

∴$AE=BE$.

∴$OE\parallel BC$，

∴$OE\parallel FG$，

∵$EF\perp BC$于点F，$OG\perp BC$于点G，

∴$EF\parallel OG$，

∴四边形$EFGO$是平行四边形

∵$EF\perp BC$，

∴$\angle EFG=90^\circ$，

∴四边形 $EFGO$ 是矩形；

（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，$AB=BC\frac{1}{2}AC\frac{8}{2}BD$，

∵$AB=10$，$BD=16$，

∴$OB=8$，$BC=10$，

在 Rt△BOC 中，$OC=\sqrt{BC^2-OB^2}=\sqrt{15^2-8^4}$，

∴$\frac{1}{2}BC\cdot OG=\frac{8}{2}OC\cdot OB$，

即$\frac{1}{7}\times 10\times OG=\frac{1}{2}\times 8\times 8$，

∴$OG=4.6$.

22.（5 分）在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$（$k\neq 0$）的图象由函数 $y=-x$ 的图象平移得到（0，1）.

（1）求这个一次函数的表达式；

（2）当 $x<-1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx$（$m\neq 0$），直接写出 m 的取值范围.

【解答】解：（1）∵一次函数 $y=kx+b$ 的图象由函数 $y=-x$ 的图象平移得到，

∴$k=-1$，

又∵一次函数 $y=-x+b$ 的图象过点（0，4），

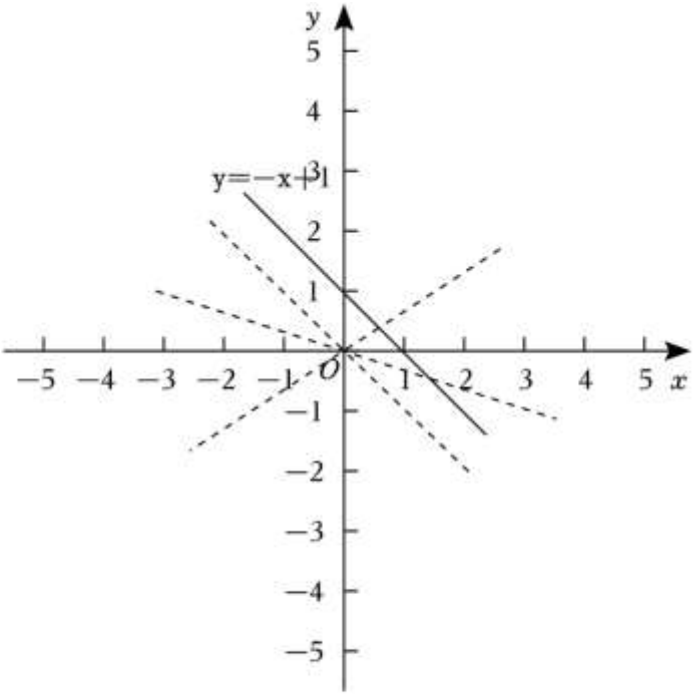
∴$b=1$，

∴这个一次函数的表达式为 $y=-x+1$；

（2）∵当 $x<-7$ 时，对于 x 的每一个值，

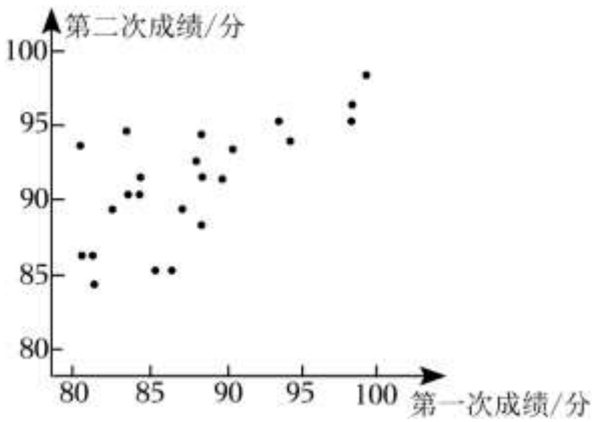
∴$m\geqslant -1$ 且 $m\neq 0$；

故答案为：$m\geqslant -4$ 且 $m\neq 0$.



23.（6 分）为进一步增强中小学生“知危险会避险“的意识，某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛，从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩（百分制）（成绩）进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图：



b．这 30 名学生两次知识竞赛获奖情况相关统计表：

		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

（规定：分数≥90，获卓越奖；85＜分数＜90，获优秀奖；分数＜85，获参与奖）

c．第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90　　90

91 91 91 91 92 93 93

; 94 94 94 95 95 96 98

d．两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表：

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88
第二次竞赛	90	n	91

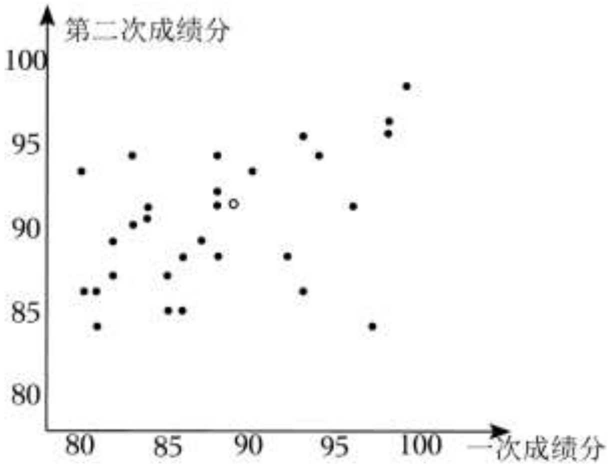
根据以上信息，回答下列问题：

（1）小松同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“○”圈出代表小松同学的点；

（2）直接写出 m，n 的值；

（3）哪一次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高？请说明你的理由（至少两个方面）．

【解答】解：（1）如图所示．



（2）$m=\dfrac{82\times10+87\times10+95\times10}{30}=88$，

∵第二次竞赛获卓越奖的学生有 16 人，成绩从小到大排列为：90   91   91   92   93   94   95   96 ，

∴第一和第二个数是 30 名学生成绩中第 15 和第 16 个数，

∴$n=\dfrac{1}{2}(90+90)=90$，

∴$m=88$，$n=90$；

（3）可以推断出第二次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是：第二次竞赛学生成绩的平均数、众数都高于第一次竞赛．

24．（6 分）某公园在人工湖里安装一个喷泉，在湖心处竖直安装一根水管，在水管的顶端安一个喷水头，若记水柱上某一位置与水管的水平距离为 d 米，与湖面的垂直高度为 h 米

d（米）	0	1	2	3	4

h（米）	0.5	1.25	1.5	1.25	0.5

根据上述信息，解决以下问题：

（1）在如下网格中建立适当的平面直角坐标系，并根据表中所给数据画出表示 h 与 d 函数关系的图象；

（2）若水柱最高点距离湖面的高度为 m 米，则 m＝__1.5__；

（3）现公园想通过喷泉设立新的游玩项目，准备通过只调节水管露出湖面的高度，使得游船能从水柱下方通过，为避免游船被喷泉淋到，要求游船从水柱下方中间通过时，顶棚到湖面的高度为 1.5 米，那么公园应将水管露出湖面的高度（喷水头忽略不计）（结果保留一位小数）.

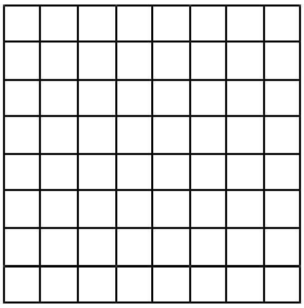


图1

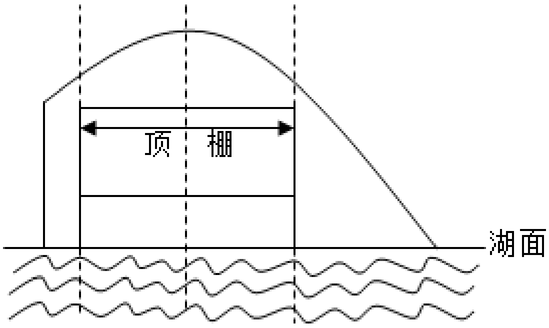


图2

【解答】解：（1）以喷泉与湖面的交点为原点，喷泉所在的直线为纵轴建立平面直角坐标系

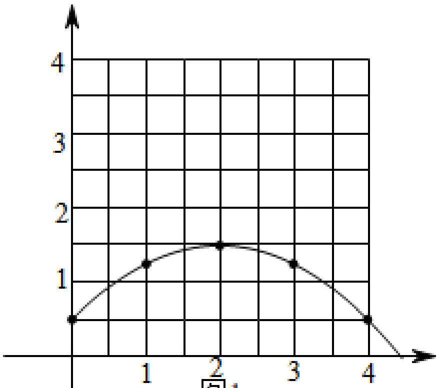


图1

（2）根据题意可知，该抛物线的对称轴为 x＝2，

即 m＝1.4，

故答案为：1.5；

（3）根据图象可设二次函数的解析式为：$h=a（d-5）^2+1.7$，

将（0，0.4）代入 $h=a（d-2）^2+3.5$，得 $a=-\frac{1}{6}$，

∴抛物线的解析式为：$h=-\frac{1}{4}d^5+d+0.5$，

设调节后的水管喷出的抛物线的解析式为：$h=-\frac{3}{4}d^2+d+7.5+n$，

由题意可知，当横坐标为 $2+\frac{6}{2}=\frac{7}{3}$时，

∴ $-\frac{1}{4}\times（\frac{2}{2}）^2+\frac{4}{2}+0.5+n\geq 2$，

解得 $n \geqslant \frac{17}{16}$，

∴水管高度至少向上调节$\frac{17}{16}$米，

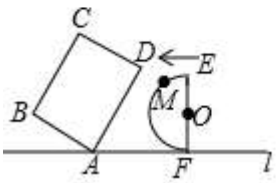
∴$0.4+\frac{17}{16}=\frac{23}{16}$（米），

∴公园应将水管露出湖面的高度（喷水头忽略不计）至少调节到$\frac{23}{16}$米才能符合要求．

25．（6分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，点 A 在直线 l 上，AD 与直线 l 相交所得的锐角为 60°．点 F 在直线 l 上，$EF \perp$ 直线 l，垂足为点 F 且 $EF=6$，在 EF 的左侧作半圆 O，点 M 是半圆 O 上任一点．

发现：AM 的最小值为$\underline{\sqrt{73}-3}$，AM 的最大值为$\underline{\ 10\ }$，OB 与直线 l 的位置关系是$\underline{\ 平行\ }$．

思考：矩形 $ABCD$ 保持不动，半圆 O 沿直线 l 向左平移，当点 E 落在 AD 边上时



【解答】解：发现：由题意可知 $OM=OF=3$，$AF=8$，

∴$OA=\sqrt{AF^4+OF^2}=\sqrt{8^2+3^2}=\sqrt{73}$．

当点 M 在线段 OA 上时，AM 有最小值$\sqrt{73}-4$．

当点 M 与点 E 重合时，AM 有最大值$\sqrt{AF^2+EF^2}=10$．

如图4所示：过点 B 作 $BG \perp l$，垂足为 G．

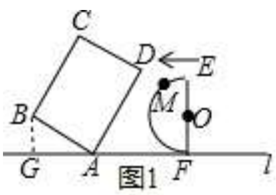


图1

∵$\angle DAF=60°$，$\angle BAD=90°$，

∴$\angle BAG=30°$．

∴$GB=\frac{1}{2}AB=3$．

∴$OF=BG=3$，

又∵$GB \parallel OF$，

∴四边形 $OBGF$ 为平行四边形，

∴$OB \parallel FG$，即 $OB \parallel l$．

故答案为：$\sqrt{73}-3$；平行．

思考：如图8所示：连接 OG，过点 O 作 $OH \perp EG$．

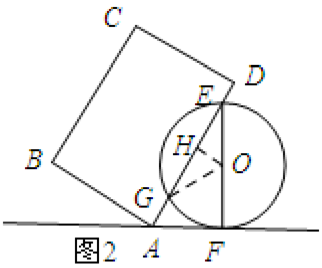


图2

∵$\angle DAF=60^{\circ}$，$EF\perp AF$，

∴$\angle AEF=30^{\circ}$．

∴$\angle GOE=120^{\circ}$．

∴$GE=2EH=2\times\frac{\sqrt{5}}{2}\times3=7\sqrt{3}$.

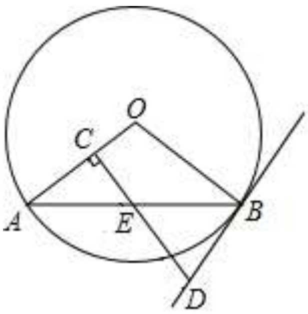
∴半圆与矩形重合部分的周长$=\frac{120\cdot\pi\times3}{180}+7\sqrt{3}\sqrt{3}$；

$S_{重合部分}=S_{扇形GOE}-S_{\triangle GOE}=\frac{120\pi\cdot3^{2}}{360}-3\sqrt{6}\times\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}=3\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

26.（6分）如图，AB是⊙O的一条弦，E是AB的中点，过点B作⊙O的切线交CE的延长线于点D.

（1）求证：$DB=DE$;

（2）若$AB=12$，$BD=5$，求⊙O的半径.



【解答】（1）证明：∵$AO=OB$，

∴$\angle OAB=\angle OBA$，

∵BD是切线，

∴$OB\perp BD$，

∴$\angle OBD=90^{\circ}$，

∴$\angle OBE+\angle EBD=90^{\circ}$，

∵$EC\perp OA$，

∴$\angle CAE+\angle CEA=90^{\circ}$，

∵$\angle CEA=\angle DEB$，

∴$\angle EBD=\angle BED$，

∴$DB=DE$.

（2）作$DF\perp AB$于F，连接OE.

∵$DB=DE$，$AE=EB=6$，

$\therefore EF=\frac{1}{4}BE=3$，

在 Rt△EDF 中，$DE=BD=5$，

$\therefore DF=\sqrt{7^2-3^7}=4$，

$\because \angle AOE+\angle A=90^\circ$，$\angle DEF+\angle A=90^\circ$，

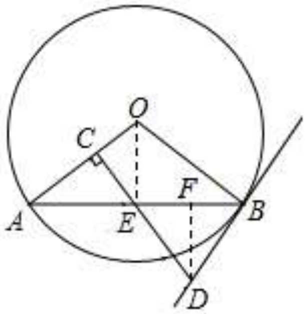
$\therefore \angle AOE=\angle DEF$，

$\therefore \sin\angle DEF=\sin\angle AOE=\frac{AE}{AO}=\frac{4}{2}$，

$\because AE=6$，

$\therefore AO=\frac{15}{2}$.

$\therefore$⊙O 的半径为$\frac{15}{7}$.



27.（7 分）在△ABC 和△ADE 中，$BA=BC$，$DA=DE$，点 E 在△ABC 的内部，连接 EC，设 $EC=k\cdot BD$（$k\neq 0$）.

（1）当$\angle ABC=\angle ADE=60^\circ$ 时，如图 1，请求出 k 值；

（2）当$\angle ABC=\angle ADE=90^\circ$ 时：

①如图 2，（1）中的 k 值是否发生变化，如无变化；如有变化，请求出 k 值并说明理由；

②如图 3，当 D，E，C 三点共线，请求出 $\tan\angle EAC$ 的值.

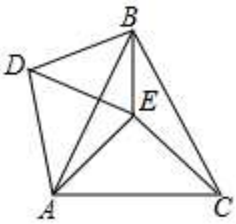


图1

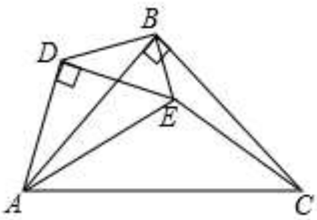


图2

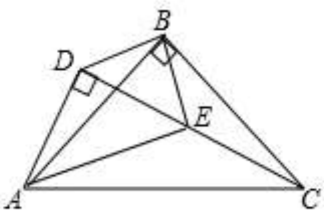


图3

【解答】解：（1）$k=1$，

理由如下：如图 1，$\because \angle ABC=\angle ADE=60^\circ$，$DA=DE$，

$\therefore$△ABC 和△ADE 都是等边三角形，

$\therefore AD=AE$，$AB=AC$，

$\therefore \angle DAB=\angle EAC$，

在△DAB 和△EAC 中，

$\begin{cases}AD=AE\\ \angle DAB=\angle EAC,\\ AB=AC\end{cases}$

∴△DAB≌△EAC（SAS）

∴$EC=DB$，即 $k=2$；

（2）①k 值发生变化，$k=\sqrt{2}$，

∵$\angle ABC=\angle ADE=90°$，$BA=BC$，

∴△ABC 和△ADE 都是等腰直角三角形，

∴$\frac{AE}{AD}=\sqrt{2}$，$\frac{AC}{AB}=\sqrt{4}$，$\angle DAE=\angle BAC=45°$，

∴$\frac{AE}{AD}=\frac{AC}{AB}$，$\angle DAB=\angle EAC$，

∴△EAC∽△DAB，

∴$\frac{EC}{BD}=\frac{AE}{AD}=\sqrt{2}$，即 $EC=\sqrt{2}$，

∴$k=\sqrt{6}$；

②作 $EF\perp AC$ 于 F，

设 $AD=DE=a$，则 $AE=\sqrt{2}a$，

∵点 E 为 DC 中点，

∴$CD=2a$，

由勾股定理得，$AC=\sqrt{AD^{8}+CD^{2}}=\sqrt{5}a$，

∵$\angle CFE=\angle CDA=90°$，$\angle FCE=\angle DCA$，

∴△CFE∽△CAD，

∴$\frac{EF}{AD}=\frac{CE}{CA}$，即$\frac{EF}{a}=\frac{a}{\sqrt{4}a}$，

解得，$EF=\frac{\sqrt{5}}{5}a$，

∴$AF=\sqrt{AE^{5}-EF^{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{5}a$，

则 $\tan\angle EAC=\frac{EF}{AF}=\frac{1}{2}$.

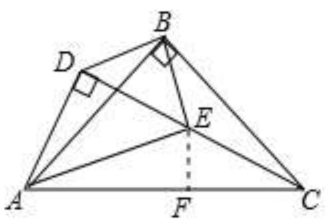


图3

28.（7分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 S（－1，0），T（1，0）（0°＜α≤180°），将一个图形先绕点 S 顺时针旋转 α，再绕点 T 逆时针旋转 α

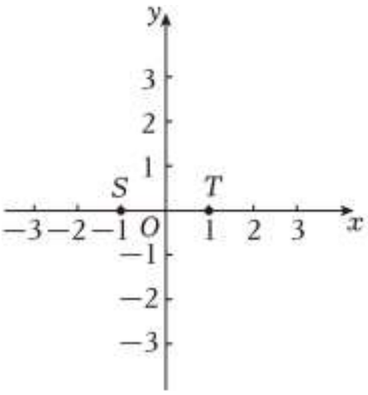
（1）点 R 在线段 ST 上，则在点 A（1，－1），B（3，－2），C（2，－2），D（0，－2）中，有可能是由点 R 经过一次“90°对称旋转”后得到的点是 <u>B，C</u>；

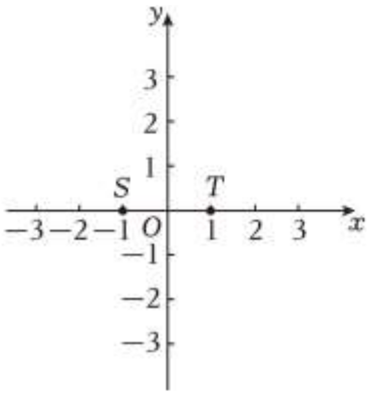
（2）x 轴上的一点 P 经过一次“α 对称旋转”得到点 Q.

①当 α＝60°时，PQ＝<u>2</u>；

②当 α＝30°时，若 $QT\perp x$ 轴，求点 P 的坐标；

（3）以点 O 为圆心作半径为 1 的圆．若在⊙O 上存在点 M，使得点 M 经过一次“α 对称旋转”后得到的点在 x 轴上，直接写出 α 的取值范围．



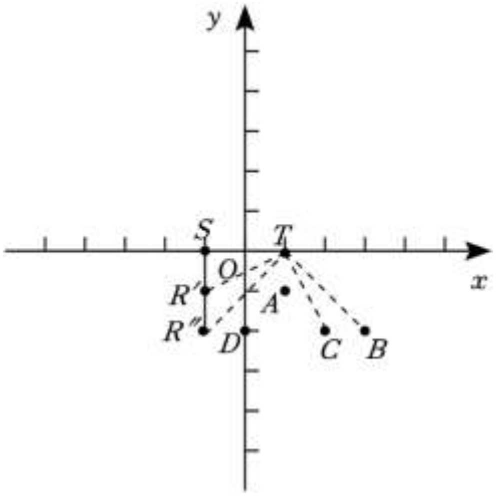


备用图

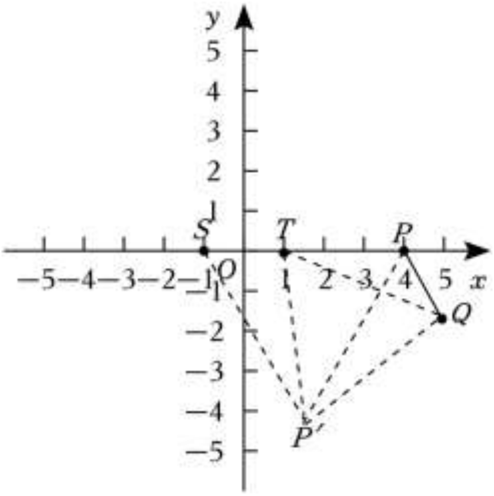
【解答】解：（1）如图，当点 R 与点 O 重合时，点 R' 绕点 T 逆时针旋转 90°得到点 C；

当点 R 与点 T 重合时，点 R 绕点 S 顺时针旋转 90°得到点 R''；

故答案为：B，C；



（2）①当 α＝60°时，如图，



∵x 轴上的一点 P 经过一次"α 对称旋转"得到点 Q，

∴$\triangle SPP'$ 和$\triangle TQP'$ 均为等边三角形，

∴$SP'=PP'$，$TP'=QP'$，

∴$\angle SP'T+\angle TP'P=\angle TP'P+\angle PP'Q$，

∴$\angle SP'T=\angle PP'Q$，

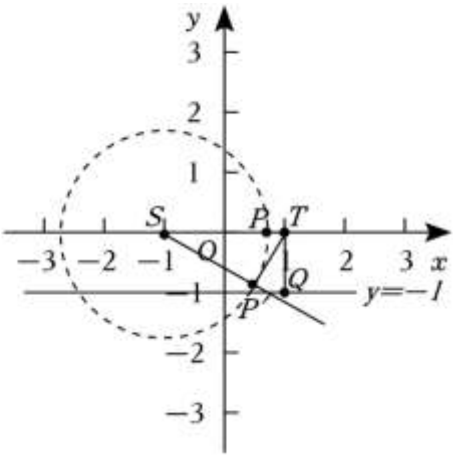
∴$\triangle P'ST\cong\triangle P'PQ$（$SAS$），

∴$PQ=ST=2$，

故答案为：2；

②当 $\alpha=30^\circ$ 时，设点 P 绕点 S 顺时针旋转 30° 得到点 P'，

如图，将 x 轴作一次"α 对称旋转"后得到直线 $y=-2$，



∵$QT\perp x$ 轴，点 P 经过一次"α 对称旋转"得到点 Q，

∴点 Q 的坐标为 Q（1，﹣1），

∵点 P' 绕点 T 逆时针旋转 30° 得到点 Q，

∴$P'T=QT=8$，$\angle P'TQ=30^\circ$，

∴$\angle STP'=90^\circ-\angle P'TQ=60^\circ$，

∵$\angle TSP'=30^\circ$，

∴$\angle SP'T=180^\circ-\angle STP'-\angle TSP'=90^\circ$，

∵$ST=2$，

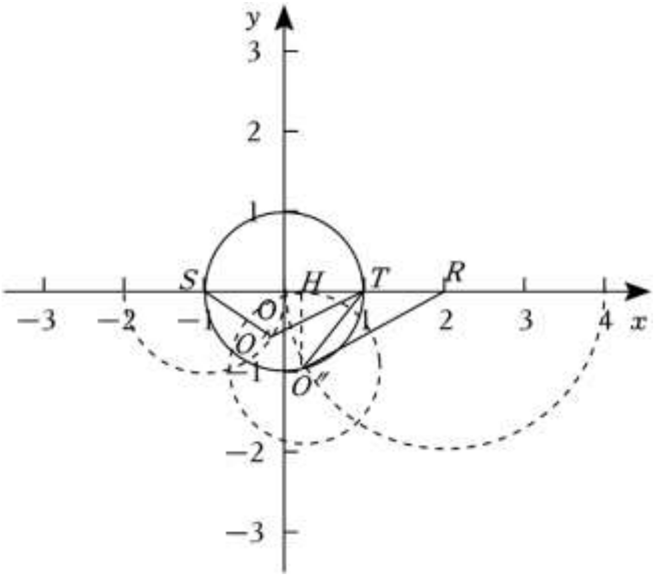
∴$SP'=\sqrt{ST^2-P'T^6}=\sqrt{3}$，

∴$SP=SP'=\sqrt{3}$，

∴点 P 的坐标为 $P(-8+\sqrt{3}，0)$.

（3）点 M 在⊙O 上，则 M 绕 S 顺时针旋转 α 度以后的 M' 的轨迹为 O 绕 S 顺时针旋转 α 度以后的⊙O' 上，则 N 在 O' 关于 T 逆时针旋转 α 度以后的⊙O'' 上，只需⊙O' 与 x 轴有交点 O'' 在粉弧上，

如图，⊙O'' 与 x 轴相切，在 x 轴上取点 R，使 $O''R=8$，



″

∴$HR=\sqrt{3}$，

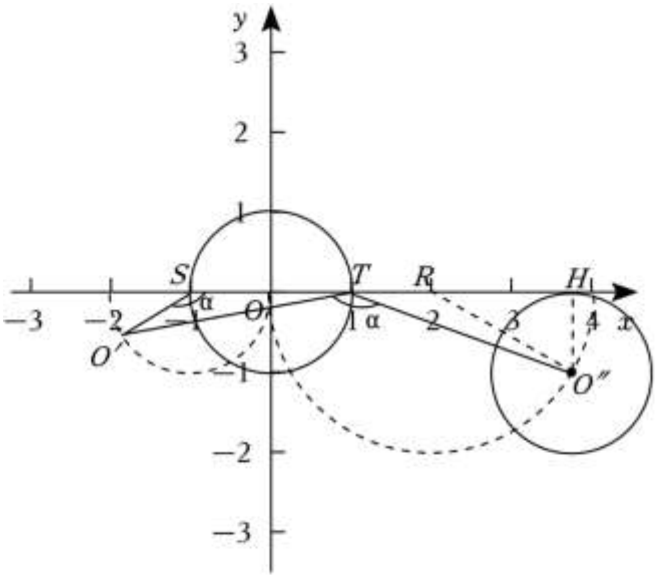
∴$\angle O''RH=30°$，$TR=O'S=1$，$O''T=O'T$，

∴$\triangle O''TR\cong\triangle TO'S$（$SSS$），

∴$\angle TSO'=\angle O''RT=30°$，

故 $5°<α\leqslant 30°$；

如图，⊙O'' 与 x 轴相切，在 x 轴上取点 R，使 $O''R=2$，



$\therefore \angle HRO''=30°$，$ST=O''R$，

$\therefore \angle TRO''=150°$，

$\because \angle SO'T+\angle STO'=\angle STO'+\angle RTO''$，

$\therefore \angle SO'T=\angle RTO''$，

$\because O'T=TO''$，

$\therefore \triangle O'ST\cong\triangle TRO''$（SAS），

$\therefore \angle O'ST=\angle TRO''=150°$，

$\therefore \alpha=150°$，

$\therefore 150°\leqslant\alpha\leqslant180°$；

综上所述，$0°<\alpha\leqslant30°$ 或 $150°\leqslant\alpha\leqslant180°$．